Salto con Garrocha

En el salto con garrocha, el atleta debe superar una barra horizontal a una altura H y para ayudarse en el salto cuenta con la *garrocha* o pértiga, que es una barra de fibra de vidrio con un comportamiento elástico.

En la técnica del salto, el atleta (que consideraremos con una masa $m = 70\,\text{kg}$) toma la garrocha unos centímetros antes del final de la misma, efectúa una carrera hacia la barra, clava la punta de la pértiga en un cajetín metálico situado en el suelo y salta hacia adelante y arriba doblando la pértiga.

A continuación trataremos este tema con distintas aproximaciones.

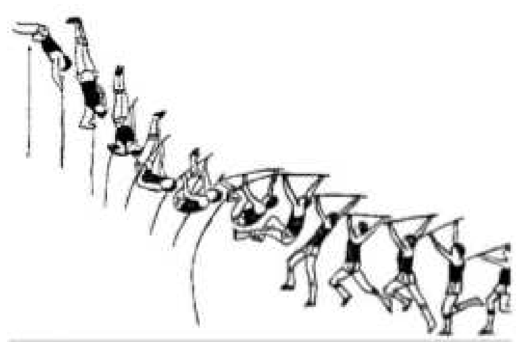

Figura 1: Salto del atleta

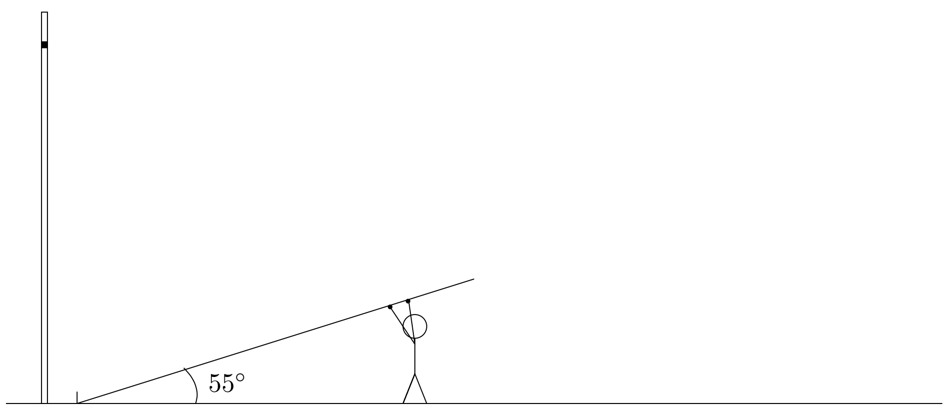

Figura 2: Esquema del salto con garrocha

a. El objetivo de la pértiga es redirigir la velocidad horizontal que adquirió al correr, hacia una velocidad vertical. En un caso ideal, se podría redirigir efectivamente toda la velocidad horizontal en vertical. Suponiendo que un atleta alcanza una velocidad aproximada de 10 m/s en el momento en el que clava la garrocha y que su centro de masa cuando está de pie está a 1 m respecto del piso, ¿cuál es la altura máxima que alcanzaría en el salto? Considerando que puede conseguir aproximadamente un 20 % de energía extra durante el salto en sí, cuál es la nueva altura máxima.

Como consideramos que la energía se conserva, tenemos

$$mgH_0 + \frac{1}{2} m\, v_0^2 = mgH$$

donde H_0 es la altura inicial del centro de masa respecto del piso y H es la altura máxima. Despejando de aquí H obtenemos

$$\begin{aligned} H &= H_0 + \frac{v_0^2}{2g} \\ &= 6\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Si agregamos un 20 % de la energía cinética que puede adquirir durante el salto, la ecuación anterior resulta

$$\begin{aligned} H &= H_0 + 120\,\% \frac{v_0^2}{2g} \\ &= 7\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

b. **Ver video** Además de la fuerza gravitatoria que se ejerce sobre el atleta, ejerce cierta fuerza la pértiga. Considere a esta fuerza como la necesaria para redirigir toda la velocidad horizontal en vertical durante el tiempo del salto. ¿Cuánto vale, aproximadamente, esta fuerza en promedio? Explique paso por paso sus consideraciones para calcular esta fuerza.

Para calcular esta fuerza, básicamente lo que haremos es calcular el cambio en la cantidad de movimiento dividido el tiempo que estuvo actuando la fuerza. Este tiempo se debe estimar del video como el tiempo que transcurre desde que se clava la pértiga en el cajetín hasta que el atleta se suelta, $\Delta t \approx 1{,}5\,\mathrm{s}$. Para el cambio en la cantidad de movimiento, debemos calcular el cambio en la velocidad. Como ésta cambia de horizontal a vertical sin variar su módulo, la variación es la hipotenusa de el triángulo rectángulo que se forma, $\Delta v = \sqrt{2} v_0$. Así, resulta

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{2}\frac{m\,v_0}{\Delta t} \\ &\approx 700\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

c. El récord mundial de salto con garrocha es de 6,14 m, menor a la altura máxima de las calculadas en el punto **a.**. Tratemos ahora de ver cómo se pierde y gana energía durante el salto. Para ello, consideremos la pértiga como un elemento perfectamente rígido. Al clavar la pértiga en el cajetín, cierta parte de la velocidad inicial se pierde en el choque. Suponiendo que el atleta clava de acuerdo a los datos en la figura 2, calcule la nueva altura máxima y qué porcentaje de la energía se pierde en el choque, dejando en claro cómo calculó la velocidad inmediatamente después de clavar la pértiga.

Debido a la conservación del momento angular respecto del punto de apoyo de la pértiga (el cajetín), luego del choque la velocidad es sólo la tangencial. Esta velocidad es la proyección sobre el ángulo de impacto, $v_t = v_0 \,\text{sen}\alpha$. Así, la ecuación de la energía queda

$$mgH_0 + 120\,\% \frac{1}{2} m\, v_0^2 \,\text{sen}^2\alpha = mgH$$

Luego, despejando la altura, queda

$$\begin{aligned} H &= H_0 + 120\,\% \,\text{sen}^2\alpha \frac{v_0^2}{2g} \\ &= 5\,\text{m} \end{aligned}$$

Nota: Se considera correcto también si se aplica el 20 % extra antes de que la energía disminuya por efecto del choque.

d. En realidad, la pértiga es un elemento elástico, de modo que no se pierde tanta energía como la calculada en el punto anterior. Para dirigirnos a esta nueva situación, trataremos a la pértiga como un resorte de constante k. En este caso, en una situación ideal, no se pierde energía al clavar la pértiga en el cajetín. La trayectoria del centro de masa es la que se muestra en la figura 3. En el punto A ($h = 1\,\mathrm{m}$) podemos considerar que el resorte está comprimido verticalmente. Considerando que la altura máxima a la que llega el atleta es de 5,04 m, ¿qué porcentaje de la energía inicial está almacenada en la pértiga? Calcule la constante elástica del resorte y la fuerza máxima que éste ejerce sobre el atleta.

Como luego del punto mínimo de la trayectoria, se considera toda vertical, la velocidad horizontal en ese punto es nula. Al ser el punto mínimo, la velocidad vertical también es nula, de modo que no hay energía cinética. Así, toda la diferencia de energía gravitatoria se acumula en la energía del resorte. De este modo

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{res}} &= mg(H - h) \\ &= 2800\,\mathrm{J} = 80\,\%\,E_{\mathrm{inic}} \end{aligned}$$

Como la energía acumulada en el resorte es $E = 1/2\,k\,(x - x_0)^2$, despejamos del resultado anterior y resulta

$$\begin{aligned} k &= 2\frac{E_{\mathrm{res}}}{(L_0 - L)^2} \\ &= 350\,\mathrm{N/m} \end{aligned}$$

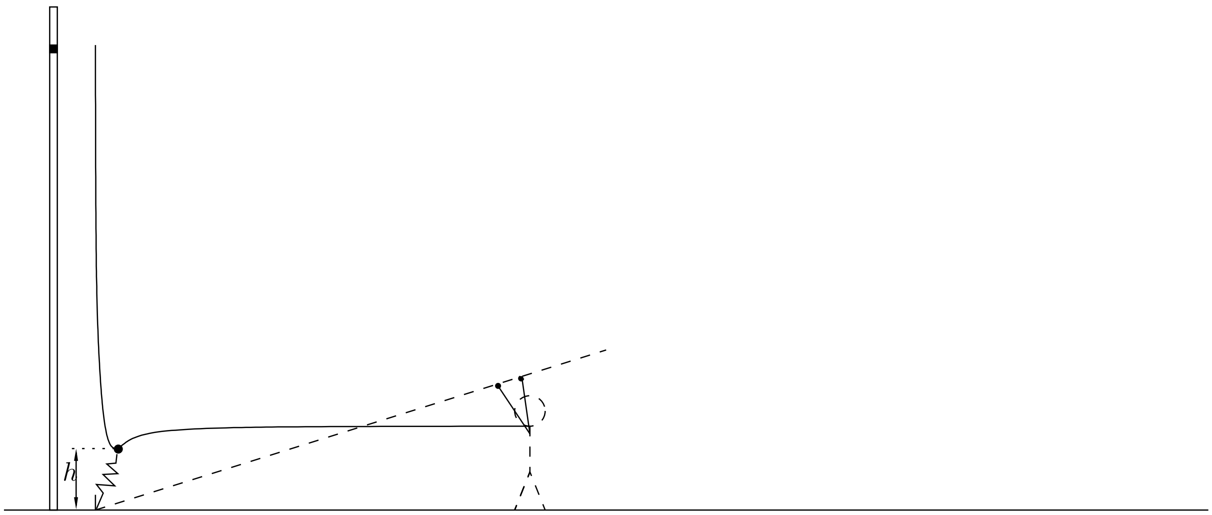

Figura 3: Trayectoria aproximada del atleta