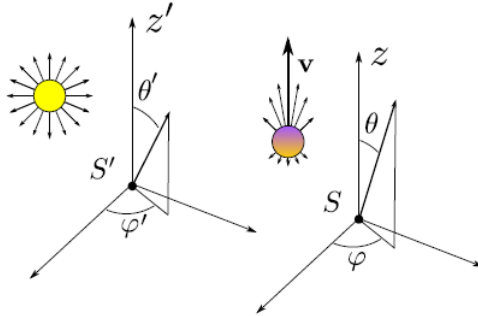


## Problemas adicionales de Relatividad.

- Problema 1: Una fuente de luz que está en reposo en el sistema  $S'$  emite, según las observaciones hechas en este sistema, luz de frecuencia  $\omega'$  en todas direcciones. La misma fuente es observada desde un sistema  $S$ , respecto del cual la fuente se mueve con velocidad  $\vec{v} = v\hat{z}$ .
  1. A partir de la transformación del cuadrivector número de onda  $k^\mu$ , encuentre la dirección de propagación en  $S$  de la luz que en  $S'$  se propaga en la dirección dada por los ángulos  $\phi'$  y  $\theta'$ . Encuentre las relaciones entre las siguientes funciones en los dos sistemas:  $\sin(\theta)$ ,  $\cos(\theta)$  y  $\tan(\theta/2)$ .
  2. Halle la relación entre los ángulos de propagación en los dos sistemas, pero esta vez a partir de las fórmulas de transformación de velocidades para una partícula que se mueve a velocidad  $c$ .
  3. La luz que en  $S'$  se emite según una cierta dirección y dentro de un ángulo sólido  $d\Omega' = \sin\theta' d\theta' d\phi'$  se propaga en  $S$  dentro de un ángulo  $d\Omega$ . Encuentre la relación entre  $d\Omega$  y  $d\Omega'$ .
  4. A partir de las fórmulas de transformación de  $k^\mu$ , encuentre la frecuencia  $\omega(\phi, \theta)$  de la luz que se propaga, según el sistema  $S$ , en la dirección determinada por los ángulos  $\phi$  y  $\theta$ .
  5. La distancia de la fuente al origen de  $S$  es mínima en  $t = 0$ , cuando toma el valor  $d$ . Grafique cualitativamente la frecuencia  $\omega_0(t)$  que registra un observador en el origen de  $S$  como función del tiempo. Indique con precisión los valores asintóticos de  $\omega_0$  cuando  $t \rightarrow \pm\infty$ , el instante de tiempo en que la luz llega al origen perpendicular al eje  $z$  y con qué frecuencia lo hace (Doppler transverso).



- Problema 2:(Experimento de Fizeau.) Un líquido transparente, que tiene índice de refracción  $n$ , real e independiente de la frecuencia, se mueve respecto al laboratorio con velocidad  $\vec{v} = v\hat{x}$ . Ondas electromagnéticas planas pueden propagarse dentro del líquido en la dirección  $\hat{x}$ , tanto a favor como en contra de la corriente.
  1. Encontrar la relación entre  $k$  y  $\omega$  en el sistema de laboratorio para las ondas que se propagan en el líquido, distinguiendo los casos en que las ondas viajan a favor y en contra de la corriente.
  2. A partir de la relación anterior, calcule la velocidad de propagación de las ondas en el sistema de laboratorio. ¿Es posible que la luz no logre remontar la corriente en el sistema de laboratorio?
  3. Demuestre que, a primer orden en  $v$ , la velocidad de las ondas en el sistema de laboratorio es:
 
$$u = \frac{c}{n} \pm v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$
  4. Suponga que el índice de refracción  $n$  depende de  $\omega$ . ¿Cómo se modifica, siempre a primer orden en  $v$ , el resultado del ítem anterior?
- Problema 3: Se tiene una onda plana que incide normalmente sobre un medio con índice de refracción  $n$ , que se mueve con velocidad  $\vec{v} = -v\hat{x}$ . El campo eléctrico es paralelo a la velocidad del dielectrico, teniendo modulo  $E'$ .
  1. ¿Para que valor de  $v$  no hay onda reflejada?
  2. Calcule la intensidad de la onda reflejada en función de  $v$ .