9$^{\text{na}}$ Olimpiadas Metropolitanas de Física

Problemas de opción múltiple

Nivel avanzado - Resolución

Resolución del Problema 1.

Pregunta 1

La resolución consiste en plantear la relación de fuerzas en los dos extremos libres de las cuerdas. Es decir la relación entre el peso de la carga y el peso total ubicado en el extremo opuesto del aparejo. Planteando los diagramas de cuerpo libre y las simplificaciones de soga inextensible y poleas sin masa, o bien teniendo conocimiento de que por cada polea móvil la relación de fuerzas es de $\frac{1}{2}$, se deduce la relación entre las fuerzas. Por cada $40N$ de carga, una fuerza de $10N$ aplicada en el extremo opuesto será suficiente para alcanzar el equilibrio. Dicha situación es la que se tiene cuando se nos informa que en la balanza ubicada debajo de la carga se lee cero. Ya que la tensión de la soga compensa el peso de la misma y por lo tanto la balanza deja de ejercer fuerza alguna.
Una vez conocida la relación de fuerzas, el peso que se usa para equilibrar la carga corresponde a la suma del recipiente más los pesos individuales de cada uno de los montículos. Si al volcar el trigésimo quinto volumen de arcilla la balanza ya no soporta el peso de la carga, eso significa que éste es mayor estricto que la suma de los 34 montículos y menor o igual al total representado por los 35 volúmenes.
La respuesta correcta es $23,42kg \cdot g_{Lularia} < P_{carga} \leq 23,76kg \cdot g_{Lularia}$, opción ***d*** .

Pregunta 2

La respuesta es $M_k = 0,5M_T$ y $g_k = 0,5g_T$. Para resolverlo hay que saber de donde se puede obtener el valor de al aceleración de la gravedad. Sabemos que como la bala queda orbitando en órbita circular alrededor del planeta la aceleración centrípeta que siente debe ser debida justamente a esa fuerza de gravedad. Entonces

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \tag{1}$$

Entonces, en primer lugar podemos obtener facilmente el valor del radio del planeta sabiendo que la circunferencia es de 40000km. De allí se obtiene un valor de radio de 6366km que es prácticamente el radio de la tierra. Como el radio de Kashyyyk y el de la tierra son aproximadamente el mismo, la relación de gravedades superficiales va a ser proporcional a la relación entre las masas de los planetas.

Por otro lado, se puede averiguar la velocidad con al que la bala permanece orbitando pues conocemos la fuerza que le aplicó Chewbacca III y el tiempo de duración del empuje, eso nos da un impulso que se convierte en cantidad de movimiento:

$$\begin{aligned} F\Delta t &= mv_f \\ \frac{28210N2s}{10kg} &= v_f = 5642\frac{m}{s} \end{aligned}$$

Hay que tener cuidado y pasar las unidades a mks, pues los km deben estar en metros para que todo tenga sentido.

$$a_c = g_k = \frac{5642\frac{m}{s}^2}{6366000m} = 5\frac{m}{s^2} \tag{2}$$

y vemos que nos da la mitad de la aceleración terrestre. Se puede de aca sacar por conclusion directa que la masa de Kashyyyk debe ser la mitad que la terrestre, pero para comprobarlo hagamos la cuenta:

$$a_c = g_k = 5\frac{m}{s^2} = \frac{GM}{R^2} \tag{3}$$

$$\frac{6366000m^2 * 5\frac{m}{s^2}}{6,67 * 10^{-11}} = 3 * 10^{24} \tag{4}$$

Y vemos que efectivamente es la mitad de la masa de la tierra!

Pregunta 3

Al agregar un nuevo cascabel, el punto de equilibrio se desplaza hacia una altura menor. Si definimos nuestro sistema de coordenadas de manera tal que la altura sea $y = 0$ en el nuevo punto de equilibrio, la altura inicial en este sistema es y_0 tal que el aumento de la fuerza del resorte debida al aumento de su elongación iguale al peso del nuevo cascabel,

$$k\ y_0 = m\ g, \tag{5}$$

donde k es la constante elástica del rulo y m, la masa del nuevo cascabel. Además, dado que el punto de equilibrio es el punto medio de la oscilación,

$$2y_0 = y_0 - y_{\text{mín}} = 12\ \text{cm}; \tag{6}$$

es decir, $y_0 = 6$ cm.

Por otro lado, la energía potencial total (gravitatoria más elástica) debe ser cuadrática con la altura. Sabiendo que la mínima energía potencial debe ser la del punto de equilibrio, respecto de dicho punto la energía potencial puede escribirse

$$U = \frac{1}{2}\ k\ y^2 + U_0, \tag{7}$$

donde U_0 es una constante cuyo valor no tiene relevancia física. Dado que a los cuatro cascabeles se los deja caer, su velocidad v es inicialamente nula y, en consecuencia, su energía cinética

$$K = \frac{1}{2}\ 4m\ v^2 \tag{8}$$

es también nula inicialmente (el 4 es por los cuatro cascabeles "idénticos"). Por conservación de la energía total, la máxima energía cinética debe ser

$$\frac{1}{2}\ 4m\ v_{\text{máx}}^2 = K_{\text{máx}} = U_{\text{máx}} - U_{\text{mín}} = \frac{1}{2}\ k\ y_0^2, \tag{9}$$

de lo cual se despeja

$$\frac{k}{m} = \frac{4\ v_{\text{máx}}^2}{y_0^2} = 100\ \frac{1}{\text{s}^2}. \tag{10}$$

Ahora despejamos g de la ecuación (5) y usamos el dato de (10) para obtener el resultado

$$g = \frac{k}{m}\ y_0 = 100\ \frac{1}{\text{s}^2} \times 0{,}06\ \text{m} = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \tag{11}$$

Pregunta 4

La respuesta correcta es $g_{Kepler452B} = 3,40\frac{m}{s^2}$ y $F^{NC} = 1,3N$. Se trata de una caída en un medio viscoso combinada con una colisión. De todos modos la resolución se reduce a un planteo energético. Y el evento de la colisión en sí misma no encierra mayor dificultad que la de extraer datos necesarios para el despeje del planteo energético.
La primera ecuación que plantearíamos sería la conservación de la energía $E_M^f - E_M^i = T^{NC}$ que reemplazando con las distintas cantidades quedaría expresada como

$$m \times g \times h_f + \frac{1}{2} \times m \times v_{\text{límite}}^2 - m \times g \times h_i = -F^{NC} \times \Delta h \tag{12}$$

En la ecuación anterior se tienen tres incógnitas: g, $v_{\text{límite}}^2$ y F^{NC} pues, si bien la altura desde donde se deja caer el objeto es desconocida, pueden agruparse los términos para reemplazar directamente la variación de altura.
Para poder despejar tres variables necesitamos tres ecuaciones. Necesitamos plantear dos situaciones más. Allí es donde es preciso considerar la colisión con la bandeja. Sabiendo la energía transferida puede inferirse la que tenía el objeto un instante antes de colisionar y vincularlo con la condición de movimiento en ese momento:

$$m \times g \times h_b + \frac{1}{2} \times m \times v_{\text{límite}}^2 = E_{\text{pre-colisión}} \tag{13}$$

donde $E_{\text{pre-colisión}} = 58,57J$. Dicha ecuación nos permite relacionar dos de las incógnitas (g y $v_{\text{límite}}$) sin agregar cantidades desconocidas.
Finalmente el impulso transferido por el objeto a la bandeja se vincula con el cambio en la cantidad de movimiento del primero. Conocido el impulso transferido, la masa y las velocidades inicial y final del objeto es posible despejar la velocidad final (que es la velocidad límite).

Resolución del Problema 2.

Pregunta 5

La potencia del circuito calentador es $P = I^2R = 90000\frac{\text{J}}{\text{s}}$, de modo que en un intervalo de tiempo Δt disipa una energía $E_\text{d} = P\Delta t = 90000\frac{\text{J}}{\text{s}}\Delta t$. Como sólo el 90 % de esta energía disipada se transmite al cesio, la energía absorbida por el cesio será de $E_\text{cesio} = 81000\frac{\text{J}}{\text{s}}\Delta t$. Como estamos suponiendo que el bloque de cesio no aumenta su volumen al aumentar su temperatura, entonces toda la energía absorbida tendrá el efecto de aumentar su temperatura:

$$E_\text{cesio} = m_\text{cesio}C_\text{cesio}\Delta T = 165600\text{J} \tag{14}$$

De modo que:

$$E_\text{cesio} = 165600\text{J} = 81000\frac{\text{J}}{\text{s}}\Delta t \tag{15}$$

Y por lo tanto $\Delta t \approx 2\text{s}$.

Pregunta 6

Sobre la primera lente incide un haz con foco en el infinito, que hará foco a una distancia focal f_1. Para que de la segunda lente salga un haz de rayos paralelos debemos coloca el foco objeto de la segunda en el foco imagen de la primera, por lo tanto la distancia entre ambas lentes es:

$$d = f_1 + f_2 \tag{16}$$

Ahora, como el haz que sale de la segunda lente es de rayos paralelos, el radio del haz inmediatamente antes que este es igual al radio final r_t. Por lo tanto, podemos utilizar la formula de aumento sobre la primera lente

$$M_T = \frac{y_t}{y_0} = -\frac{r_\text{t}}{r_\text{i}} \qquad M_T = -\frac{d-f_1}{f_1} = -\frac{f_2}{f_1} \tag{17}$$

donde usamos que la imagen sobre la segunda lente llega invertida. Entonces

$$f_2 = \frac{r_\text{t}}{r_\text{i}}f_1 \qquad d = \left(1 + \frac{r_\text{t}}{r_\text{i}}\right)f_1 \tag{18}$$

Reemplazando los datos $f_1 = 3\,\text{cm}$, $r_\text{i} = 4\,\text{mm}$ y $r_\text{t} = 2\,\text{mm}$ en (5), nos da que la respuesta correcta es:

$$f_2 = 1.5\,\text{cm y } d = 4.5\,\text{cm} \tag{19}$$

Pregunta 7

Como los capacitores están en serie $C_\text{eq} = C/N$, entonces:

$$Q = \frac{C}{N}V \tag{20}$$

Pregunta 8

El volumen del tanque es $V = \pi(R_\mathrm{t}^2 - R_\mathrm{c}^2)h$. Usando la ecuación de estado de los gases ideales, se puede ver que:

$$N = \frac{PV}{RT} \Rightarrow M_{\mathrm{SF}_6} = N m_{\mathrm{SF}_6} = \frac{\pi(R_\mathrm{t}^2 - R_\mathrm{c}^2)hP_\mathrm{f}}{RT_0} m_{\mathrm{SF}_6} \tag{21}$$

Reemplazando con los datos iniciales $R_\mathrm{t} = 3.8\,\mathrm{m}$, $R_\mathrm{c} = 1\,\mathrm{m}$ y $h = 35\,\mathrm{m}$, obtenemos el volumen del tanque $V \simeq 1478\,\mathrm{m}^3 = 1\,478\,000\,\mathrm{l}$. Usando que $T_0 = 293.15\,\mathrm{K}$, $P_\mathrm{f} = 10\,\mathrm{atm}$, la constante universal de los gases ideales vale $R = 0.082\,\mathrm{l\,atm/(mol\,K)}$ y $m_{\mathrm{SF}_6} = 146\,\mathrm{g/mol}$ encontramos la masa de gas:

$$M_{\mathrm{SF}_6} \simeq \frac{1\,478\,000\,\mathrm{l} \cdot 10\,\mathrm{atm}}{0.082\,\frac{\mathrm{l\,atm}}{\mathrm{mol\,K}} \cdot 293.15\,\mathrm{K}} \cdot 146\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \simeq 89\,757\,\mathrm{kg} \tag{22}$$

Pregunta 9

Usamos la ley de Lorentz:

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}\mathbf{E} \tag{23}$$

Suponiendo que el sistema de referencias empieza en la parte superior de la columna y apunta hacia abajo, tenemos:

$$h = v_0 t_\mathrm{f} + \frac{a}{2}t_\mathrm{f}^2 \Rightarrow t_\mathrm{f} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2ah}}{a} \tag{24}$$

Entonces,

$$v_\mathrm{f} = v_0 + at_\mathrm{f} = \sqrt{v_0^2 + 2\frac{q}{m}Eh} \tag{25}$$

Pregunta 10

Para resolver esto utilizamos la segunda parte de la ley de Lorentz:

$$mR\omega^2 = qv_0B \Rightarrow B = \frac{mv_0}{qR} \tag{26}$$

donde usamos que $v_0 = \omega R$.1