

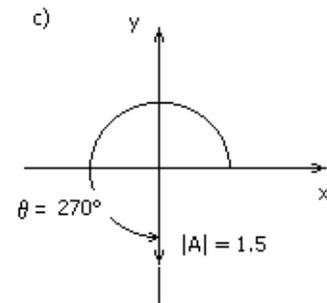
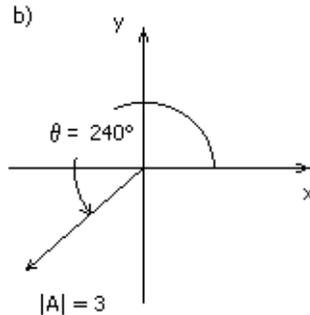
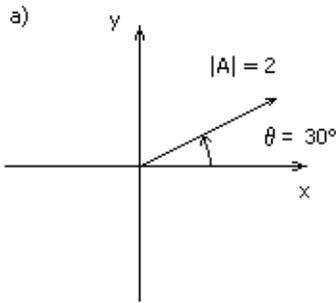
Guía 0. Matemática

I. Vectores

1) Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Representélos gráficamente.

a) $\mathbf{A} = (-4; 3)$ b) $\mathbf{B} = (2; 0)$ c) $\mathbf{C} = -2\hat{x} - 3\hat{y}$ d) $\mathbf{D} = 0\hat{x} - 5\hat{y}$

2) Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3) Dados los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} indicados, halle gráficamente su suma.

a) $\mathbf{A} = (-3; 2)$

$\mathbf{B} = (-2; 5)$

b) \mathbf{A} tal que $|\mathbf{A}| = 2$, $\theta = 240^\circ$ \mathbf{B} tal que $|\mathbf{B}| = 3$, $\theta = 135^\circ$

c) $\mathbf{A} = (-2; 0)$

$\mathbf{B} = (0; 4)$

4) Sean \mathbf{A} y \mathbf{B} los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, y del $\mathbf{A} - \mathbf{B}$. ¿El módulo del vector suma, $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, es igual a la suma de los módulos de \mathbf{A} y de \mathbf{B} ?

5) Halle el vector que tiene origen en el punto \mathbf{A} y extremo en el punto \mathbf{B} en los siguientes casos:

a) $\mathbf{A} = (2; -1)$ y $\mathbf{B} = (-5; -2)$.

b) $\mathbf{A} = (2; -5; 8)$ y $\mathbf{B} = (-4; -3; 2)$.

6) Dados los vectores:

$$\mathbf{A} = (3\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}) \quad \mathbf{B} = (4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z}) \quad \mathbf{C} = (-2\hat{y} - 5\hat{z})$$

efectúe las siguientes operaciones:

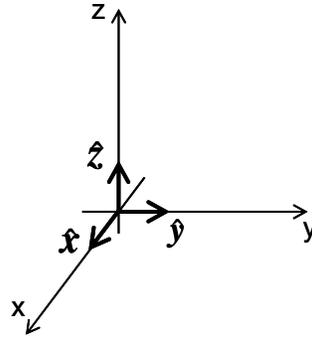
a) $(\mathbf{A} - \mathbf{B})/|\mathbf{C}| + \mathbf{C}$

b) $5\mathbf{A} - 2\mathbf{C}$

c) $-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C}/5$

Se define el **producto escalar** de dos vectores como $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

7) Sean \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura.



$$\hat{x} = (1;0;0) \quad \hat{y} = (0;1;0) \quad \hat{z} = (0;0;1)$$

Calcule $\hat{x} \cdot \hat{x}$, $\hat{x} \cdot \hat{y}$, $\hat{x} \cdot \hat{z}$, $\hat{y} \cdot \hat{x}$, $\hat{y} \cdot \hat{y}$, $\hat{y} \cdot \hat{z}$, $\hat{z} \cdot \hat{x}$, $\hat{z} \cdot \hat{y}$, $\hat{z} \cdot \hat{z}$

- 8) Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

$$\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z} \qquad \mathbf{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

entonces

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

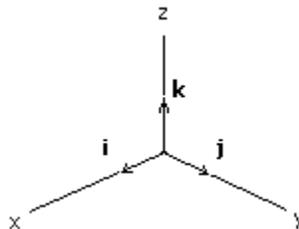
- 9) Efectúe el producto escalar de los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} y diga si en algún caso \mathbf{A} es perpendicular a \mathbf{B} .

- a) $\mathbf{A} = 3\hat{x} - 2\hat{j} + \hat{z}$ $\mathbf{B} = -\hat{x} + 3\hat{z}$
 b) $\mathbf{A} = (2; 3; -1)$ $\mathbf{B} = (6; -5; 2)$
 c) $|\mathbf{A}| = 3$ $|\mathbf{B}| = 2$ $\theta = 60^\circ$ (θ : ángulo entre \mathbf{A} y \mathbf{B})

Se define el **producto vectorial** como $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$ tal que

- a) $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores
 b) \mathbf{C} tiene dirección perpendicular al plano determinado por \mathbf{A} y \mathbf{B}
 c) El sentido es tal que \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} tengan la misma orientación en el espacio

- 10) Sean \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} , los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura



Calcule $\hat{i} \times \hat{i}$, $\hat{i} \times \hat{j}$, $\hat{i} \times \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{i}$, $\hat{j} \times \hat{j}$, $\hat{j} \times \hat{k}$, $\hat{k} \times \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{j}$, $\hat{k} \times \hat{k}$.

- 11) Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si:

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \qquad \mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

entonces $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y ; A_z B_x - A_x B_z ; A_x B_y - A_y B_x)$

12) Sean los vectores $\mathbf{A} = (3; 2; 1)$ $\mathbf{B} = (1; 0; -1)$ $\mathbf{C} = (0; -2; 4)$ calcule:

- a) $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$
- b) $-4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$
- c) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$
- d) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$