11ra Olimpiadas Metropolitanas de Física

Nivel avanzado

Prueba de opciones múltiples

- Chequee que el nivel de su prueba sea adecuado.
- No se pueden usar libros ni apuntes.
- La prueba dura un total de 3 horas.
- Cada respuesta correcta suma 1 punto
- Los problemas de opción múltiple representan un 60 % del puntaje total.
- Complete y entregue la grilla de respuestas entregada

Problema 1. Un poco de física médica

De aquí en más nos sumergiremos en la física de una maravilla de la tecnología médica: un acelerador lineal clínico. Estos sofisticados aparatos son utilizados en hospitales y clínicas para hacer radioterapia, una técnica muy estudiada para tratar distintos tipos de cáncer. Los físicos que utilizan los aceleradores lineales se forman específicamente en el área médica, haciendo una maestría en Física Médica, que los autoriza para trabajar junto a técnicos y médicos en el tratamiento de este tipo de enfermedades.

Simplificadamente, un acelerador lineal es un cañón de electrones que son acelerados por un campo electromagnético. Una vez que alcanzan cierta velocidad son desviados y chocan contra un material, emitiendo rayos X. Esta radiación es filtrada y colimada, de manera tal de formar un haz de rayos X uniforme, y recién luego de este proceso es utilizada para tratar el órgano afectado.

Los electrones que impactan contra el blanco deben ser muy energéticos, de manera de trasmitir suficiente energía como para generar rayos X. Al chocar contra el blanco, los electrones son desacelerados súbitamente y en consecuencia emiten su energía en forma de ondas electromagnéticas; este proceso se denomina *Bremsstrahlung* (radiación de frenado, en alemán).

Pregunta 1

Para acelerar los electrones antes del impacto, los primeros diseños de aceleradores consistían en la aplicación de un campo eléctrico uniforme **E**, a lo largo de una cámara lineal de largo L. Si asumimos que los electrones parten del reposo y llegan al final de la cámara con una energía $\mathcal{E}$ y su velocidad alineada con la cavidad, ¿cuál debe ser el sentido y módulo del campo eléctrico para lograr dicha aceleración? **Datos:** carga q y masa m del electrón.

Extra: Una vez resuelto, piense en qué valores de voltaje son necesarios si $\mathcal{E} = 150\,\text{keV}$, lo cual nos da una idea de las razones por las cuales se descontinuó este modelo de acelerador.

a. El sentido de **E** es el mismo que el de la velocidad, y su módulo es $E = \dfrac{\mathcal{E}}{|q|L}$

b. El sentido de **E** es contrario al de la velocidad, y su módulo es $E = \dfrac{m\mathcal{E}}{|q|}$

c. El sentido de **E** es contrario al de la velocidad, y su módulo es $E = \dfrac{\mathcal{E}}{|q|L}$

d. El sentido de **E** es contrario al de la velocidad, y su módulo es $E = \dfrac{m\mathcal{E}}{|q|L}$

e. El sentido de **E** es el mismo que el de la velocidad, y su módulo es $E = \dfrac{m\mathcal{E}}{|q|L}$

Pregunta 2

Una de las razones por las que se utilizan rayos X para este tipo de tratamiento es que son muy energéticos, es decir, poseen una frecuencia muy alta, de aproximadamente 3×10^{18} Hz. Sabiendo que la velocidad a la que viajan en el vacío es de aproximadamente $c = 300{,}000{,}000\text{m/s}$, ¿de qué tamaño es su longitud de onda?

a. 1 femtómetro $= 10^{-15}$ m (el tamaño de un protón).

b. 1 angstrom $= 10^{-10}$ m (el tamaño típico de un átomo).

c. 1 centímetro $= 10^{-2}$ m (el tamaño de un mosquito).

d. 1 metro $= 1$ m (la altura promedio de un Hobbit).

e. 1 kilómetro $= 10^{3}$ m (la altura aproximada de las nubes más cercanas a la tierra).

Pregunta 3

La dosis de radiación entregada por el acelerador se mide en unidades de energía sobre masa Gy = J/kg (*Grays*), y en general los aceleradores trabajan en cGy $= 10^{-2}$ Gy (aunque a veces llegan hasta 100 cGy). A pesar de que durante la terapia se tienen todos los recaudos necesarios, hay pacientes que le temen a la radiación del acelerador y creen que pueden morir calcinados allí. No existe registro de que esto haya ocurrido nunca pero, para terminar de convencer a los más temerosos, es necesario hacerles las cuentas.

Supongamos que aplicamos una dosis de 1000 Gy (diez mil veces mas grande que la dosis usual) en una muestra de 100 g y otra 500 g de agua, ambas con un calor especifico $C = 4{,}1813\,\text{J/(g°C)}$. ¿Cual debería ser la variación de temperatura en cada caso? ¿Depende de la masa?

a. $\Delta T_{100\,\text{g}} = 2{,}391\,°\text{C}$ y $\Delta T_{500\,\text{g}} = 0{,}4783\,°\text{C}$. Depende de la masa.

b. $\Delta T_{100\,\text{g}} = 0{,}2391\,°\text{C}$ y $\Delta T_{500\,\text{g}} = 0{,}047\,83\,°\text{C}$. Depende de la masa.

c. $\Delta T_{100\,\text{g}} = 239{,}1\,°\text{C}$ y $\Delta T_{500\,\text{g}} = 239{,}1\,°\text{C}$. No depende de la masa.

d. $\Delta T_{100\,\text{g}} = 2{,}391\,°\text{C}$ y $\Delta T_{500\,\text{g}} = 4{,}783\,°\text{C}$. Depende de la masa.

e. $\Delta T_{100\,\text{g}} = 0{,}2391\,°\text{C}$ y $\Delta T_{500\,\text{g}} = 0{,}2391\,°\text{C}$. No depende de la masa.

Pregunta 4

Para determinar cuánta dosis de radiación debe suministrársele al paciente se utiliza un software específico, que controla al acelerador. Para poder detectar posibles fallas en el programa (concretamente, en el controlador), se debe calibrar el sensor interno del acelerador lineal. Para ello se utiliza un sensor externo que permite medir cuánta radiación llega a cada punto de la camilla. Para simular un paciente, aprovechamos nuestra alta composición de agua (aprox. 70 %) para colocar un material llamado *placa de agua* que tiene una densidad similar a la nuestra. El esquema es similar al de la figura 1. De esta manera, podemos saber cómo se modifica la radiación que llega al sensor externo cuando hay un paciente en la camilla (sin tener que utilizar un paciente real).

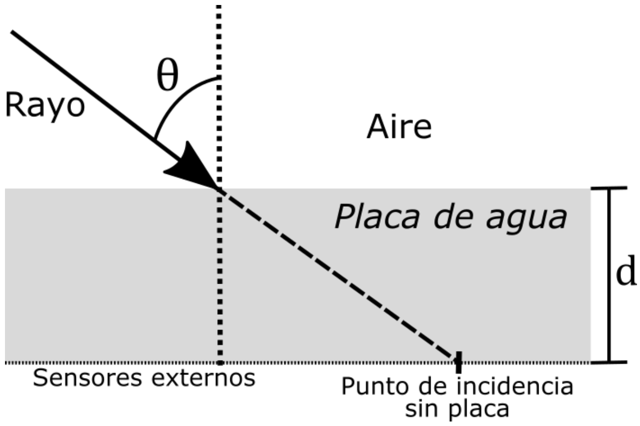

Figura 1: Esquema simplificado de la prueba de calibración

La placa de agua consiste en una placa rectangular de espesor d e índice de refracción $n = 1{,}333$ a través de la cual pasan los rayos X antes de llegar al sensor externo. Los rayos X se comportan como luz (¡ambos son radiación electromagnética!), de modo que su recorrido se verá modificado por la presencia de la placa de agua. Si se asume que el índice de refracción del aire es 1 y el ángulo de incidencia de la radiación es $\theta = 30°$, ¿cuál será el corrimiento ΔL del punto de incidencia del rayo sobre los sensores respecto del caso sin placa?

a. $\Delta L = 0{,}40 \cdot d$

b. $\Delta L = -0{,}32 \cdot d$

c. $\Delta L = 0{,}56 \cdot d$

d. $\Delta L = 0{,}17 \cdot d$

e. $\Delta L = -0{,}35 \cdot d$

El denominado Centro Integral de Medicina Nuclear y Radioterapia de Bariloche construido por el INVAP posee dos aceleradores lineales como los mencionados en la Pregunta 1, y otro acelerador circular del tipo sincrotrón, el cual se utiliza para generar elementos radioactivos que son utilizados por equipos médicos sofisticados, sea en el diagnóstico médico o en radioterapia.

El ciclotrón, precursor del sincrotrón, es un acelerador de partículas circular que, mediante la aplicación combinada de un campo eléctrico oscilante y otro magnético, consigue acelerar los iones haciéndolos girar en órbitas de radio y energía crecientes. El ciclotrón logra evitar las dificultades de acelerar iones utilizando la diferencia de potencial asociada a los campos eléctricos intensos al lograr, con la ayuda de un campo magnético, que las partículas pasen muchas veces a través del mismo campo eléctrico.

El ciclotrón consta de dos placas semicirculares huecas como se ve en la figura 2. A dichas placas se les aplican oscilaciones de alta frecuencia que producen un campo eléctrico oscilante en la región entre ambas. Como consecuencia, durante un semiciclo el campo eléctrico acelera los iones desde el espacio entre las placas hacia el interior de uno de los semicírculos, donde se les obliga a recorrer una trayectoria circular mediante un campo magnético y finalmente aparecerán de nuevo en la región intermedia. Esta vez, para que los iones ingresen en la otra placa, el campo eléctrico debe haber cambiado de sentido, para acelerar a los iones en sentido contrario y que vuelvan a ingresar a la primera placa.

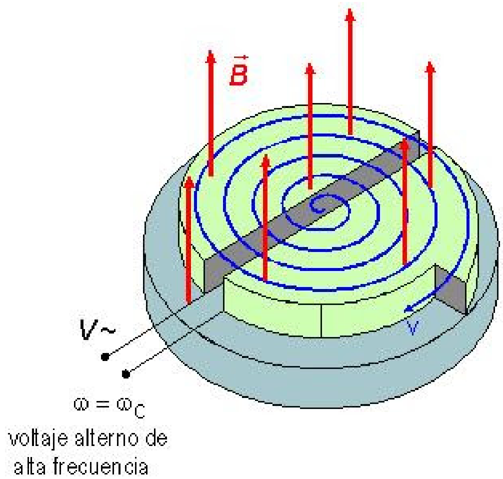

Figura 2: Esquema de funcionamiento de un ciclotrón, el precursor del sincrotrón. El campo magnético es uniforme y se aplica en la dirección perpendicular a la órbita de las partículas.

Pregunta 5

Las partículas se aceleran cada vez que atraviesan el campo magnético y describen una espiral cuyo radio aumenta hasta que emergen del acelerador. Sin embargo el proceso no puede continuar en forma ilimitada pues la partícula debe ser desviada en una trayectoria circular por el campo magnético **B**, saliente del plano de la figura. ¿Cuál es la máxima energía E que una partícula de carga q y masa m puede alcanzar si se sabe que el radio del ciclotrón es R, y cuál es la frecuencia f_c con la que debe cambiar de sentido el campo eléctrico para alcanzar esta energía?

a. $E = \frac{qBR}{m}$, $f_c = \frac{qB}{2\pi m}$

b. $E = \frac{q^2B^2R^2}{m}$, $f_c = \frac{qB}{\pi m}$

c. $E = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$, $f_c = \frac{qB}{2\pi m}$

d. $E = \frac{qBR}{2m}$, $f_c = \frac{qB}{\pi m}$

e. Dependen del voltaje aplicado entre las placas.

Pregunta 6

Otra aspecto a tener en cuenta es que la radiación, además de llegar al tejido enfermo, también llega a tejido sano, como por ejemplo la piel. Para evitar dañar el tejido sano los aceleradores modernos pueden girar 360 grados alrededor del paciente, evitando la exposición continua a la radiación emitida y repartiendo la dosis total en pequeñas cantidades en distintos ángulos.

Para simplificar los cálculos, supongamos que nuestro paciente es perfectamente cilíndrico y su radio es $R = 20\,\text{cm}$. Además, también que la radiación incide siempre en dirección a su centro. Si cada punto de piel absorbe $1{,}5\,\text{cGy/s}$ y el aparato irradia en un arco de que ilumina el aparato es de $L = 7\,\text{cm}$. ¿Cuál es la velocidad angular mínima con la que debe girar el aparato para no dañar la piel del paciente si la misma soportase $1\,\text{cGy}$ totales de exposición continua? En la figura 3 están representadas las variables cinemáticas y geométricas dentro de las suposiciones.

a. $\omega > 10{,}5\,\text{s}^{-1}$

b. $\omega < 0{,}23\,\text{s}^{-1}$

c. $\omega < 4{,}29\,\text{s}^{-1}$

d. $\omega < 0{,}53\,\text{s}^{-1}$

e. $\omega < 3{,}30\,\text{s}^{-1}$

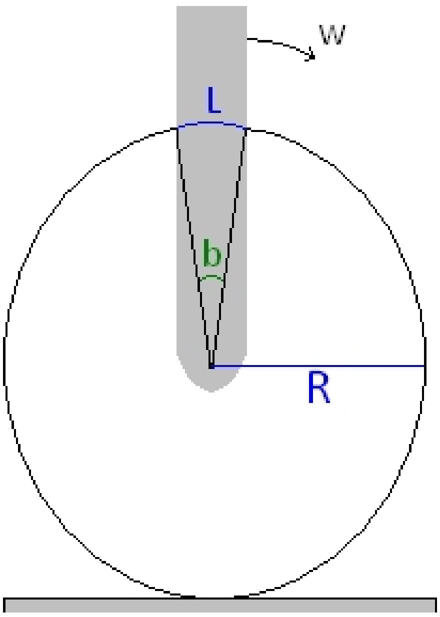

Figura 3: Esquema del aparato rotante.

Problema 2. La física de los parques de diversiones

Los parques de diversiones son, como su nombre lo indica, una alternativa divertidísima a la hora de salir con amigos, en familia, o incluso tomarse unas vacaciones. La mayoría de las atracciones en un parque están basadas en la adrenalina que nos dan las velocidades altas, caídas, choques, etc. Pero, lógicamente, las mismas razones por las que son tan divertidos los hacen potencialmente muy peligrosos, y es la física, como no podía ser de otra manera, la que provee las herramientas necesarias para la construcción de parques de diversiones seguros. En este problema vamos a estudiar algunos de los fenómenos físicos involucrados en las atracciones que pueden encontrarse en un parque de diversiones.

Comencemos considerando la atracción más famosa, la que uno asocia inmediatamente a los parques de diversiones: una montaña rusa. En la mayoría de los casos, los carros están desprovistos de cualquier sistema de frenado: el mismo está incorporado a la propia pista. Se le llama pista de frenado a todo tramo de la montaña rusa que esté diseñado para disminuir la velocidad del carro (o detenerlo). Las pistas de frenado pueden estar ubicadas en cualquier punto del recorrido, y cualquier montaña rusa tiene varios de ellos. Uno de sus principales propósitos es ajustar la velocidad de los carros en determinados tramos para evitar colisiones cuando hay más de uno recorriendo el circuito.

Pregunta 7

En un determinado tramo de una montaña rusa se tiene un descenso desde una altura h seguido de una parte llana, donde hay una pista de frenado como se ve en la figura 4. La misma tiene un largo l y un coeficiente de rozamiento dinámico μ. En cualquier otro lugar del recorrido el rozamiento es despreciable. Un carrito ubicado en la parte alta viene con una velocidad v_0 e inicia el descenso. ¿Qué velocidad tiene el carro al salir de la pista de frenado? **Datos:** $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, $v_0 = 30\,\mathrm{km/h}$, $\mu = 0{,}5$, $l = 10\,\mathrm{m}$, $h = 15\,\mathrm{m}$.

a. $v = 0\,\mathrm{m/s}$

b. $v = 8{,}33\,\mathrm{m/s}$

c. $v = 16{,}29\,\mathrm{m/s}$

d. $v = 765\,\mathrm{m/s}$

e. Ninguna de las anteriores

En las montañas rusas, además, se suele encontrar un rulo o *loop* por el que pasan los carritos, quedando en algún punto completamente boca abajo. Estos rulos no son circulares, pese a que uno siempre se los imagina así, y a continuación intentaremos responder por qué.

Supongamos que tenemos una montaña rusa con un *loop* circular de radio R como indica la figura 5. El carrito de masa m se mueve a una velocidad v y su posición en el *loop* está dada por el ángulo θ.

Esa sensación de compresión contra el asiento del carrito que sentimos al recorrer el *loop* es la respuesta de nuestro cuerpo (igual y opuesta) a la aceleración centrípeta y a

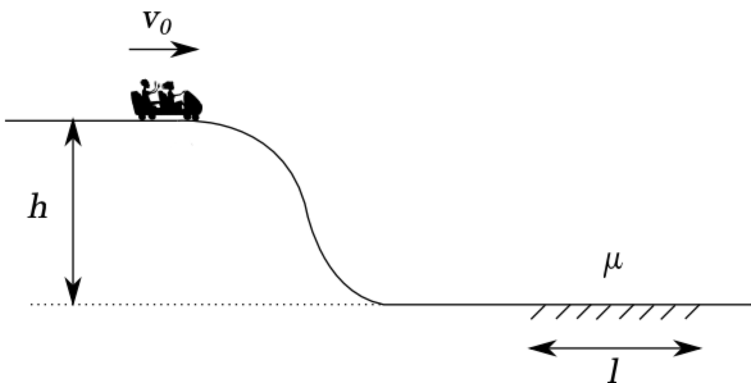

Figura 4: Esquema de la montaña rusa y la pista de frenado

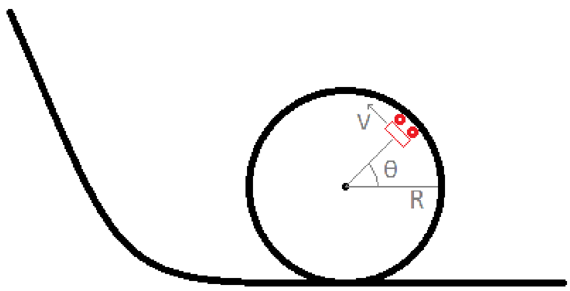

Figura 5: Esquema del rulo o *loop* de la montaña rusa.

la aceleración gravitatoria (peso). Por otro lado, en cualquier punto del *loop*, la fuerza normal que experimenta el carrito está dada por una combinación de la fuerza centrípeta y la componente radial del peso ($mg \sin\theta$).

Pregunta 8

En general, los carritos de las montañas rusas no poseen ningún motor propio. Por lo tanto, la velocidad v en cualquier punto del recorrido está determinada por qué tan alto partió el carrito originalmente. Consideraremos el caso en el que el carrito parte desde una altura tal que en el punto más alto del *loop* tiene la mínima velocidad v_{min} que le permite no caerse. Midiendo los ángulos como en la figura, el punto más bajo del *loop* estará ubicado en $\theta = 3\pi/2$, y el más alto en $\theta = \pi/2$.

¿Cuánto vale la fuerza normal que experimenta el carrito en los siguientes puntos del trayecto del carrito: 1) un instante antes de entrar en el *loop*; 2) un instante después de haber entrado en el *loop*, cuando todavía se encuetra en la parte inferior; 3) en el punto más alto del *loop*; 4) en la parte inferior, todavía dentro del *loop*, y 5) una vez que salió del *loop*?

a. $0 \to 5mg \to mg \to 5mg \to 0$

b. $mg \to 5mg \to 0 \to 5mg \to mg$

c. $0 \to 6mg \to mg \to 6mg \to 0$

d. $mg \rightarrow 6mg \rightarrow mg \rightarrow 6mg \rightarrow mg$

e. $mg \rightarrow 6mg \rightarrow 0 \rightarrow 6mg \rightarrow mg$

Como podemos ver, los pasajeros experimentan una aceleración y desaceleración muy brusca en algunas partes del *loop*, que excede lo que se considera seguro y divertido. Este es el motivo por el cual los *loops* de las montañas rusas no son circulares. En cambio, se utiliza una curva que somete a los pasajeros a una aceleración constante a, cuyo radio R, a una altura h y en el punto θ, está dado aproximadamente por la ecuación

$$R = \frac{v_0^2 - 2gh}{a - g\,\mathrm{sen}\,(\theta)},$$

donde v_0 es la velocidad del carrito un instante antes de ingresar al *loop*.

Pero bueno, suficiente sobre las montañas rusas que, aunque son ciertamente las atracciones más famosas de los parques de diversiones, no son las únicas. Hay muchos juegos que, para generar sensaciones diferentes y divertidas en los participantes, hacen uso de sistemas rotantes, y de las fuerzas no incerciales que aparecen en ellos.

Cuando un cuerpo está un sistema rotante, experimenta una serie de fuerzas debidas a los llamados efectos de inercia. Estas fuerzas se deben, como su nombre lo indica, a que la inercia del cuerpo se opone al cambio de dirección del movimiento. La más famosa de ellas es, probablemente, la fuerza centrífuga, que hace que un cuerpo que se encuentra en un movimiento giratorio se aleje del centro en la dirección radial. Esta fuerza depende de la distancia del objeto al centro de la curva (r) y de la velocidad con la que gira el sistema (ω), y de la masa m es la masa del objeto.

Pregunta 9

El juego de las **sillas voladoras** consiste en una plataforma circular de radio R que rota sobre un poste de una cierta altura. Sobre el borde de la plataforma se encuentran colgados, a través de una soga de longitud ℓ, unos asientos. Una vez que los participantes se hayan sentado en los asientos, la plataforma empieza a girar y por acción de la fuerza centrífuga, la silla comienza a apartarse del poste sobre el cual rota la plataforma. Una vez que la velocidad de rotación de la plataforma se vuelve constante, la silla queda en equilibrio, formando un ángulo θ entre la soga y el eje vertical. Si se desea que este ángulo sea $\theta = \theta_0$, ¿a qué velocidad angular ω debe girar la plataforma? **Datos:** $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, $\theta_0 = 60°$, $R = 5\sqrt{3}\mathrm{m}$ y $\ell = 4\,\mathrm{m}$.

a. $\omega = \sqrt{1{,}4}\,\mathrm{s}^{-1}$

b. $\omega = 1{,}4\,\mathrm{s}^{-1}$

c. $\omega = 1{,}16\,\mathrm{s}^{-1}$

d. $\omega = 2{,}21\,\mathrm{s}^{-1}$

e. Es necesario conocer la masa del pasajero para poder calcular ω.

Pregunta 10

En los juegos de los parques de diversiones se busca generar una sensación de peligro al someter a los visitantes a aceleraciones y velocidades extraordinarias. Una de las atracciones más sencillas y efectivas para experimentar estas sensaciones es un *bungee* **invertido**: éste cuenta con una plataforma sujeta a dos cuerdas elásticas sujetas a su vez a dos columnas de altura h_c y distancia horizontal $2L = 20\,\text{m}$, como se ve en la figura.

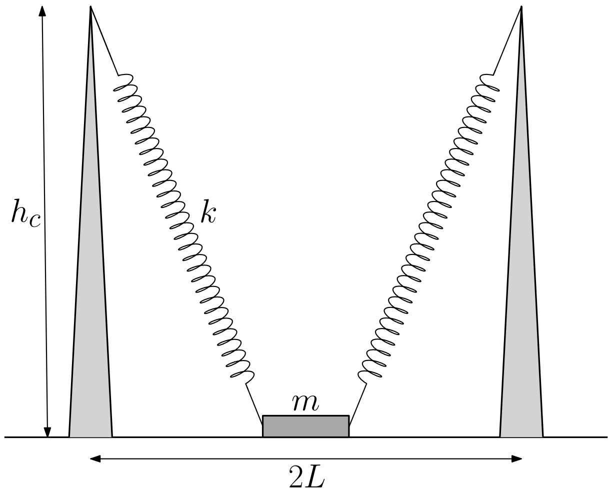

Figura 6: Esquema del *bungee* invertido.

Al principio se desciende la plataforma hasta el nivel del suelo estirándose las cuerdas elásticas. Posteriormente se sujeta a los pasajeros a la plataforma y se la deja ascender libremente. Una de las promesas del juego es que recorre una distancia vertical total $H = 110\,\text{m}$ (desde el punto más bajo al punto más alto de la trayectoria). Calcule qué altura mínima h_c deben tener las columnas para que la promesa se cumpla. Considere que las cuerdas elásticas siguen la ley de Hooke, presentan una constante elástica $k = 60\,\text{N/m}$ y longitud natural despreciable, y que la suma de las masas de la plataforma y los pasajeros es $m = 200\,\text{kg}$. **Ayuda:** Noten que todas las fuerzas presentes son conservativas.

a. $h_c \simeq 72\,\text{m}$

b. $h_c \simeq 88\,\text{m}$

c. $h_c \simeq 55\,\text{m}$

d. $h_c \simeq 126\,\text{m}$

e. $h_c \simeq 110\,\text{m}$