Resolución

Problema 1

Pregunta 1

Dori está 15 m detrás de él y dos metros a la derecha. Pero Dori sólo se mueve en dirección Sur-Norte, mientras que Nemo en dirección Sur-Norte, con una pequeña deriva hacia el Este. Es decir que si se encuentran, significa que Nemo recorrió esos dos metros. Entonces dada que la velocidad de deriva es

$$v_{\text{deriva}} = 0,3\,\text{km/h} = 0,83\,\text{m/s},$$

el tiempo para el encuentro será

$$\Delta t = 2\,\text{m}/v_{\text{deriva}} = 24s.$$

Respuesta: c

Pregunta 2

Acá hay que usar la ecuación horaria para el MRUV

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \tag{1}$$

o, considerando solamente las variaciones,

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{a}{2}\Delta t^2 \tag{2}$$

pero hay que tener mucho cuidado qué reemplazamos en cada lugar. El objetivo de este problema es despejar la aceleración, por lo que lo primero que hay que responder es cuánta distancia tiene que recorrer el papá de Nemo. Estaba en el mismo lugar que Dori, así que ya estaba a 15 m. Pero después Dori y Nemo recorrieron 33, 3 m (la velocidad Sur-Norte de Nemo por 24 s), así que en total es $\Delta x = 48,3\,\text{m}$.

Respecto al tiempo que le lleva hacer el recorrido, son los 24 s que tarda Dori, más los 7 s después que llega menos los 1,2 s que demora en arrancar, por lo que es

$$\Delta t = 24\,\text{s} + 8\,\text{s} - 1,2\,\text{s} = 30,8\,\text{s}$$

Reemplazando en la ecuación 2 y despejando para la aceleración a, se obtiene

$$a = 0,1\text{m/s}^s$$

.

Respuesta: a

Problema 2

Pregunta 3

Primero, por una cuestión de costumbre en la física, se plantea el problema general y después se resuelve para cada caso en particular. Uso $g = 9,8m/s^2$. Para empezar, los ejes x e y se elije de la forma típica para los problemas de plano inclinado (x paralelo a la pista e y perpendicular). De esta forma, las ecuaciones de Newton quedan de la siguiente forma, siendo α el ángulo entre la pista y la horizontal:

$$ma_x = mg\,\mathrm{sen}(\alpha) \tag{3}$$

$$ma_y = -mg\cos(\alpha) + N \tag{4}$$

En cada caso habrá que ver el valor de α y la longitud de la pista para poder sacar la duración del recorrido. En realidad, $a_y = 0$, por lo que de 4 se puede despejar la normal N, aunque esa información no es necesaria para resolver el problema. También se desprende que la masa m de cada una de las amigas no es un dato relevante en el problema.

El caso de Ana es el más fácil y por eso se resuelve primero. El ángulo de la pista es $\alpha = \pi/4$ (45°) y la longitud, por el teorema de Pitágoras o trigonometría es $L = 141,42\,\mathrm{m}$. Entonces, la aceleración, despejando de la ecuación 3, es

$$a_a = 6,93\,\mathrm{m/s^2}.$$

Usando la ecuación horaria para el MRUV:

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \tag{5}$$

y además la velocidad en función del tiempo corresponde a

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \tag{6}$$

Y reemplazando $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ (sale del reposo), $t_0 = 0$, se obtiene

$$x(t) = 3,46\,\mathrm{m/s^2}\ t^2.$$

Finalmente, para la posición final $x = 141,42\,\mathrm{m}$, se obtiene

$$t_a = 6,39\,\mathrm{s}.$$

El caso de Laura es más complejo y conviene dividirlo en cada tramo. Para el primer tramo, α cumple la relación

$$\tan(\alpha) = \frac{H - \frac{H}{3}}{\frac{H}{3}} = 2$$

por lo que la aceleración, despejando de la ecuación 3, es

$$a_{l_1} = 8,77\,\mathrm{m/s^2}.$$

La longitud de ese tramo, usando nuevamente el teorema de Pitágoras, es $L = 74,54$m. Reemplazando en la ecuación horaria de forma similar a la anterior, se obtiene que el tiempo que le lleva a Laura hacer ese tramo es

$$t_{l_1} = 4,12s$$

Para el segundo tramo, α cumple la relación

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{H}{3}}{H - \frac{H}{3}} = 1/2$$

por lo que la aceleración es

$$a_{l_2} = 4,38\,\mathrm{m/s^2}.$$

La longitud es la misma que para el primer tramo. Sin embargo, ya no es $v_0 = 0$, sino que ya viene con velocidad del primer tramo es, que podemos deducir de la ecuación 6 sabiendo que en el primer tramo sale del reposo,

$$v_0 = a_{l_1} t_{l_1} = 8,77\,\mathrm{m/s^2}\ 4,12\,\mathrm{s} = 36,13\,\mathrm{m/s}.$$

Una última salvedad: se puede usar $t_0 = 4,12\,\mathrm{s}$ ó no. En el primer caso, el resultado ya es el tiempo que tarda en hacer todo el recorrido de la pista. Si no se usa t_0 , es únicamente el tiempo que tarda en hacer ese tramo y para saber el tiempo total hay que sumarle el resultado del primer tramo. La ecuación horaria (ecuación 5) queda entonces

$$x(t) = 36,13\,\mathrm{m/s}\ (t - 4,12\,\mathrm{s}) + 2,19\,\mathrm{m/s^2}(t - 4,12\,\mathrm{s})^2$$

Reemplazando $x = 74,54\,\mathrm{m}$ y resolviendo para t, se obtiene

$$t_{l_t} = t_{l_1} + t_{l_2} = 5,97s$$

Respuesta: b

Pregunta 4

Hay una manera corta y sencilla de hacer este problema, o una larga a partir del desarrollo anterior. La forma sencilla es usar la conservación de la energía mecánica. Como en ninguna de las dos pistas hay rozamiento, y la energía gravitatoria inicial es la misma para las dos amigas, la energía cinética final tiene que ser la misma para las dos. Con este razonamiento ya alcanza para afirmar que la respuesta correcta es la c, ya que el problema no pide el valor de la velocidad. La otra forma implica usar cinemática y los resultados del desarrollo anterior. Se puede calcular la velocidad con la que llega Ana

$$v_a = a_a t_a = 6,93\,\mathrm{m/s^2}\ 6,39\,\mathrm{s} = 44,28\,\mathrm{m/s}$$

y la velocidad con la que llega Laura (estando atentos a poner la aceleración y el tiempo de recorrido de cada tramo)

$$v_l = a_{l_1} t_{l_1} + a_{l_2} t_{l_2} = 8,77\,\mathrm{m/s^2}\ 4,12\,\mathrm{s} + 4,38\,\mathrm{m/s^2}\ (5,97 - 4,12)\,\mathrm{s} = 44,23\,\mathrm{m/s}.$$

Esta resolución puede introducir errores a partir de los redondeos de resultados, y llevar a creer que los valores no son iguales, cuando en realidad lo son. Para finalizar, es fácil ver que se llega al mismo resultado, pero mucho más rápido, usando la conservación de la energía

$$m\,g\,H = \frac{1}{2}mv^2$$

que, despejando para la velocidad

$$v = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2 \quad 9,8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad 100\,\mathrm{m}} = 44,27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Respuesta: c

Pregunta 5

Con el tiempo que tarda Ana y Laura en llegar al fin de la pista obtenemos la respuesta de la pregunta 3

$$\Delta t = t_a - t_{l_t} = 6,39\,\mathrm{s} - 5,97\,\mathrm{s} = 0,42\,\mathrm{s}$$

Respuesta: c

Problema 3

Pregunta 6

En el problema no hay rozamiento. Lo que significa la energía se va a conservar. Entonces la energía del cubito a una altura h va a ser la misma en ambas rampas. Calculemos la energía inicial (Eq.7)

$$E_i = mg2h \tag{7}$$

Y tiene que ser igual a la energía final E_f

$$\begin{gathered} E_f = mgh + \tfrac{1}{2}mv^2 = E_i = mg2h \\ v = \sqrt{2gh} \end{gathered} \tag{8}$$

Si reemplazo en la Eq.(8) por los datos del problema, el modulo de la velocidad es 1,71 m/s

Respuesta: d.

Pregunta 7

Ahora agregan rozamiento, que es una fuerza no conservativa. La masa parte del reposo en el punto D y finalmente llega el reposo en el punto E, por lo que se elije esos puntos para hacer el análisis, ya que no hay energía cinética.

La distancia recorrida por la masa en cada plano inclinado de la palangana es

$$\Delta d = \frac{h}{\mathrm{sen}(\alpha)}$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento en cada plano inclinado va a ser de esta forma

$$W = -\mu N d.$$

Es necesario notar que la fuerza de vinculo normal no es igual al peso, si no (para converse se puede usar un diagrama de cuerpo libre, o observar que los casos límites $\alpha = 0$ o $\alpha = \pi/2$)

$$N = mg\cos(\alpha).$$

Con esto reescribimos el trabajo no conservativo que sufre el hielito, igua a la suma del trabajo en el primer tramo, en la superficie plana y en el segundo plano

$$W = -\mu mg\left(h\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)} + H\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)} + d\right)$$

Como ya se dijo el estado final sólo tiene energía potencial, así como el estado inicial de reposo. Con esta información se plantea la diferencia de energía mecánica

$$\Delta E = E_p^f - E_p^i = mgH - mgH = W_{NC} = -\mu mg\left(h\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)} + H\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)} + d\right)$$

Ahora podemos despejar la altura H de la ecuación anterior, obteniendo

$$H = h\,\frac{1-\mu\dfrac{cos(\alpha)}{sen(\alpha)}}{1+\mu\dfrac{cos(\alpha)}{sen(\alpha)}} - \frac{\mu d}{1+\mu\dfrac{cos(\alpha)}{sen(\alpha)}} = 4,22\,\mathrm{cm}$$

Respuesta: b.

Pregunta 8

En este problema se debe considerar el sistema hielito+masa, para no calcular el trabajo generado por la fuerza de tensión. Consideramos que la soga hace que la velocidad del hielito es igual a la de la masa en todo momento, es decir soga inextensible. Como ya se encontró antes, existe un rozamiento, por lo que la energía mecánica *no* se conservará. Aún así se desprecia cualquier rozamiento con el aire de la masa colgante.

De esta forma el trabajo no conservativo es igual al que siente el hielito en un de los planos inclinados

$$W = -\mu mgh\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)}$$

con lo que la diferencia de energía mecánica queda

$$\Delta E = E_p^f + E_p^f - E_p^i = M\frac{v^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + mgh - MgH = -\mu mgh\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)}$$

Si despejamos de ahí la masa M finalmente nos queda

$$M = m\frac{gh\left(1+\mu\,\frac{\cos(\alpha)}{\mathrm{sen}(\alpha)}\right)+\frac{v^2}{2}}{gh-\frac{v^2}{2}} = 1,8\,\mathrm{kg} = 1800\,\mathrm{g}$$

Respuesta: c.

Problema 4

Pregunta 9

En el gráfico de T vs t se dan datos como para poder deducir una ecuación lineal y de esta manera ver a que tiempo se alcanzan los 300 °C.

$$T = T_0 + \frac{\triangle T}{\triangle t}t \tag{9}$$

En este caso T=300 °C, T_0=25 °C, ΔT=200 °C y Δt=45 min. Acá la dificultad radica en darse cuenta que se tiene que armar la ecuación de una recta y despejar el tiempo. De la Eq.(9) se despeja el tiempo que se tarda en alcanzar 300 °C.

$$t_{300} = \frac{495}{8}min \tag{10}$$

Averiguar los calores Q_1 y Q_2 a ese tiempo es una regla de tres simple o hacer la ecuación de la recta y reemplazar el tiempo por el valor de la Eq.(10).

$$Q_1 \mid_{t_{300}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}t \mid_{t_{300}} = \frac{460}{9}.\frac{495}{8} = 3162,5\,\mathrm{J} \tag{11}$$

$$Q_2 \mid_{t_{300}} = \frac{\triangle Q}{\triangle t}t \mid_{t_{300}} = \frac{320}{9}.\frac{495}{8} = 2200\,\mathrm{J} \tag{12}$$

Ahora se reemplaza los valores del calor calculados en las Eq.(11) y Eq.(12), en la siguiente expresión.

$$c = \frac{\triangle Q}{M\,\Delta T} \tag{13}$$

Donde c es el calor específico, ΔQ es la diferencia entre los calores calculados en las Eq.(11) y Eq.(12), M es la masa del cobre y ΔT es la resta entre la temperatura ambiente (25 °C) y la temperatura alcanzada (300 °C)

Finalmente operando en la Eq.(13), el calor específico da

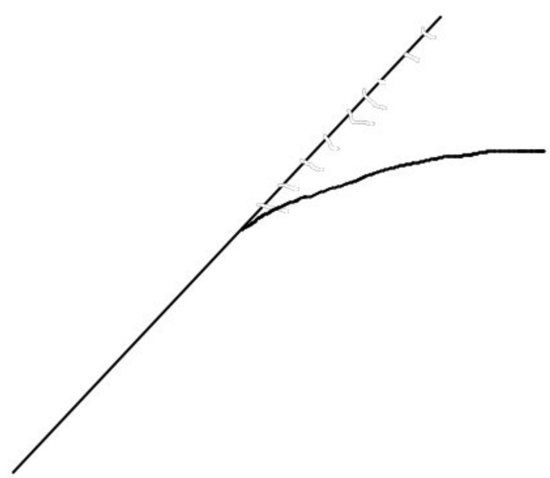
$$c = 0,39\,J/g^{\circ}C.$$

Respuesta: e

Pregunta 10

Para esta parte vamos a analizar un poco la expresión de la Eq.(13) y el gráfico de Q_1. La masa del cobre (M) permanece constante siempre y la diferencia entre las temperaturas (ΔT) va a aumentar proporcional con el tiempo. La opción de que el calor específico del recinto varié la descarto porque el calor del recinto de referencia, asumiendo que ambos recintos son iguales, varía de manera constante al pasar el tiempo, indicando que el calor específico del recinto donde ocurre el cambio de fase no varió.

Ahora si observamos el gráfico de Q_1 en la Fig.4 (en la hoja de problemas) y le hacemos zoom donde la curva se tuerce observamos lo siguiente:



Donde se puede ver que el aumento del calor en el recinto 1 disminuye (el calor sigue aumentando pero más lento que antes). El aumento de calor de la zona 2 sigue constante, por la tanto la diferencia de calor (ΔQ) disminuye. Luego el calor específico disminuye.

Respuesta: b.

Pregunta 11

Por último, se pide identificar la curva correspondiente a la transformación de fase sólido-líquido que experimenta el cobre a 1084°C. Teniendo en cuenta que la fusión es una transformación endotérmica, es decir es necesario agregar calor al sistema, se deduce que es necesario que la cantidad de calor entregada al recinto 1 aumente para permitir completar la transformación de fase mientras la temperatura aumenta linealmente.

La curva correcta es entonces la b, donde se puede ver además que la transformación de fase se extiende durante un lapso de tiempo correspondiente a un rango de temperaturas cercanas a 1084°C. La duración temporal de esta transformación se encuentra vinculada a la cinética de la transformación sólido-líquido (la transformación no se produce en forma instantánea en el seno del material).

Respuesta: b.

Problema 5

Pregunta 12

En este caso, es necesario remarcar que estamos buscando una situación de equilibrio, donde

$$\sum F = 0$$

El aire, aún siendo poco denso, produce un empuje siguiendo el principio de Arquimedes, con la siguiente expresión matemática

$$E = \rho g V,$$

siendo ρ la densidad del aire o fluido donde se sumerge y V el volumen desalojado. En este caso el volumen desalojado es igual al volumen de la aeronave entera. La otra fuerza descripta en la pregunta es la ley de Magnus, que sigue la siguiente relación funcional

$$F = \rho v \gamma$$

donde ya se explicó que es producto del movimiento relativo del avión al fluido, con una velocidad v, y una constante dimensional g y la densidad del fluido ρ.

De esta forma, la ley de Newton para el equilibrio nos quedará

$$E + F - P = \rho g V + \rho v \gamma - mg = 0$$

De ahí debemos despejar la densidad ρ, ya que los demás son *datos*.

$$\rho = \frac{mg}{/} gV + v\gamma = 0,98\,\mathrm{kg/m^3}$$

Se puede observar que la densidad que necesita el avión para volar a *alguna* altura ya es menor que la densidad del fluido propuesto (hidrato de metano) a nivel del mar, por lo que si hacer más cuentas el avión *no* puede volar.

Por consistencia hacemos el cálculo de la altura, considerando que la densidad disminuye $0,01$ kg/m^3 por cada 100 m, lo que nos da una velocidad de descenso de

$$v_\rho = \frac{0,01\,\mathrm{kg/m^3}}{100\,m} = 0,0001\,\frac{\mathrm{kg/m^3}}{m}.$$

Dada una velocidad uniforme de cambio de densidad, el problema es armar una ecuación lineal donde aparezca el cambio de altura, pero consideremos la altura del nivel del mar como de altura nula. Todo esto resumido es

$$\rho_f = \rho_i - v_\rho \cdot H$$

y despejando H obtenemos

$$H = \frac{\rho_i - \rho_f}{v_\rho} = -3805\,\mathrm{m}$$

Lo que implicaría que el avión se comporta como un submarino, en un caso ideal.

Respuesta: e.

Pregunta 13

La flotación de una embarcación en un fluido se produce si el volumen desalojado desalojado es menor que el volumen del barco. Para calcular ese volumen, partimos de un caso de equilibrio, es decir

$$\sum F = 0$$

donde las fuerzas que actuan son el empuje y el peso. Todo eso se condensa en

$$E + P = \rho g V - mg = 0$$

donde consideramos un sistema de referencia donde la fuerza de empuje es positiva (que eleva, como su nombre indica) y el peso es negativo. De ahí podemos despejar el volumen V desalojado (la densidad del fluido y la masa del barco son conocidas)

$$V = \frac{m}{\rho} = 19000\,\mathrm{m}^3$$

Para comprar con el volumen del barco, primero debemos calcularlo. El modelo propuesto es de una caja de zapatos, con altura, ancho y largo dados. El volumen, sencillamente, será

$$V_{\text{barco}} = \text{Ancho} \cdot \text{Alto} \cdot \text{Largo} = 51200\,\mathrm{m}^3$$

Finalmente para obtener el porcentaje de barco sumergido, que ya se observa *no* se hunde, se debe calcular la razón entre el volumen desalojado y el volumen del barco, pasada a porcentaje

$$\%\text{barco hundido} = \frac{V}{V_{\text{barco}}} = 0,37 = 37\,\%$$

Respuesta: a.

Pregunta 14

Nuevamente, para hacer este problema asumimos que a todo momento el barco está en equilibrio, y usamos el volumen derivado de la ley de Newton

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

El detalle es que la masa que ostenta el barco ahora será la masa original de dicha embarcación más la masa de agua que entró en el, es decir

$$m = m_{\text{barco}} + m_{\text{agua}}.$$

Para saber cuál es la masa de agua necesaria para hundir el barco, se considera que el volumen desalojado es igual al volumen del barco

$$V_{\text{barco}} = \frac{m}{\rho} = \frac{m_{\text{barco}} + m_{\text{agua}}}{\rho}$$

y despejando la masa de agua

$$m_{\text{agua}} = V_{\text{barco}}\,\rho - m_{\text{barco}} = 3,22 \times 10^7\,\text{kg}$$

Ahora, para calcular cuanto tiempo se tarda en llenar el barco con esa masa de agua, se debe empezar calculando el volumen que entra por hora de agua al barco. Primero, se sabe que la en una hora hay 50 cm más de agua. Esa altura se debe multiplicar por el ancho y el largo del barco, para obtener el volumen

$$\Delta V_{\text{hora}} = 0,5\,\text{m/hr} \cdot \text{ancho} \cdot \text{largo} = 1200\,\text{m}^3/\text{hr}$$

Para pasarlo a masa de agua se multiplica por la densidad del agua. Consideramos nuevamente una relación lineal entre la masa de agua y el tiempo, con pendiente igual al cambio de masa por hora

$$m_{\text{agua}} = \Delta V_{\text{hora}}\rho\Delta t + m_{\text{agua}_i}$$

donde se sabe que no hay masa de agua inicial y se considera el tiempo inicial como nulo. Despejando de esa ecuación el tiempo se obtiene

$$t = \frac{m_{\text{agua}}}{\rho\Delta V_{\text{agua}}} = 20,1\,\text{hr}$$

Respuesta: e.

Pregunta 15

Aplicando los resultados del problema anterior uno puede deducir qué masa de agua hay dentro del barco cuando cambia la densidad, sabiendo que la masa inicial es

$$m_{\text{agua}_i} = 8,5\,\text{m} \cdot \text{Ancho} \cdot \text{Alto}\rho = 2,72 \times 10^7\,\text{kg}$$

y ahora la velocidad de bombeo es de 500 litros por minuto, es decir 500 kg por minuto. Si bombea por 15 minutos, entonces la masa en el estado final es

$$m_{\text{agua}} = m_{\text{agua}_i} - 500\,\text{kg}/min \cdot 15\,\text{min} = 2,72^7\,\text{kg}$$

La bomba de desagüe no es capaz de desalojar tanta agua tan rápidamente, por lo que el cálculo anterior es superfluo. El objetivo de hacer esta cuenta es darle magnitud a la cantidad de agua que debe desalojar. A continuación se debe calcular el volumen desalojado por esa masa, pero cambiando la densidad del fluido

$$V = \frac{m_{\text{barco}} + m_{\text{agua}}}{\rho_{\text{metano}}} = \frac{4,62^7\,\text{kg}}{890\,\text{kg/m}^3} = 51902\,\text{m}^3.$$

Ese volumen es mayor que el volumen del barco, que ya se calculó anteriormente, por lo que finalmente, el barco se hunde.

Respuesta: d.

Resultados

Pregunta	Respuesta
1	c
2	a
3	b
4	c
5	c
6	d
7	b
8	c
9	e
10	b
11	b
12	e
13	a
14	e
15	d