10^{ma} Olimpiadas Metropolitanas de Física

Nivel inicial - Resolución

Prueba de opciones múltiples

- Chequee que el nivel de su prueba sea adecuado.
- No se pueden usar libros ni apuntes.
- La prueba dura un total de 3 horas.
- Cada respuesta correcta suma 1 punto
- Los problemas de opción múltiple representan un 60 % del puntaje total.
- Complete y entregue la grilla de respuestas entregada

Problema 1.

Pregunta 1

No se nos está dando la velocidad a la que se está movimiento de la nave, sólo las fuerzas que actúan sobre ella. Entonces, no es posible decir en qué dirección se mueve.

Respuesta correcta **e**.

Pregunta 2

La energía no se conserva, sino que $E_f = (1-0{,}1)E_i = \frac{9}{10}E_i$. Por otro lado, la energía inicial es potencial elástica (y un poco de potencial gravitatoria), la cual acabará convirtiéndose en potencial gravitatoria. En definitiva:

$$E_f = mgH = \frac{9}{10}E_i \rightarrow E_i = \frac{10}{9}mgH = \frac{1}{2}K\Delta x^2 + mg\cdot(-\Delta x)$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{20}{9}\cdot\frac{mgH}{K}} = 2{,}48\text{m}$$

No es necesario saber la longitud del resorte natural del resorte para calcular cuanto se comprime (aunque hay que tomar en cuenta que el resorte debe poder comprimirse esa magnitud).

Respuesta correcta **d**.

Pregunta 3

Para empezar el problema, ponemos el eje de coordenadas en el planeta, y describimos primero la ecuación de movimiento de las muestras. Este movimiento es un MRUV, con la velocidad inicial dada

$$x_{muestra}(t) = v_i\,t + \frac{1}{2}a\,t^2 = 1000\frac{\text{m}}{\text{s}}t - 1{,}85\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

El movimiento del módulo es sencillo, puesto que es un MRU, pero hay que considerar que la nave estaba a 300km y después de los 200km de caída pasa a ser un movimiento con velocidad constante. Es decir la posición inicial del MRU es 100km y de esta forma la ecuación de movimiento del modulo queda

$$x_{modulo}(t) = x_0 + v_i\,t = 100000\,\text{m} - 220\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t$$

Ahora igualamos para hallar el tiempo de encuentro:

$$x_{muestra}(t) = x_{modulo}(t)$$

$$1000\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - 1{,}85\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2 = 1\times10^5\,\text{m} - 220\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t$$

$$1220\frac{1}{\text{s}}\,t - 1{,}85\frac{1}{\text{s}^2}\,t^2 - 3\times10^5 = 0$$

y resolviendo la cuadrática se tiene como soluciones $t = 95{,}9\,\text{s}$ y $t = 563,5\,\text{s}$. Introduciendo ambos en cualquiera de las dos ecuaciones de movimiento obtenemos dos resultados, $x_e = -23{,}9$km, que es físicamente imposible, y la solución al problema, que es $x_e = 78{,}9$km.

Respuesta correcta **a**.

Pregunta 4

En primer lugar se deben analizar los ángulos, podemos ver que el ángulo de 150° es la suma de un ángulo recto y uno de 60°. Completando el triángulo del plano inclinado puede verse que éste tiene una inclinación de 30°, y es el mismo ángulo que se forma entre el peso y la descomposición en el eje y de éste. Utilizando trigonometría podemos descomponer el peso en la dirección de movimiento del cuerpo, la cual llamamos x. La componente en y será compensada con la normal del plano inclinado.

Para que el cuerpo se mueva con velocidad constante, su aceleración debe ser nula. Como ya vimos que la componente del peso en la dirección y se compensa con la normal, sólo nos queda compensar la componente del peso en la dirección x (F_x), esto se logra aplicando una fuerza de igual magnitud sobre el otro extremo de la soga (F). Haciendo un calculo trigonométrico resulta $F_x = m \cdot g \cdot sin(30°)$. Reemplazando la masa de 20kg y la gravedad de $3{,}7\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ obtenemos $F = 37$N.

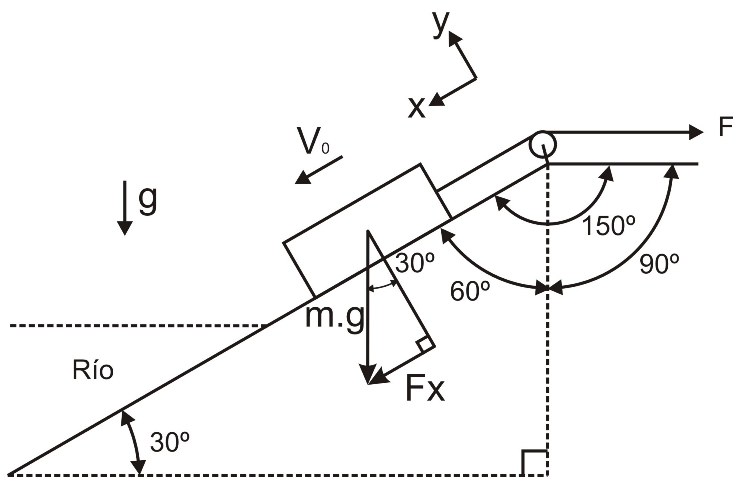

Figura 1: Diagrama de fuerzas

Respuesta correcta **c**.

Pregunta 5

Vamos a fijar el sistema de referencia sobre el lanzador, considerando como el eje x el paralelo a la superficie del planeta y el eje y perpendicular a ésta, y hacia arriba. La velocidad inicial puede ser descompuesta en su componentes por trigonometría. Resulta $v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ y $v_{0x} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$, donde α es el ángulo del lanzador. Las ecuaciones de movimiento del tiro oblicuo son

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$$

$$y = y_0 + v_{0x} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Al haber elegido el sistema de referencia de esta manera resulta $x_0 = 0$ y $y_0 = 0$.

De la segunda ecuación, imponiendo que llega nuevamente al piso ($y = 0$) podemos despejar los tiempos en los que sucede esto.

$$y = 0 = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Esta ecuación tiene dos soluciones: la trivial ($t = 0$), que es cuando no fue disparado; y $t^* = v_0 \cdot \sin(\alpha)\frac{2}{g}$. Ahora se puede remplazar t^* en la primer ecuación y calcular el alcance de la granada, es decir, $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t^*$.

Reemplazando los valores del problema se obtiene para $\alpha = 30°$ un $t^* = 5{,}58$s y un alcance $x = 100$m; $\alpha = 45°$ un $t^* = 7{,}90$s y un alcance $x = 115$m; $\alpha = 60°$ un $t^* = 9{,}66$s y un alcance $x = 100$m. Con lo cual 60º es el ángulo con el que llega a destino la granada, en el mayor tiempo.

Respuesta correcta **b**.

Problema 2.

Pregunta 6

Ya que el agua está en un sistema de tuberías cerrado sin contacto con la atmósfera, la presión a considerar será sólo la dada por el sistema público de tuberías. De la ecuación fundamental de la hidrostática, $p = \rho g h_{\text{max}}$, se despeja

$$h_{\text{max}} = \frac{p}{g\rho} = \frac{300\text{kPa}}{9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 30{,}61\text{m}$$

Respuesta correcta **d**.

Pregunta 7

Ya conocemos la altura máxima que se puede alcanzar con esa presión. Ahora necesitamos saber la presión dado que tenemos una altura... ¿menor? Son 6 pisos de 2,5m más la altura del tanque, $h = 6 \cdot 2{,}5\text{m} + 5\text{m} = 20\text{m}$. Efectivamente, la altura resulta ser menor que la máxima permitida.

La presión que necesitaremos será, por la ecuación fundamental de la hidrostática:

$$p = \rho g h = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20\text{m} = 196\text{kPa}$$

Respuesta correcta **b**.

Pregunta 8

Acá pensamos en la diferencia de alturas. Desde el planta baja, la canilla tiene 3 pisos y un metro por debajo de ella, o sea, $2{,}5\text{m} \cdot 3 + 1\text{m} = 8{,}5\text{m}$ y si la altura máxima del tanque es de 20m, la diferencia de alturas es $20\text{m} - 8{,}5\text{m} = 11{,}5\text{m}$. Como el sistema del agua sigue cerrado, la presión es sólo la debida a la columna de agua que hay por encima de la canilla, así que

$$p = \rho g \Delta h = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 11{,}5\text{m} = 112{,}7\text{kPa}$$

Respuesta correcta **c**.

Pregunta 9

Si la mezcla alcanza el equilibrio térmico, entonces $Q_f + Q_c = 0$ donde Q_f es el calor que transmite o recibe el agua fría y Q_c la caliente. La ecuación del calor es

$$Q = mC(T_f - T_i)$$

donde m es la masa del agua, C el calor específico del agua, T_f la temperatura final y T_i la inicial. En el problema, para el agua fría, $T_i = 22°C$ y para la caliente, $T_i = 76°C$.

Entonces, en el equilibrio térmico, la temperatura final es:

$$Q_f + Q_c = m_f \cdot C \cdot (T - 22°C) + m_c \cdot C \cdot (T - 76°C) = 0$$

Como la cantidad de agua fría es 1/3 de la cantidad total de agua (o sea, $m_f = m \cdot \frac{1}{3}$) y el agua caliente es 2/3 (o sea, $m_f = m \cdot \frac{2}{3}$), podemos sacar como factor común la masa total de agua

$$mC \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (T - 22°C) + \frac{2}{3} \cdot (T - 76°)\right] = mC \cdot [T - 58°C] = 0$$

que como $mC \neq 0$, llegamos a que $T = 58$°C.

Respuesta correcta **b**.

Pregunta 10

Como el barquito flota, podemos asegurar que el peso y el empuje son iguales. Dada la densidad de un cuerpo, la masa de dicho es $m = \rho V$ y por lo tanto el peso del barquito es $P = \rho_{barquito} \cdot V \cdot g$. El empuje, según Arquímedes, es el peso del líquido desalojado, que se calcula como $E = \rho_{agua} \cdot V_{desalojado} \cdot g$. De la igualdad de estas fuerzas se obtiene

$$\rho_{barquito} \cdot V = \rho_{agua} \cdot V_{desalojado} = \rho_{agua} \cdot \frac{3}{4} V$$

porque el volumen desalojado es igual al volumen del barquito que se encuentra hundido. Así,

$$\rho_{barquito} = \frac{3}{4} \rho_{agua} = \frac{3}{4} 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 750 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$$

Respuesta correcta **a**.

10^{ma} OMF - Nivel inicial

Grilla de respuestas correctas

Problema	Pregunta	a	b	c	d	e
1	1					X
	2				X	
	3	X				
	4			X		
	5		X			
2	6				X	
	7		X			
	8			X		
	9		X			
	10	X				