Ajuste de curvas LRC serie submortiguadas

Valores empleados en el circuito

$$\boxed{L_o = 1\ \mathrm{H} \qquad R_o = 1000\ \Omega \qquad C_o = 0{,}1\ \mu\mathrm{F}} \qquad \mathrm{y} \qquad \boxed{V_o \,=\, 10\,\mathrm{V}}$$

Curva de ajuste

$$I(t) \;=\; \frac{V_o}{\omega\, L} \quad \exp\left(-\, \frac{R}{2\,L}\; t \right) \quad \mathrm{sen}\left(\sqrt{\frac{1}{L\,C} \;-\; \left(\frac{R}{2\,L} \right)^2} \quad t \right) \tag{1}$$

Los parámetros de ajuste son sólo **3**: A, B y ω

$$I(t) \;=\; A \quad \exp(-\,B\;t) \quad \mathrm{sen}\,(\omega\;t)$$

siendo

$$A \;=\; \frac{V_o}{\omega\, L} \quad , \quad B \;=\; \frac{R}{2\,L} \quad \mathrm{y} \quad \omega \;=\; \sqrt{\frac{1}{L\,C} \;-\; \left(\frac{R}{2\,L} \right)^2} \; \left(=\; \frac{2\,\pi}{T} \right) \tag{2}$$

Pero ***quisiera*** obtener **5** parámetros con sentido físico!: V_o, ω, L, R y C.

Eso NO es posible. Hay que agregar información con criterio científico. Decido entonces ***medir*** V_o, y consecuentemente asumirlo como conocido.

Quedan así

- **3** parámetros ajustados: A, B y ω (o T, equivalentemente)
- **1** parámetro medido: V_o,

El período T se introdujo sólo por comodidad (es más fácil medir T que ω).

Con esto resulta (ver ecuaciones 2)

$$\boxed{L \;=\; \frac{V_o}{A\,\omega} \qquad , \qquad R \;=\; 2\,L\,B \qquad \mathrm{y} \qquad C \;=\; \frac{1}{L\;(\omega^2\;+B^2)}}$$

Listo!!!. Ya obtuvimos L, R y C en términos del parámetro medido, V_o y de los 3 ajustados A, B y ω (o bien T)... Pero se puede mejorar.

En la figura 1 se ilustra la corriente $I(t)$ para los valores empleados: $V_\mathrm{o} = 10\,\mathrm{V}$, $L_\mathrm{o} = 1$ H, $R_\mathrm{o} = 1000\ \Omega$, $C_\mathrm{o} = 0{,}1\ \mu$F.

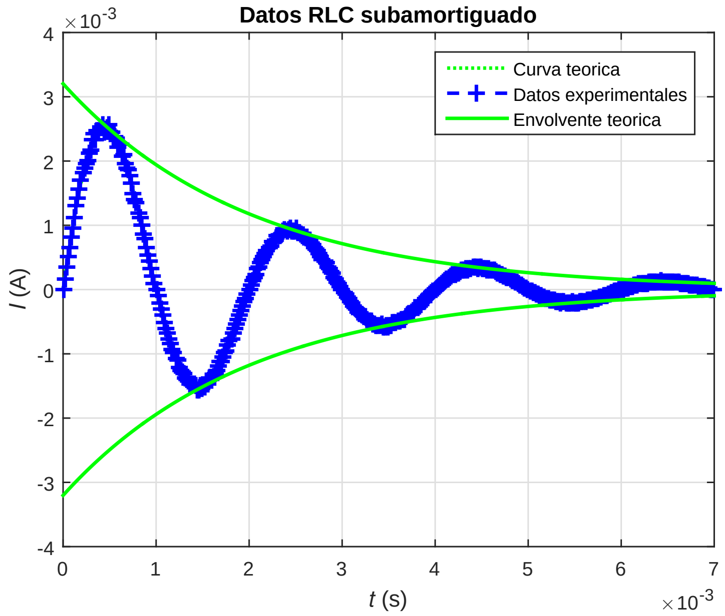

Figura 1: *Amplitud de la corriente circulante por un circuito RLC serie transitorio alimentado súbitamente por una fuente de tensión continua.*

Luego de un 1er ajuste, o de sus respectivas definiciones, se obtiene una 1ra estimación de los parámetros A, B y ω (o bien T):

$$A = 0{,}0032\,, \quad B = 500\,, \quad \omega = 3{,}1225e + 03 \quad \text{o bien} \quad T = 0{,}0020$$

En todos los casos se usaron unidades del SI.

Se observa que hay una discrepancia de unos ***6 órdenes de magnitud*** entre los parámetros de ajuste.

Eso conduce a ajustes poco eficientes. En estos casos conviene intentar reescalar las variables para que los parámetros de ajuste compartan el mismo orden de magnitud. En el caso que estamos tratando parece conveniente expresar al tiempo t en ms, y a la corriente I en mA (ver la figura 1).

Por eso reescalo definiendo

$$I^\star \equiv 1000\, I \qquad \text{y} \qquad t^\star \equiv 1000\, t$$

Con esto queda

$$I^\star(t^\star) = 1000\, A \quad \exp\left(-\frac{B}{1000}\, t^\star\right) \quad \text{sen}\left(\frac{2\,\pi}{T\,1000}\, t^\star\right)$$

O bien

$$I^\star(t^\star) = A^\star \quad \exp\left(-\, B^\star\, t^\star\right) \quad \text{sen}\left(\frac{2\,\pi}{T^\star}\, t^\star\right)$$

Siendo

$$A^\star \equiv 1000\, A = 3{,}2 \quad , \quad B^\star \equiv \frac{B}{1000} = 0{,}5 \quad , \quad T^\star \equiv 1000\, T = 2$$

Obtención de los valores de L, R y C

Una vez ajustados $A^\star$, $B^\star$ y $T^\star$ primero hay que volver a los valores originales de A, B, ω (o T).

Posteriormente, de la curva de ajuste (ecuación (1)) se obtiene

$$\boxed{L = \frac{V_o}{A\,\omega} \quad , \quad R = 2\, L\, B \quad \text{y} \quad C = \frac{1}{L\,\left(\omega^2 + B^2\right)}}$$

cuyas incertezas surjen de las de V_{o} (experimental) y de las de A, B y ω (o T) que a su vez provienen de las incertezas del ajuste.

`2020, curso de verano de Laboratorio 3`
`César Moreno, Departamento de Física-FCEyN-UBA e INFIP-CONICET.`