

Series de Fourier

Física 2 (F)

Primer cuatrimestre 2018

Problema 1

Se tiene una cuerda de longitud L y densidad de masa μ_0 sometida a una tensión T_0 . El extremo izquierdo de la cuerda está fijo y el derecho está libre.

- Escriba la expresión más general para un modo normal en la cuerda, $\psi_n(x, t)$, imponiendo las condiciones de contorno. Hallar los números de onda permitidos.
- Con lo obtenido en el inciso anterior, halle la expresión más general para una perturbación arbitraria $\Psi(x, t)$.
- A $t = 0$ se golpea la cuerda sin deformarla, imprimiéndole a cada punto una velocidad según indica la Figura 1. Hallar la perturbación $\Psi(x, t)$ para todo instante posterior.

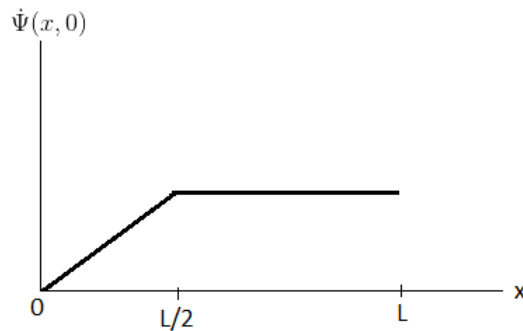


Figura 1

Problema 2

Considere una cuerda de longitud L y densidad de masa μ_0 sometida a una tensión T_0 . Ambos extremos están fijos.

- Calcule las frecuencias propias de oscilación y escriba la expresión para los modos normales en la cuerda, $\psi_n(x, t)$. Utilícelo para escribir la expresión más general para una perturbación en la cuerda $\Psi(x, t)$.
- Suponga que inicialmente la cuerda se halla en reposo y se le da el perfil $\Psi(x, 0)$ indicado en la figura 2. Halle $\Psi(x, t)$.

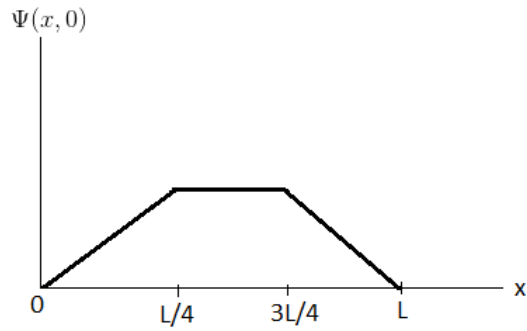


Figura 2

Problema 3

Se tiene una cuerda de longitud L y densidad lineal μ_0 , sometida a una tensión T_0 . La cuerda tiene ambos extremos fijos.

- Escriba la expresión más general posible para un modo normal en dicha cuerda y diga cuál es la velocidad de propagación de las ondas en ella.
- Determine cuáles son las condiciones de contorno que deben satisfacerse y halle la forma general de los números de onda k_p y las correspondientes frecuencias y fases. Con esto, escriba la expresión general para una perturbación arbitraria $\Psi(x, t)$ en la cuerda.
- Sabiendo que la deformación inicial $\Psi(x, 0)$ está dada por

$$\Psi(x, 0) = \text{sen} \left(\frac{3\pi x}{2L} \right) \cos \left(\frac{\pi x}{2L} \right)$$

y considerando que inicialmente la cuerda se encuentra en reposo, calcule $\Psi(x, t)$.