

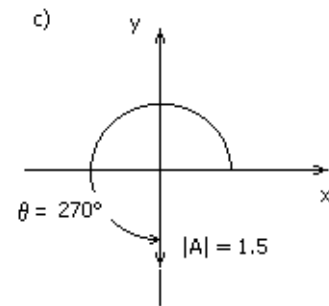
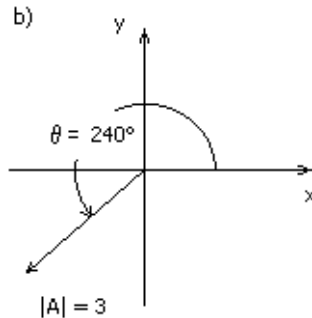
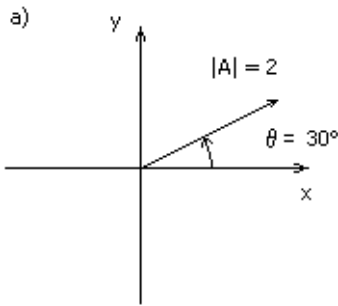
## Guía 0. Matematica

### I. Vectores

1) Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Representélos gráficamente.

a)  $\mathbf{A} = (-4; 3)$     b)  $\mathbf{B} = (2; 0)$     c)  $\mathbf{C} = -2\hat{x} - 3\hat{y}$     d)  $\mathbf{D} = 0\hat{x} - 5\hat{y}$

2) Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3) Dados los vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  indicados, halle gráficamente su suma.

a)  $\mathbf{A} = (-3; 2)$

$\mathbf{B} = (-2; 5)$

b)  $\mathbf{A}$  tal que  $|\mathbf{A}| = 2$ ,  $\theta = 240^\circ$

$\mathbf{B}$  tal que  $|\mathbf{B}| = 3$ ,  $\theta = 135^\circ$

c)  $\mathbf{A} = (-2; 0)$

$\mathbf{B} = (0; 4)$

4) Sean  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , y del  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ . ¿El módulo del vector suma,  $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ , es igual a la suma de los módulos de  $\mathbf{A}$  y de  $\mathbf{B}$ ?

5) Halle el vector que tiene origen en el punto  $\mathbf{A}$  y extremo en el punto  $\mathbf{B}$  en los siguientes casos:

a)  $\mathbf{A} = (2; -1)$  y  $\mathbf{B} = (-5; -2)$ .

b)  $\mathbf{A} = (2; -5; 8)$  y  $\mathbf{B} = (-4; -3; 2)$ .

6) Dados los vectores:

$\mathbf{A} = (3\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z})$      $\mathbf{B} = (4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z})$      $\mathbf{C} = (-2\hat{y} - 5\hat{z})$

efectúe las siguientes operaciones:

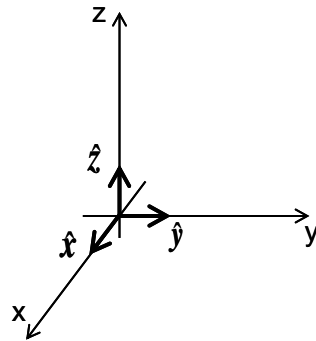
a)  $(\mathbf{A} - \mathbf{B})/|\mathbf{C}| + \mathbf{C}$

b)  $5\mathbf{A} - 2\mathbf{C}$

c)  $-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C}/5$

Se define el **producto escalar** de dos vectores como  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo que forman los dos vectores.

7) Sean  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ , los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura.



$$\hat{x} = (1;0;0) \quad \hat{y} = (0;1;0) \quad \hat{z} = (0;0;1)$$

Calcule  $\hat{x} \cdot \hat{x}$ ,  $\hat{x} \cdot \hat{y}$ ,  $\hat{x} \cdot \hat{z}$ ,  $\hat{y} \cdot \hat{x}$ ,  $\hat{y} \cdot \hat{y}$ ,  $\hat{y} \cdot \hat{z}$ ,  $\hat{z} \cdot \hat{x}$ ,  $\hat{z} \cdot \hat{y}$ ,  $\hat{z} \cdot \hat{z}$

- 8) Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

$$\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z} \qquad \mathbf{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

entonces

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

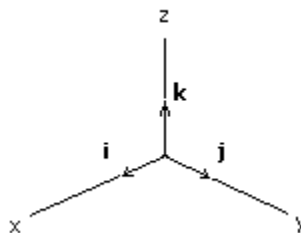
- 9) Efectúe el producto escalar de los vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  y diga si en algún caso  $\mathbf{A}$  es perpendicular a  $\mathbf{B}$ .

- a)  $\mathbf{A} = 3\hat{x} - 2\hat{y} + \hat{z}$                        $\mathbf{B} = -\hat{x} + 3\hat{z}$   
 b)  $\mathbf{A} = (2; 3; -1)$                        $\mathbf{B} = (6; -5; 2)$   
 c)  $|\mathbf{A}| = 3$        $|\mathbf{B}| = 2$        $\theta = 60^\circ$       ( $\theta$ : ángulo entre  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ )

Se define el **producto vectorial** como  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$  tal que

- a)  $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo que forman los dos vectores  
 b)  $\mathbf{C}$  tiene dirección perpendicular al plano determinado por  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$   
 c) El sentido es tal que  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{C}$  tengan la misma orientación en el espacio

- 10) Sean  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ , los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura



Calcule  $\hat{i} \times \hat{i}$ ,  $\hat{i} \times \hat{j}$ ,  $\hat{i} \times \hat{k}$ ,  $\hat{j} \times \hat{i}$ ,  $\hat{j} \times \hat{j}$ ,  $\hat{j} \times \hat{k}$ ,  $\hat{k} \times \hat{i}$ ,  $\hat{k} \times \hat{j}$ ,  $\hat{k} \times \hat{k}$ .

- 11) Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si:

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

entonces  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y ; A_z B_x - A_x B_z ; A_x B_y - A_y B_x)$

12) Sean los vectores  $\mathbf{A} = (3; 2; 1)$   $\mathbf{B} = (1; 0; -1)$   $\mathbf{C} = (0; -2; 4)$  calcule:

- a)  $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$
- b)  $-4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$
- c)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$
- d)  $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$