Física Cuántica

Juan Pablo Paz

Departamento de Física "Juan José Giambiagi"

FCEyN, UBA

http://www.df.uba.ar/~paz/borges/borges2006.html

CENTRO CULTURAL BORGES

MAYO 2006

Clases 1 & 2:
Objeto de estudio: Imanes en movimiento
Resultados de experimentos que muestran: 1) Indeterminismo, 2) Interferencia, 3) Entrelazamiento

Clase 3: a) Repaso: Usando las propiedades de los estados entrelazados demostramos que el indeterminismo no proviene de la ignorancia (o que las teorías ‘realistas locales’ contradicen la experiencia). b) Las ‘ondas de probabilidad’ (la receta cuántica para calcular probabilidades) c) La mecánica cuántica y la medición.

Clase 4: Resumen histórico. Qué dice (y qué no dice) la mecánica cuántica

Mecánica cuántica: rara por tres motivos

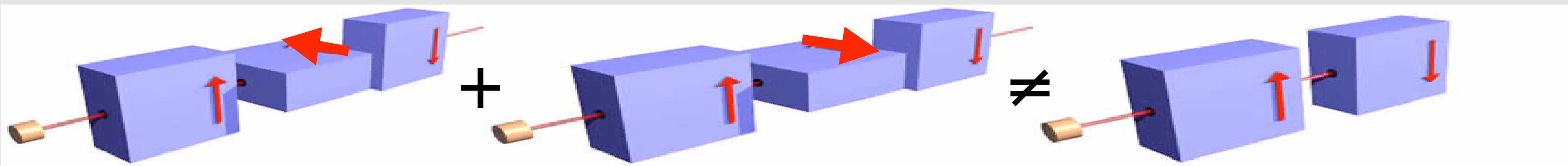
1) Indeterminismo

Experimentos idénticos pueden dar resultados diferentes

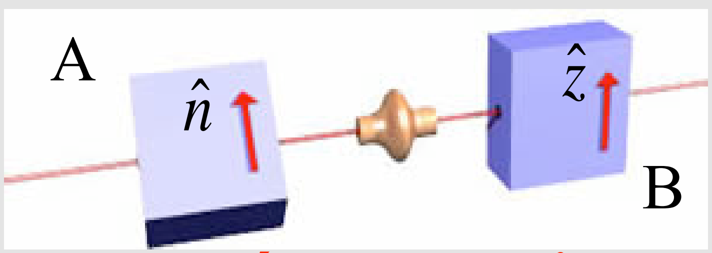
Sólo es posible predecir probabilidades

2) Interferencia

Las probabilidades de "eventos excluyentes" no se suman (ondas)



3) Entrelazamiento

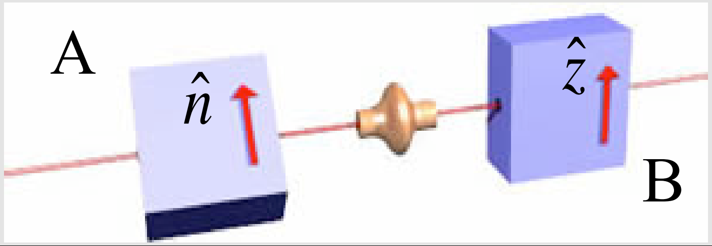


$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ \hat{n}\ si\ B\ pasa\ \hat{z}\right) = sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Las partes están correlacionadas. Las correlaciones se mantienen a distancia y son incompatibles con todas las teorías en las que el azar se origina en nuestra ignorancia

EXPERIMENTOS CON IMANES: PREDICCION CUANTICA

Es posible preparar estados "entrelazados" de dos imanes.

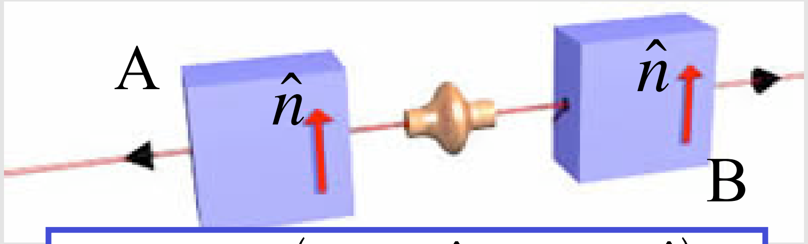


I) Si se separan los imanes y se mide la magnetización de cada uno los resultados $\pm m_B$ son equi-probables (en cualquier dirección)

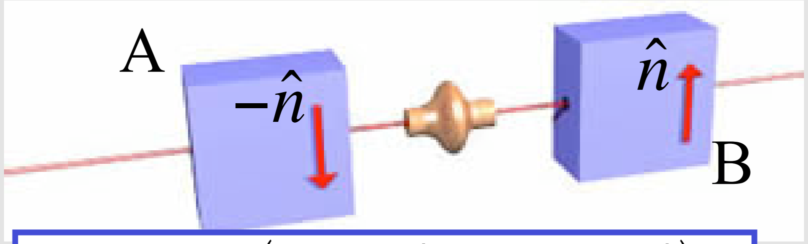
$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ \hat{n}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Pr obabilidad\left(B\ pasa\ \hat{k}\right) = \frac{1}{2}$$

II) Los resultados de los experimentos realizados sobre A y B estân correlacionados de la siguiente manera



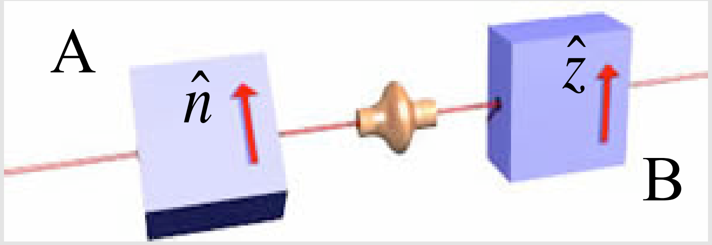
$$\Pr obabilidad\left(B\ pasa\ \hat{n}\ si\ A\ pasa\ \hat{n}\right) = 0$$



$$\Pr obabilidad\left(B\ pasa\ \hat{n}\ si\ A\ pasa - \hat{n}\right) = 1$$

LOS ESTADOS ENTRELAZADOS DE DOS IMANES

Si medimos componentes distintas en A y B las correlaciones son tales que se cumple:



$$\Pr obabilidad\left(B \; pasa \; \hat{z} \; si \; A \; pasa \; \hat{n}\right) = sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

ESTADOS ENTRELAZADOS: SON MUY RAROS!

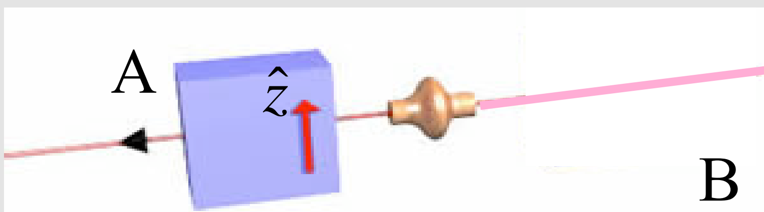
Schrödinger (1935): “Yo no diría que el entrelazamiento es tan solo otro de los razgos característicos de la mecánica cuántica sino que es aquel que nos obliga al abandono completo del pensamiento clásico”

Einstein creyó que usando las propiedades de los estados entrelazados era posible demostrar que en la mecánica cuántica anida el germen de su propia destrucción…

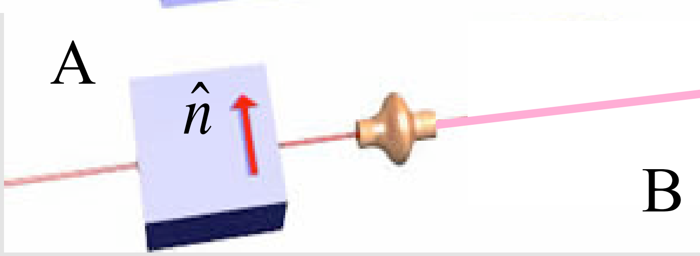
"Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen.

Physical Review **47**, 1935, 777-780.

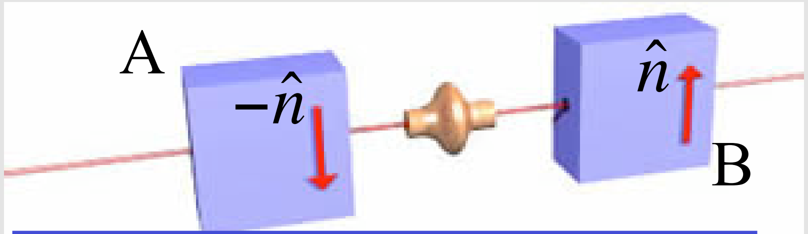


Si en B midiera la componente $\hat{z}$ obtendría ***con certeza*** el valor $-m_B$!



Si en B midiera la componente $\hat{n}$ obtendría ***con certeza*** el valor $-m_B$!

Si A y B están suficientemente alejados (muy alejados…) nos vemos obligados a concluir que el valor de la magnetización de B (en las dos direcciones) pre-existe a la medición: está determinado (o "escrito" en B), es un 'elemento de la realidad'



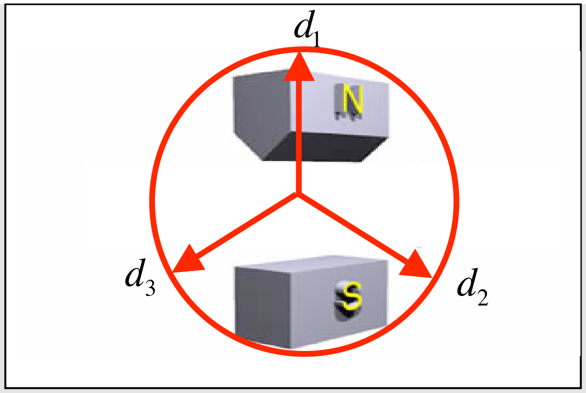
$$\Pr obabilidad\left(B\ pasa\ \hat{n}\ si\ A\ pasa\ -\hat{n}\right) = 1$$

Einstein concluye que la existencia de estos estados nos indica que la mecánica cuántica es incompleta (o incorrecta) ya que no permite asignar valores a la magnetización de B en direcciones perpendiculares

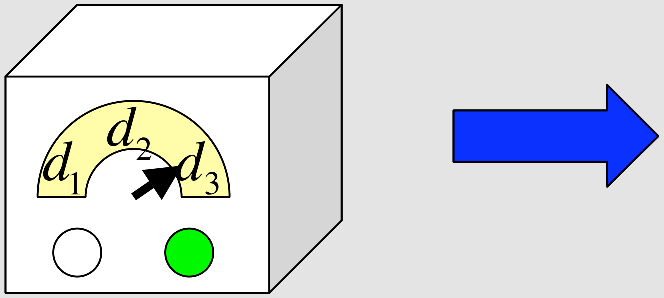
Pensemos como Einstein y exploremos la posibilidad de que el motivo por el cual observamos resultados aleatorios es nuestra incapacidad (o nuestra ignorancia). Supongamos que en la naturaleza hay:
1) Determinismo, 2) "Variables ocultas"

Podría pasar esto: En cada evento, cada fragmento lleva consigo "información genética". Resultados de todos los experimentos están determinados por esa información genética (determinismo) pero somos ignorantes sobre el mecanismo que distribuye los genes (variables ocultas).

VARIABLES OCULTAS: CIENCIA OCULTA?
Aunque parezca mentira, es posible poner a prueba esta idea! John Bell demostró que todas las teorías basadas en la existencia de "información genética" predicen ciertos resultados "genéricos" (desigualdades)

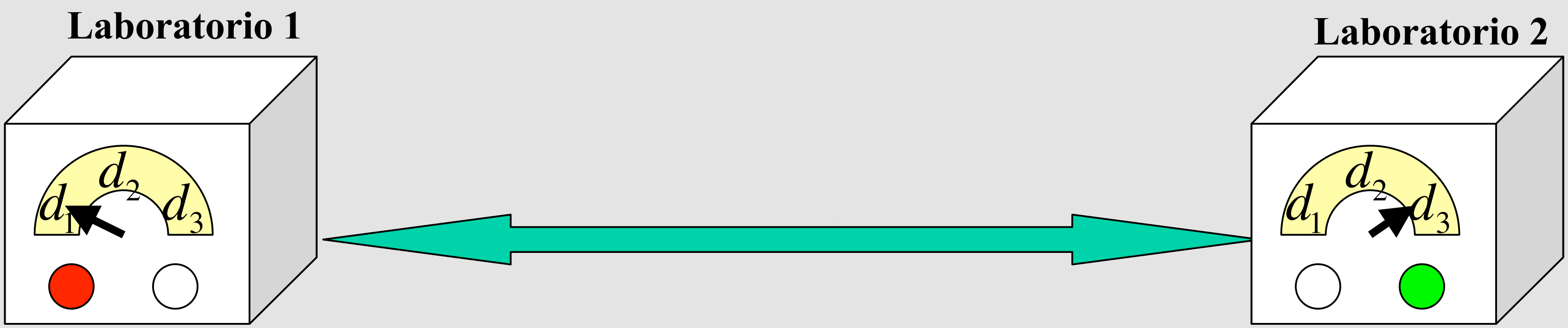


El aparato puede medir el spín en cualquiera de las tres direcc (d_1, d_2, d_3) : el color de la lámpara que se prende indica el resultado. ROJO=+1, VERDE=-1



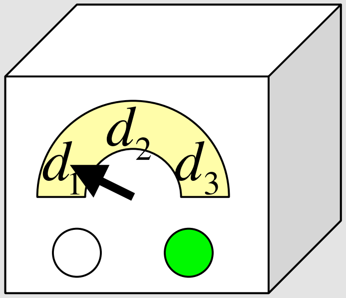
Aparato mide el spín en la dirección d_3
Aparato registra el resultado -1

Sistema compuesto por partes que analizadas en laboratorios distantes

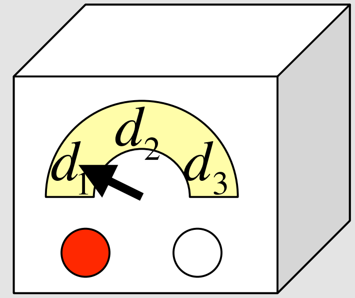


Repetimos muchas veces. Elegimos direcciones al azar y en forma independiente en los dos laboratorios. Registramos resultados.

¿Qué observamos?
Resultados de ambos laboratorios están correlacionados



Si en ambos laboratorios se mide la misma dirección, los resultados siempre son opuestos
(ROJO-VERDE) o (VERDE-ROJO)



PREDICCIÓN CUÁNTICA

La probabilidad de obtener resultados opuestos (independientemente de la dirección en que mida) es p=0,5 (o sea, el 50% de las veces se obtienen resultados opuestos)

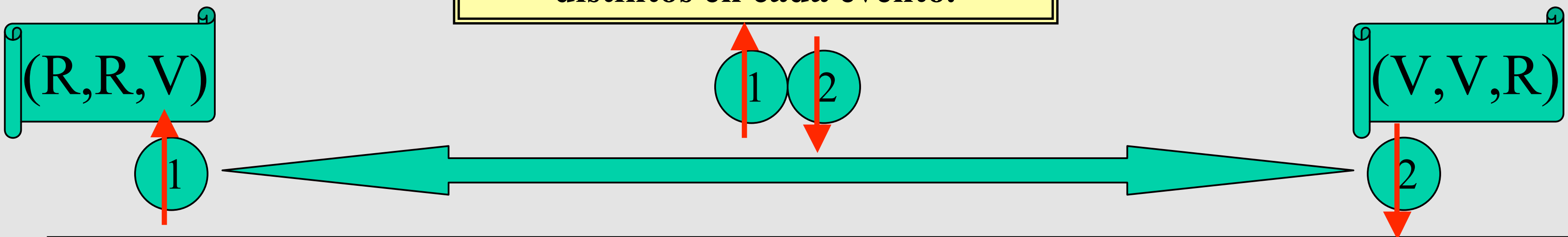
?

PREDICCIÓN ANTI- CUÁNTICA (Bell)

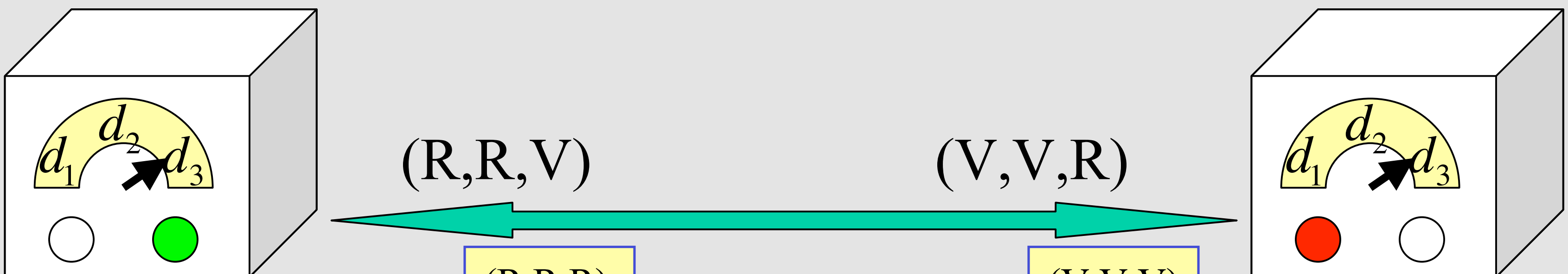
Toda teoría de variables ocultas predice que la probabilidad de obtener resultados opuestos (independientemente de la dirección en que mida) es mayor que p=5/9=0,555.. (o sea, el 55,5% de las veces se obtienen resultados opuestos)

PREDICCIÓN ANTI- CUÁNTICA (Bell)

Grados de libertad desconocidos distintos en cada evento.



En cada evento, cada partícula es generada y viaja con un conjunto de "instrucciones" que determinan los resultados de las mediciones, p.ej (R,R,V), etc
"Hipótesis de Realismo local"



(R,R,R)	(V,V,V)
(R,R,V)	(V,V,R)
(R,V,R)	(V,R,V)
(V,R,R)	(R,V,V)
(R,V,V)	(V,R,R)
(V,R,V)	(R,V,R)
(V,V,R)	(R,R,V)
(V,V,V)	(R,R,R)

Se puede hacer una lista completa de todos los conjuntos de instrucciones

Solamente hay ocho "juegos" posibles de instrucciones

PREGUNTA A CONTESTAR: ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE OBSERVAR LOS DETECTORES (VERDE-ROJO) O (ROJO-VERDE)?

Para cada juego de instrucciones la respuesta solamente depende de la orientación de los detectores. Hay nueve combinaciones posibles (tenemos que contar…)

(R,R,V)

1

(V,V,R)

2

Para este juego de instrucciones los detectores tienen un color diferente si se mide

Labo 1	Labo 2
d_1	d_1
d_1	d_2
d_2	d_1
d_2	d_2
d_3	d_3

Para el mismo juego de instrucciones los detectores tienen el mismo color si se mide

Labo 1	Labo 2
d_1	d_3
d_2	d_3
d_3	d_1
d_3	d_2

En este caso (para este juego de instrucciones):
Probabilidad de que los detectores tengan color diferente = 5/9 = 0,555..

Para todos los juegos de instrucciones la probabilidad de que los detectores tengan distinto color es igual a 5/9 salvo para (R,R,R) y (V,V,V) y en esos casos la probabilidad es 1 (para esas instrucciones los detectores siempre tienen color diferente).

"Instrucciones"

(R,R,R)	(V,V,V)	**1**
(R,R,V)	(V,V,R)	**5/9**
(R,V,R)	(V,R,V)	**5/9**
(V,R,R)	(R,V,V)	**5/9**
(R,V,V)	(V,R,R)	**5/9**
(V,R,V)	(R,V,R)	**5/9**
(V,V,R)	(R,R,V)	**5/9**
(V,V,V)	(R,R,R)	**1**

Probabilidad (R-V) o (V-R)

PREDICCIÓN ANTI- CUÁNTICA (Bell)
Toda teoría de variables ocultas predice que la probabilidad de obtener resultados opuestos es mayor que p=5/9=0,555.. (o sea, el 55,5% de las veces se obtienen resultados opuestos)

PREDICCIÓN CUÁNTICA
P=1/2 = 0,5

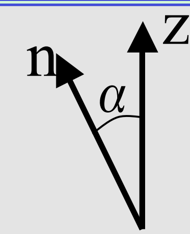
¿QUIÉN TIENE RAZÓN?
EL EXPERIMENTO DEBE DECIDIR!!!!

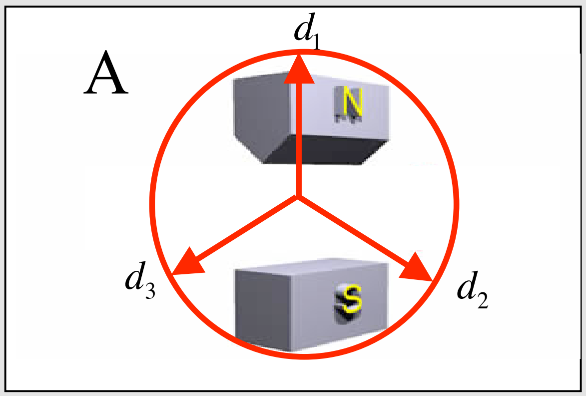
PREDICCIÓN CUÁNTICA

La probabilidad de obtener resultados opuestos es p=0,5 (o sea, el 50% de las veces se obtienen resultados opuestos)

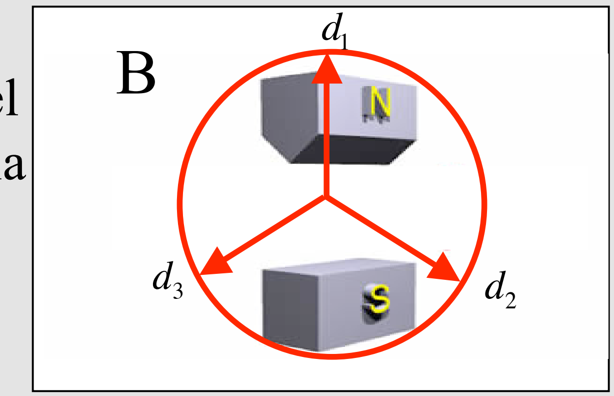
$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ \hat{n}\ si\ B\ pasa\ \hat{z}\right) = sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ -\hat{n}\ si\ B\ pasa\ \hat{z}\right) = 1 - sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$





Supongamos que en B mido $d_1 = \hat{z}$ y obtengo el resultado $+m_B$: Cuál es la probabilidad de que en A el resultado de mi medición sea $-m_B$?



Una de cada tres veces mido en la dirección d_1

$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ -d_1\ si\ B\ pasa\ d_1\right) = \cos^2\left(\frac{0}{2}\right)$$

$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ -d_2\ si\ B\ pasa\ d_1\right) = \cos^2\left(\frac{120}{2}\right)$$

$$\Pr obabilidad = \frac{1}{3}\cos^2\left(\frac{0}{2}\right) + \frac{1}{3}\cos^2\left(\frac{120}{2}\right) + \frac{1}{3}\cos^2\left(\frac{120}{2}\right)$$

$$\Pr obabilidad = \frac{1}{3}\times 1 + \frac{1}{3}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{3}\times\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

CONCLUSIÓN
MECÁNICA CUÁNTICA ES INCOMPATIBLE CON TODAS LAS TEORÍAS DE VARIABLES OCULTAS (DONDE EL AZAR PROVIENE DE LA IGNORANCIA)

EXPERIMENTOS: CONFIRMAN LA MECÁNICA CUÁNTICA!!

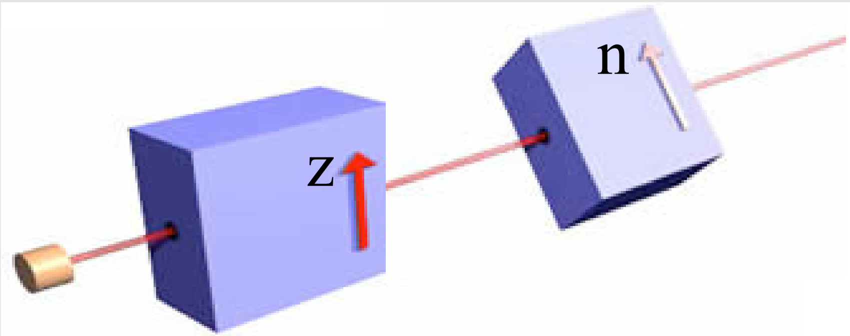
Y ENTONCES, CUAL ES ORIGEN DEL AZAR?: NO SABEMOS! SABEMOS QUE NO PROVIENE DE LO QUE NO SABEMOS!!

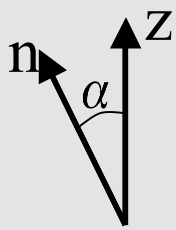
Además de ser interesante, el entrelazamiento puede ser un recurso físico útil

CIENCIA Y TECNOLOGÍA CUÁNTICAS EN EL SIGLO XXI: IMPLICANCIAS, GENERACIÓN, MANIPULACIÓN Y CONTROL DEL ENTRELAZAMIENTO

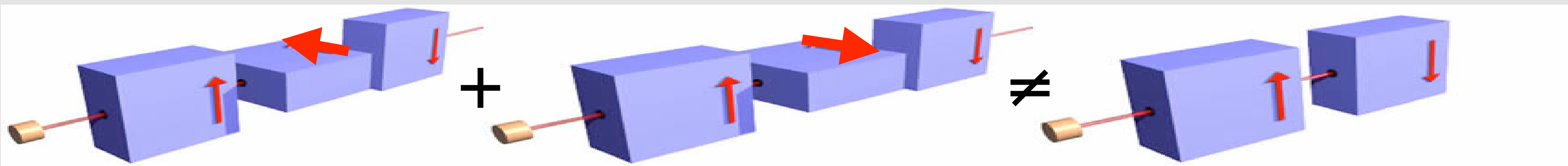
HOY (2006)
CRIPTOGRAFÍA CUÁNTICA
COMPUTACIÓN CUÁNTICA
TELEPORTACIÓN

Cómo calcular probabilidades de acuerdo a la mecánica cuántica?





$$\Pr obabilidad\left(pasa\ \hat{n}\ si\ pasa\ \hat{z}\right) = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



El "problema" (interferencia): probabilidades para "eventos excluyentes" no se suman

Con la ruleta o los dados las cosas son diferentes

Cómo se calculan las probabilidades?

Noción intuitiva

El resultado de un experimento tiene probabilidad p si al repetir muchas veces el experimento

$$p = \frac{\text{número de veces que sale el resultado}}{\text{número total de veces}}$$

Si los resultados son igualmente probables:

$$p = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Tiramos dos dados:

- probabilidad de que salgan dos “unos” $p(1,1) = 1/36$
- probabilidad de que salga un “tres” y un “dos” $p(3,2) = 2/36$

- probabilidad de que la suma sea 7 ?

- probabilidad de que la suma sea 7: hay tres posibles maneras

$p(7) = p(1,6) + p(2,5) + p(3,4) = 6/36 = 1/6$

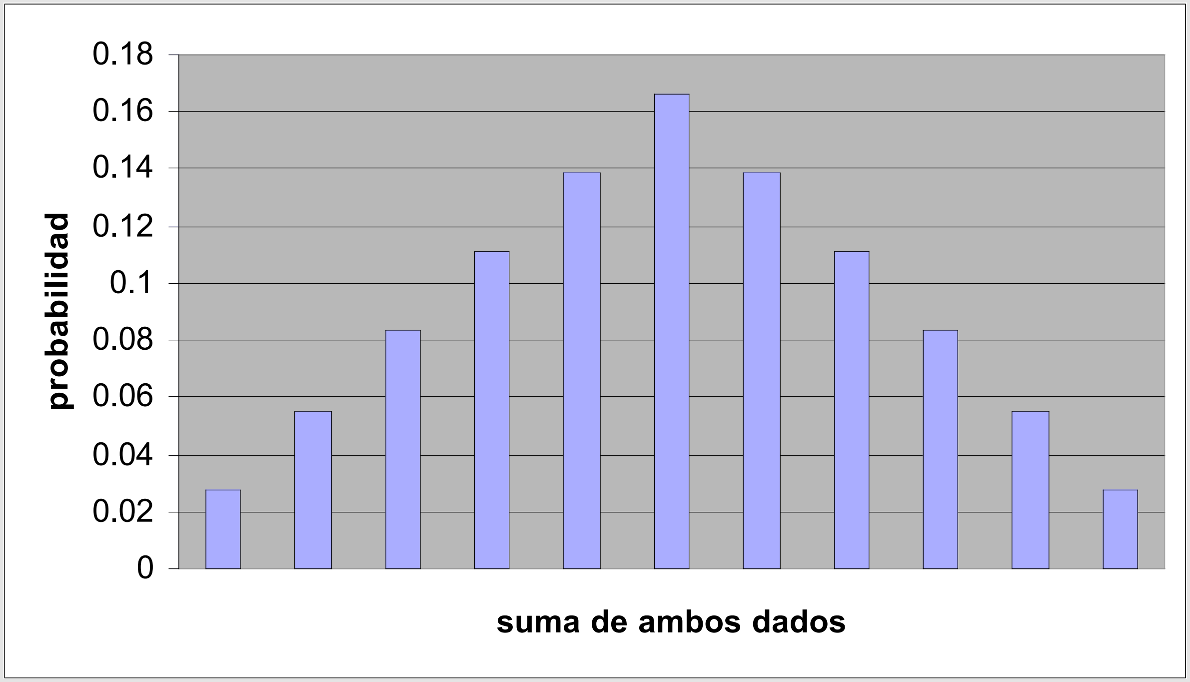
Tiramos dos dados

•probabilidad de que la suma sea 7:
$p(7) = p(1,6) + p(2,5) + p(3,4) = 6/36 = 1/6$

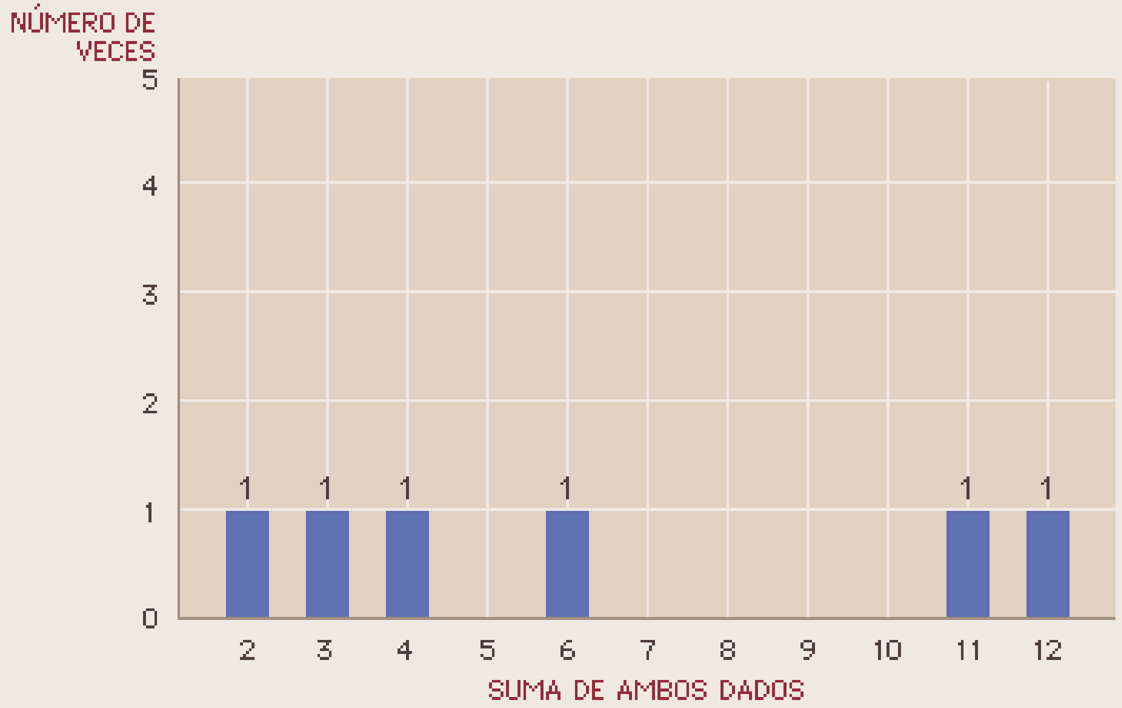
•probabilidad de que la suma sea 6:
$p(6) = p(1,5) + p(2,4) + p(3,3) = 5/36$

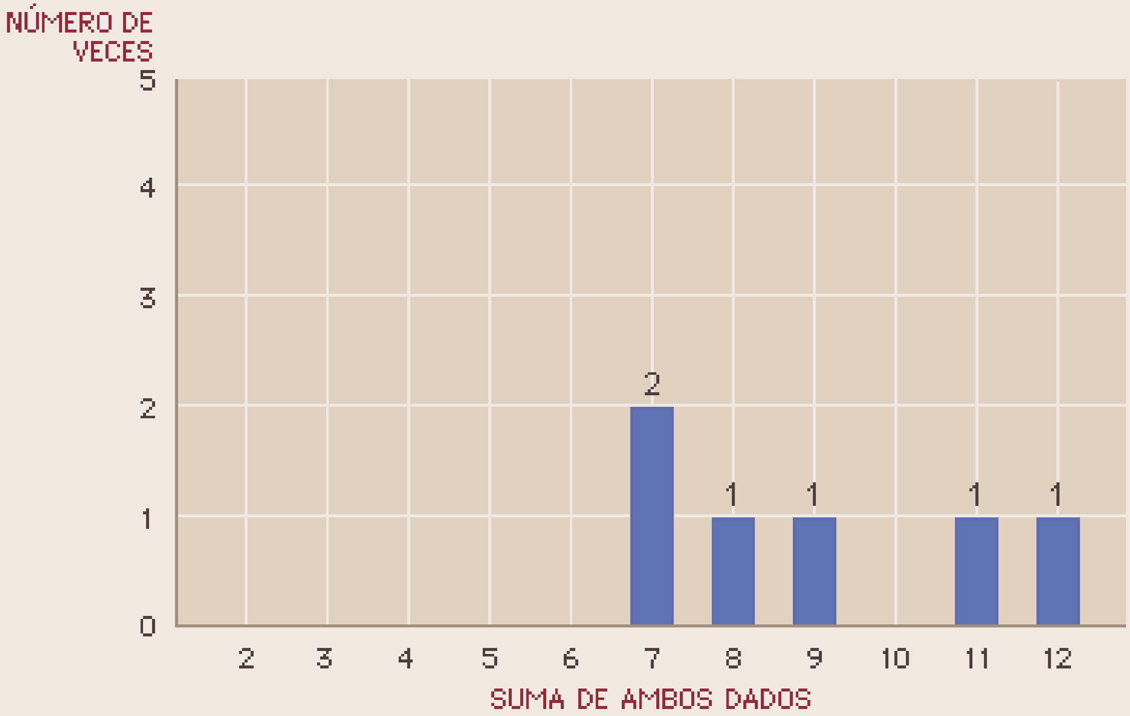
•probabilidad de que la suma sea 5:
$p(5) = p(1,4) + p(2,3) = 4/36 = 1/9$

Predicción probabilística

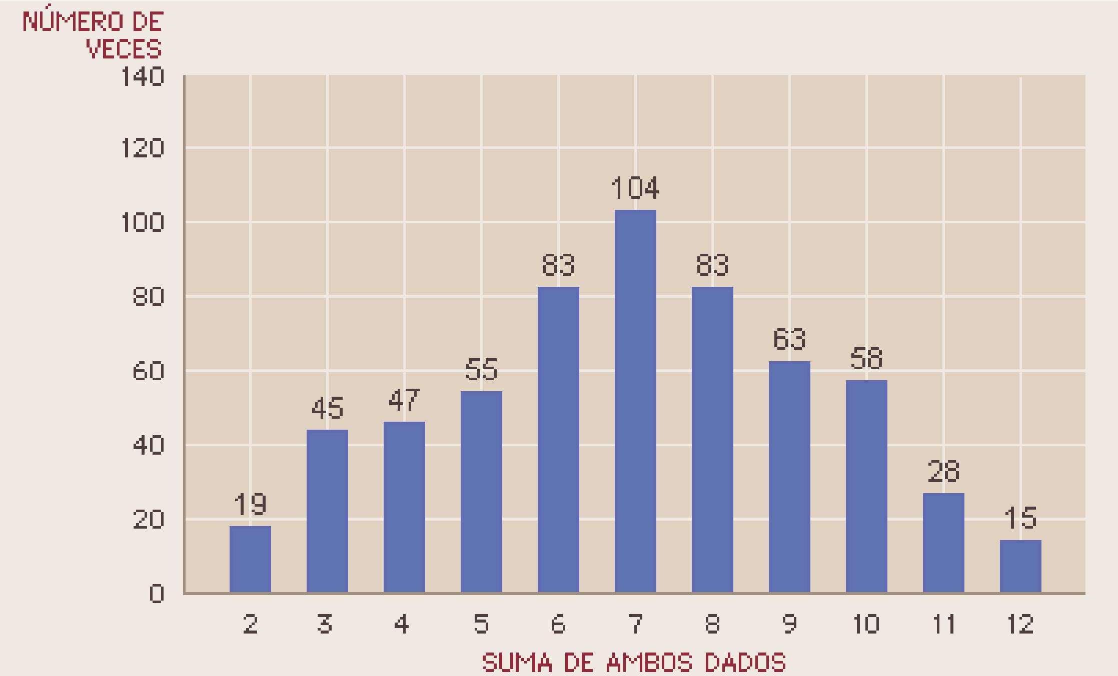


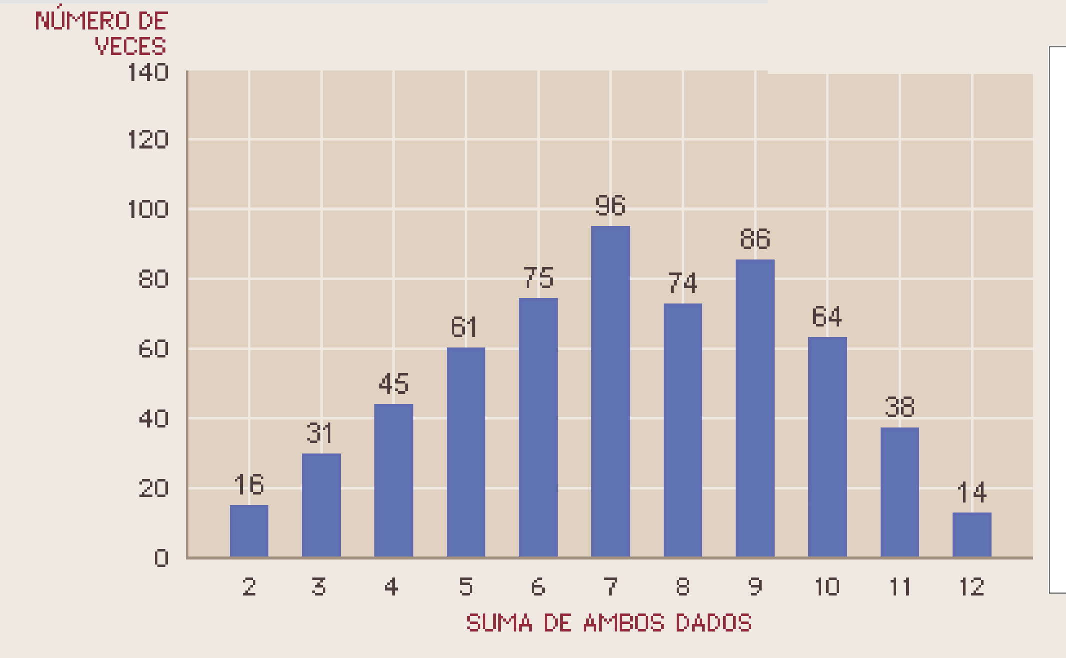
Experimento:
Tirar el dado
6 veces:

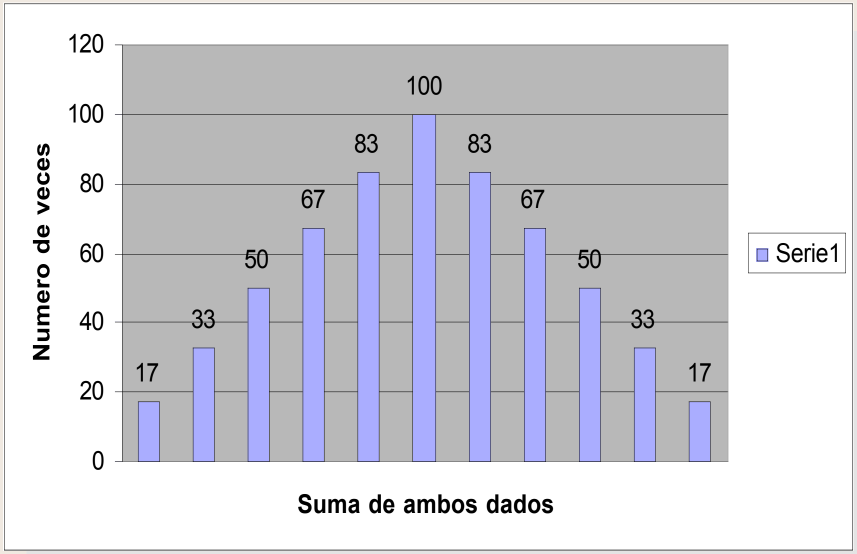




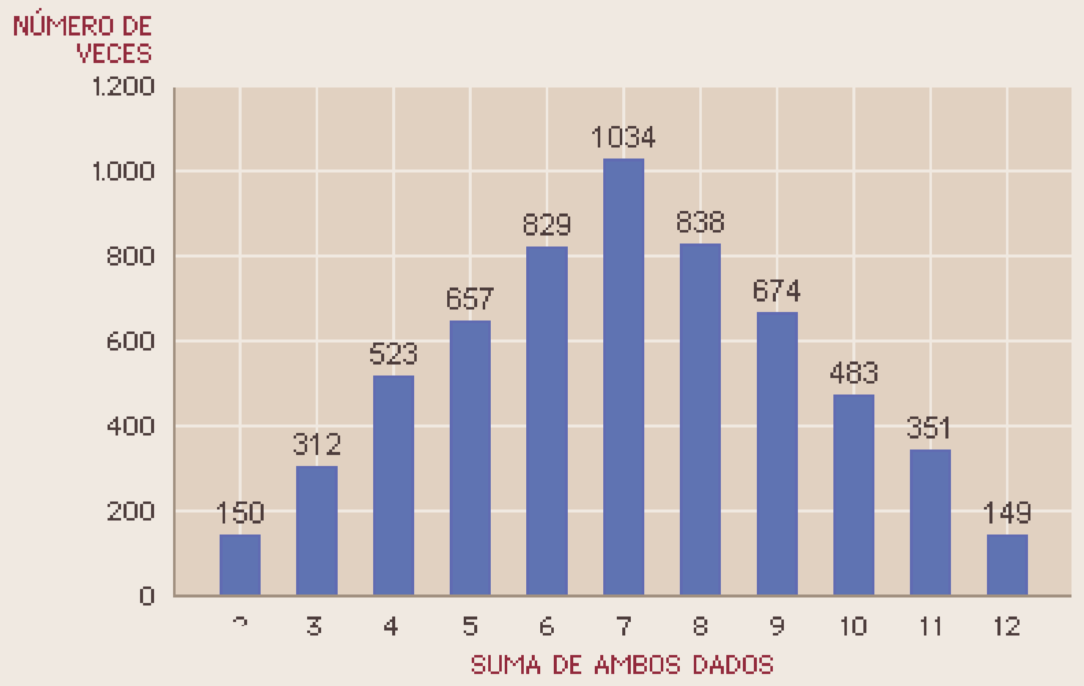
Si tiramos el dado 600 veces:

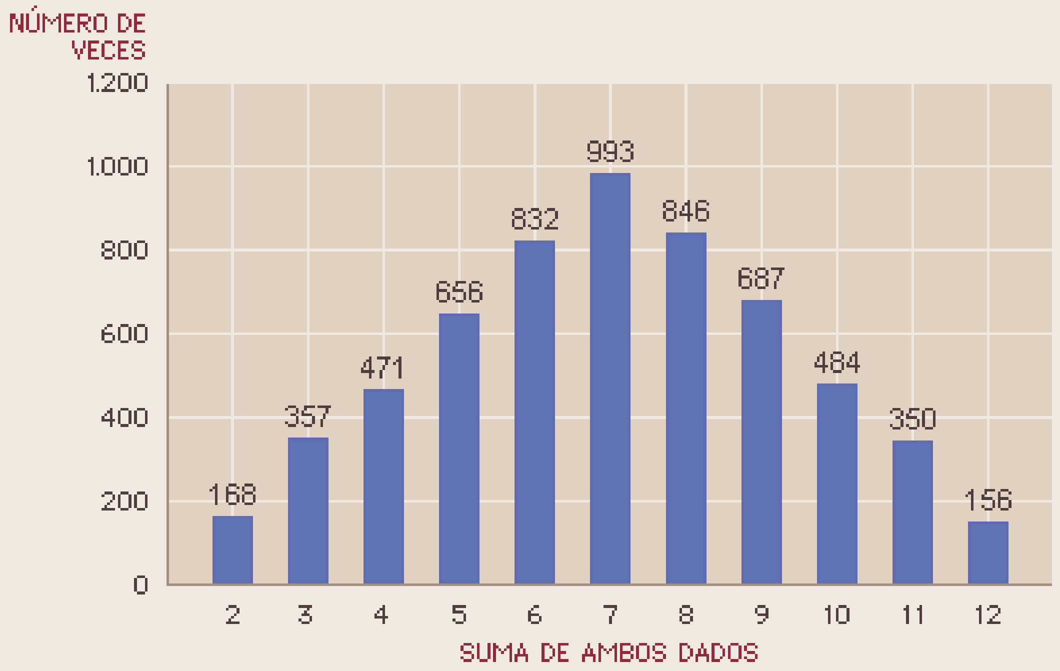


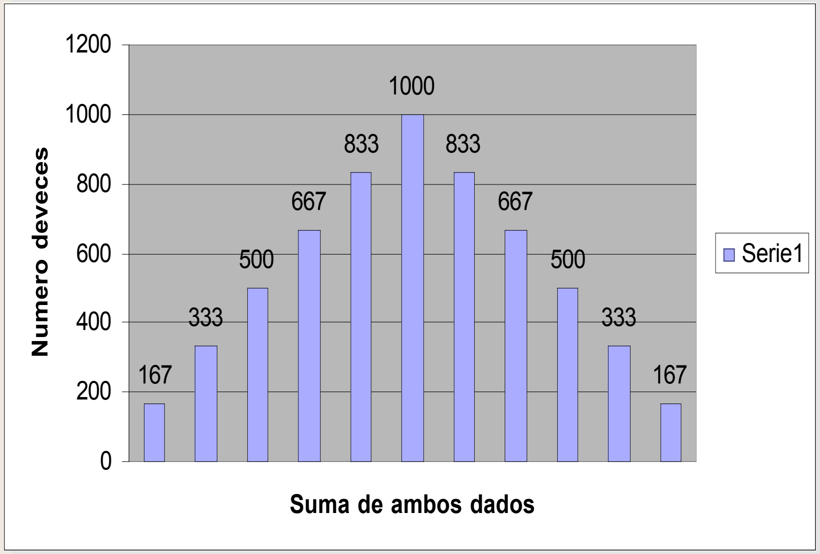




Si tiramos el dado 6000 veces:







Un ejercicio divertido (pero difícil):

Cuál es la probabilidad de que en esta sala haya
al menos dos personas que cumplan años el mismo día?
P(si) = 1 – P(no)

Casos posibles: 365x365x365x……..365
(un factor por cada uno de nosotros)

Casos en que no habría ninguna coincidencia:
365x364x363x…..
(también un factor por cada uno de nosotros)

$$P(\mathrm{no}) = \frac{365 \times 364 \times 363 \times 362 \times .....}{365 \times 365 \times 365 \times 365....}$$

Si somos ………50…… entonces…… P(si) = 0,97
40……………………… P(si) = 0,89
30………………………P(si) = 0,71

Afirmacion "obvia": Las probabilidades se suman. Si hay distintas alternativas para que la suma de cierto resultado, la probabilidad total es la suma de las probabilidades de las alternativas:

$$p(7) = p(1,6) + p(2,5) + p(3,4)$$

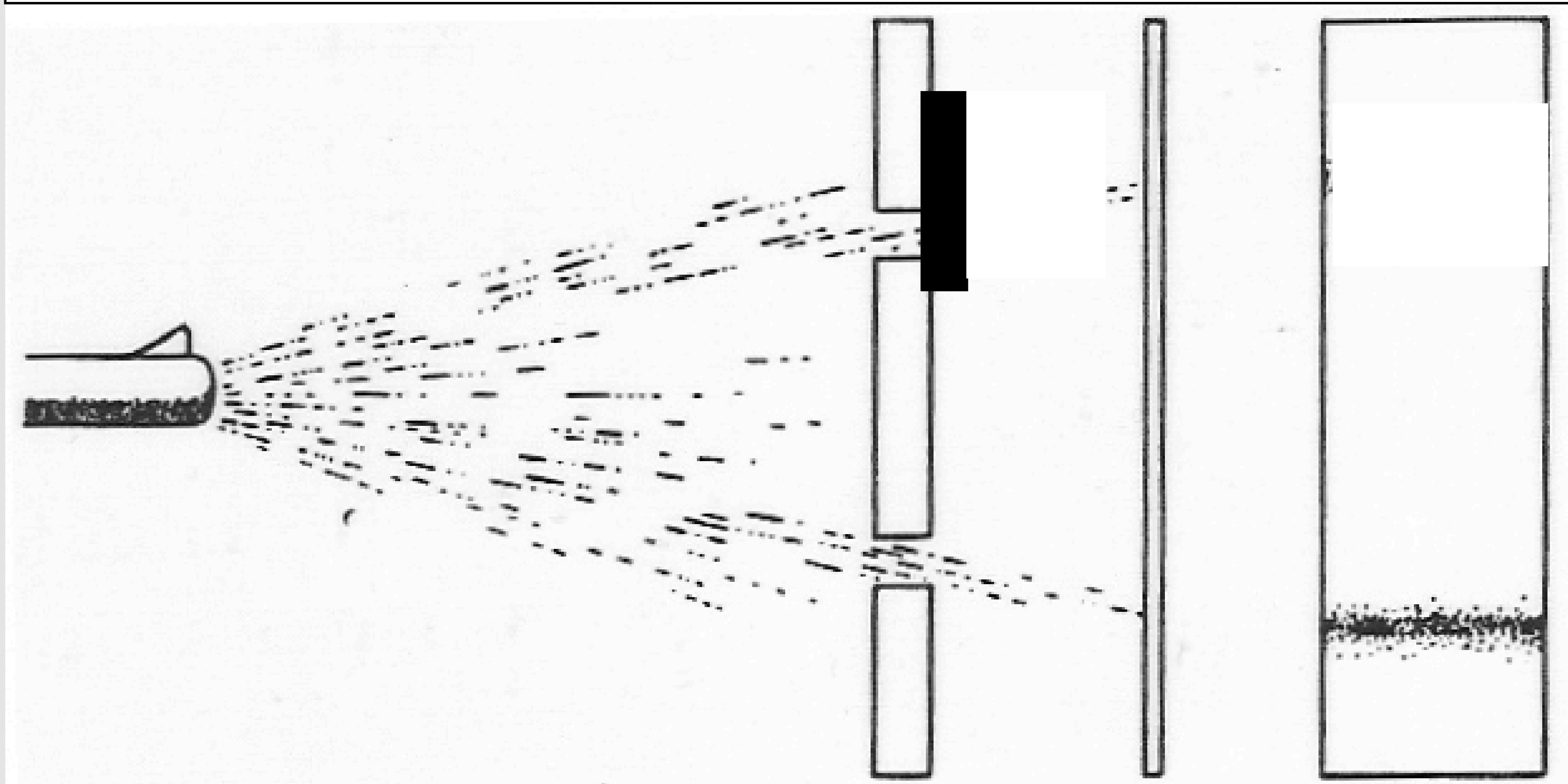
$$p(8) = p(2,6) + p(3,5) + p(4,4)$$

.

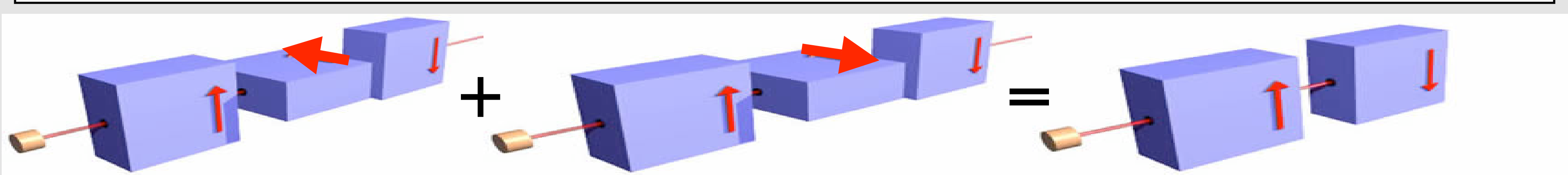
.

etc

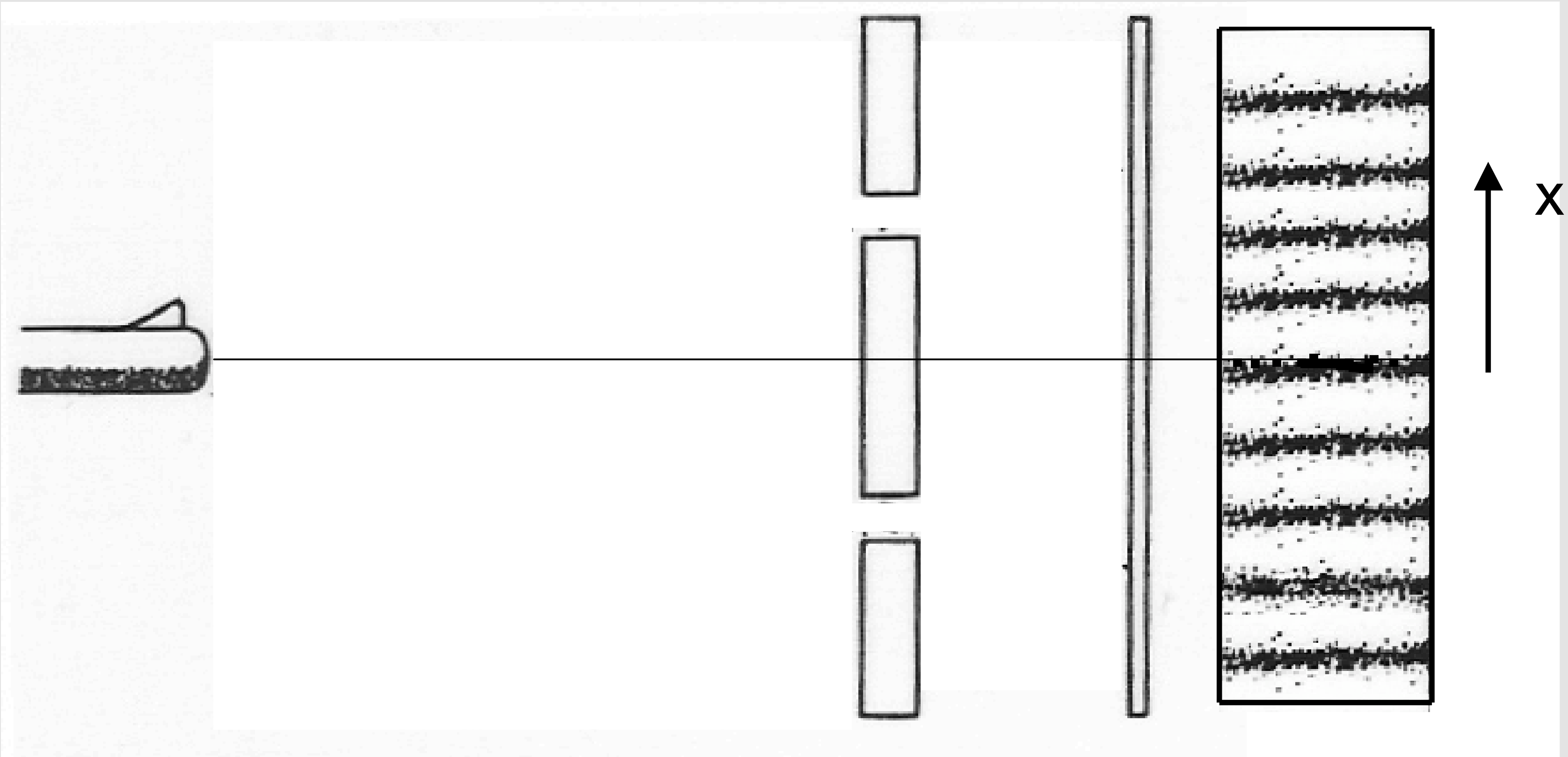
Pero la naturaleza juega a los dados de manera muy rara!

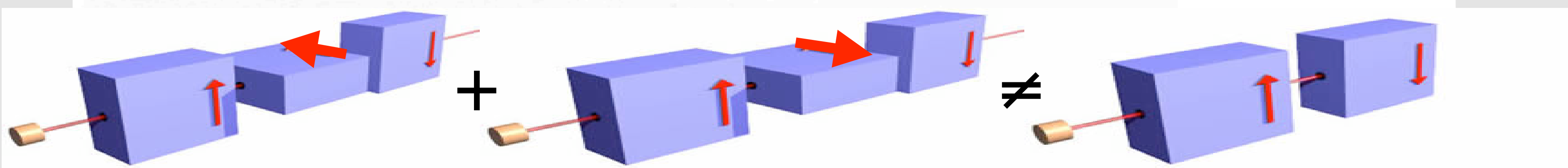


Si pudieramos sumar las probabilidades asociadas a alternativas intermedias excluyentes deberíamos verificar:



Sin embargo los experimentos reales nos dicen lo contrario

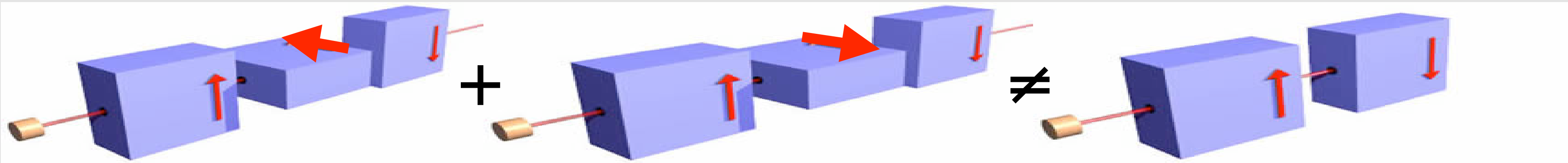




Para los imanes que salen del primer filtro las probabilidades son

$\Pr obabilidad(+\hat{x},-\hat{z}) = \frac{1}{4}$ $\Pr obabilidad(-\hat{x},-\hat{z}) = \frac{1}{4}$ $\boxed{\Pr obabilidad(-\hat{z}) = 0}$

Cómo calcular probabilidades de acuerdo a la mecánica cuántica?



Cuál es la probabilidad de que un objeto tenga una cierta propiedad?
Objeto: imán que sale del primer filtro; Propiedad: pasa el último filtro (en -z)

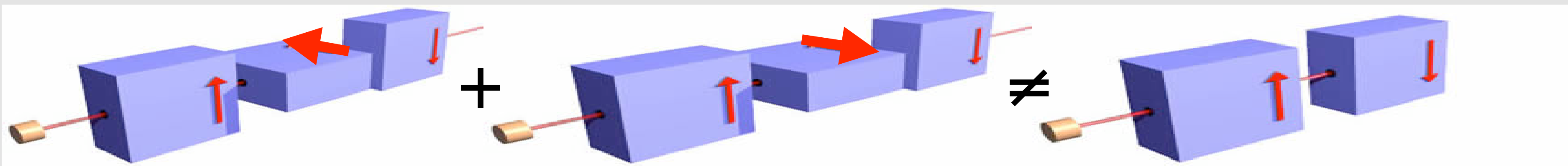
1. Considerar todas los posibles caminos intermedios ($M_x = +m_B$ ó $M_x = -m_B$)
2. Asignar una amplitud de probabilidad a cada camino A_1 y A_2
3. Sumar todas las amplitudes para calcular la amplitud total $A_T = A_1 + A_2$
4. La probabilidad resulta ser el cuadrado de la amplitud $\mathrm{Prob} = |A_T|^2$

$$\boxed{|A_T|^2 = |A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2A_1A_2 \neq |A_1|^2 + |A_2|^2}$$

Cómo se asignan las amplitudes? Tema para iniciados…

$$\boxed{\begin{aligned} A_1 &= +\frac{1}{2} \\ A_2 &= -\frac{1}{2} \end{aligned}}$$

Las probabilidades se calculan a partir de amplitudes (elevando al cuadrado)



$$\Pr obabilidad = |A_T|^2 = |A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2A_1A_2 \neq |A_1|^2 + |A_2|^2$$

$$A_T = Amplitud\ de\ probabilidad\ de\ pasar\ el\ filtro - \hat{z}$$
$$= A\left(pasa - \hat{z}\right) = A_1 + A_2 = 0$$

$$A_T = Amplitud\ de\ probabilidad\ de\ no\ pasar\ el\ filtro - \hat{z}$$
$$= A\left(no\ pasa - \hat{z}\right) = A_1 - A_2 = 1$$

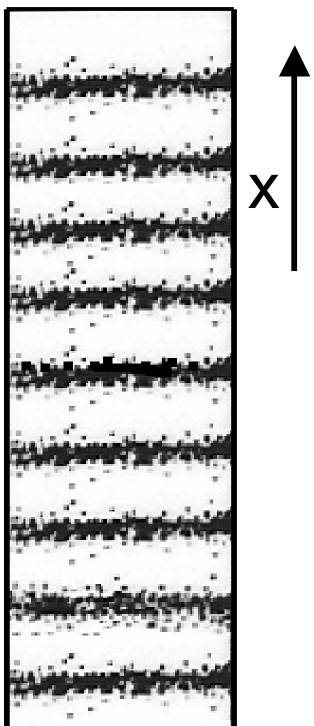
$$A_1 = +\frac{1}{2}$$
$$A_2 = -\frac{1}{2}$$

Las amplitudes no son números positivos!

En general, hay una amplitud para cada resultado posible.
Las amplitudes son números *complejos!*

Si mido la posición de un electrón tengo muchos resultados posibles (infinitos!): "x"
A cada uno de ellos le tengo que asignar una amplitud de probabilidad (que es un número ***complejo***)

$\Phi(x)$ = "Amplitud de probabilidad de detectar un electrón en la posición x"= ***"Función de onda del electrón"***



$$\boxed{\Pr obabilidad(x) = |\Phi(x)|^2}$$

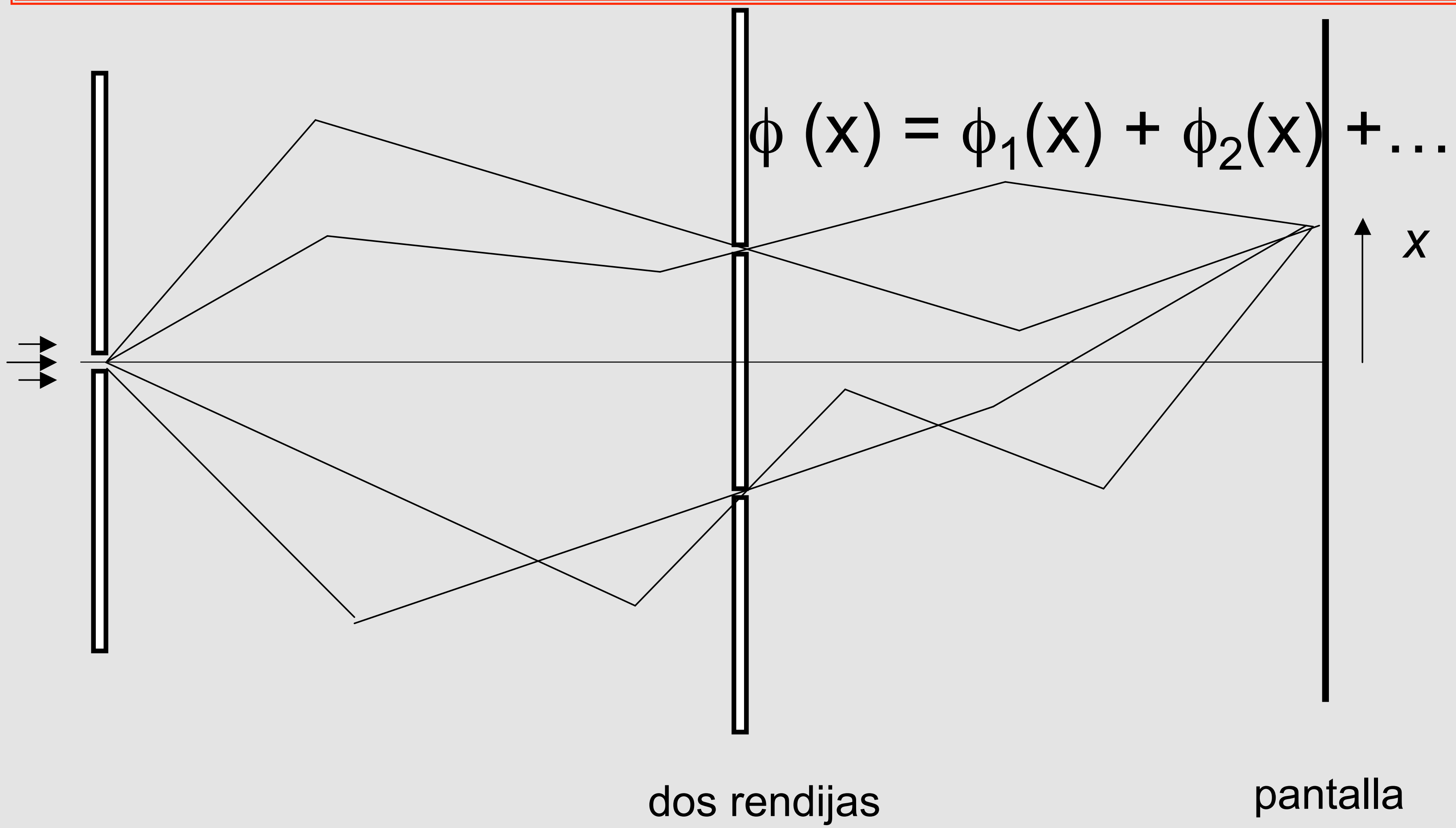
Los números ***complejos*** pueden pensarse como "flechas"

$$\phi\,(x) = \phi_1(x) + \phi_2(x)$$

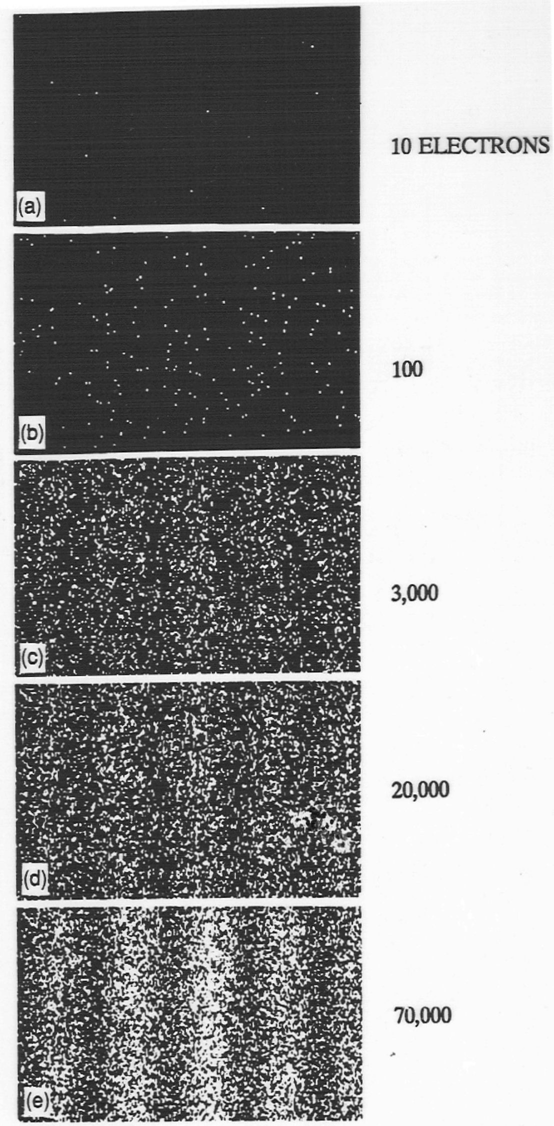
Longitud de la flecha: Módulo del número ***complejo***

$\phi\,(x) =$

$\Phi(x)$ = "Amplitud de probabilidad de detectar un electrón en la posición x de la pantalla"= Suma de las amplitudes de todos los caminos posibles

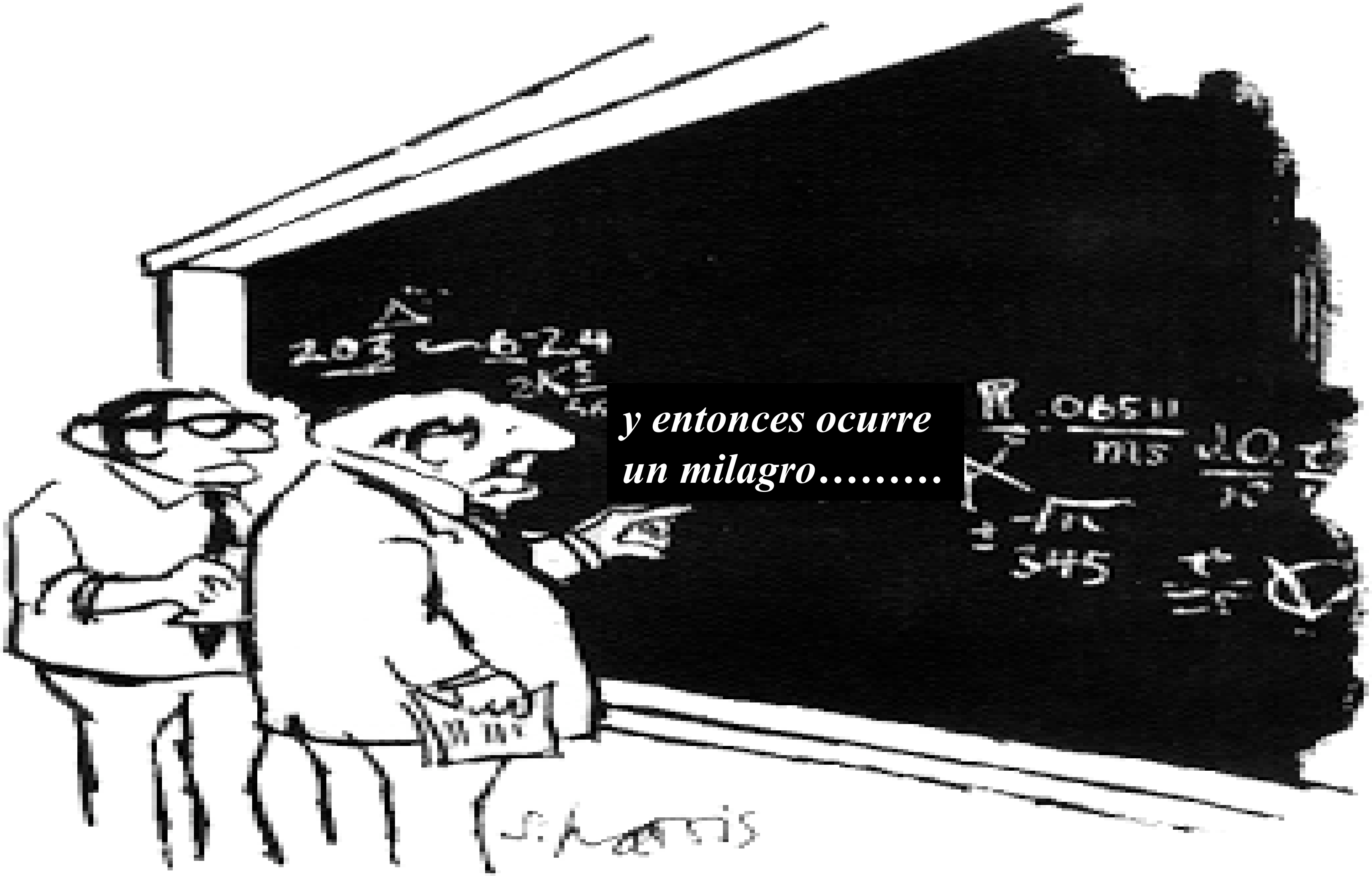


… y esta es, aunque les parezca mentira, la única forma conocida de "explicar" los resultados de experimentos sorprendentes …



ELECTRON INTERFERENCE THROUGH A DOUBLE SLIT

… obviamente nos salteamos "algunos detalles"…



"Me parece que este paso de su demostración tendría
que ser un poco mas detallado…"

Mecánica cuántica: rara por tres motivos

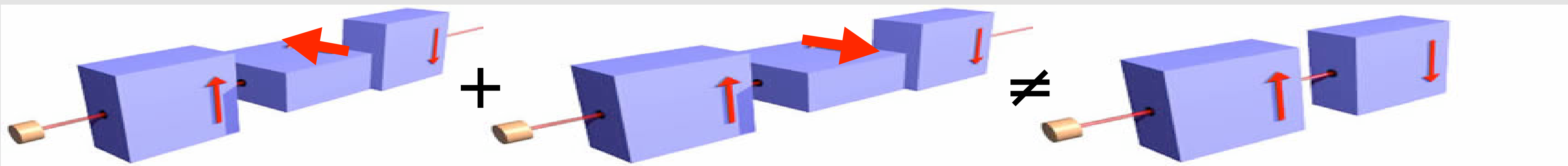
1) Indeterminismo

Experimentos idénticos pueden dar resultados diferentes

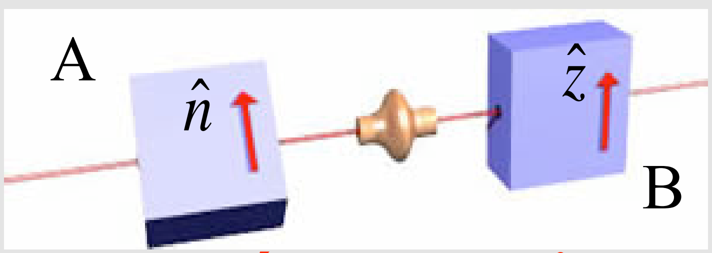
Sólo es posible predecir probabilidades

2) Interferencia

Las probabilidades de "eventos excluyentes" no se suman (ondas)



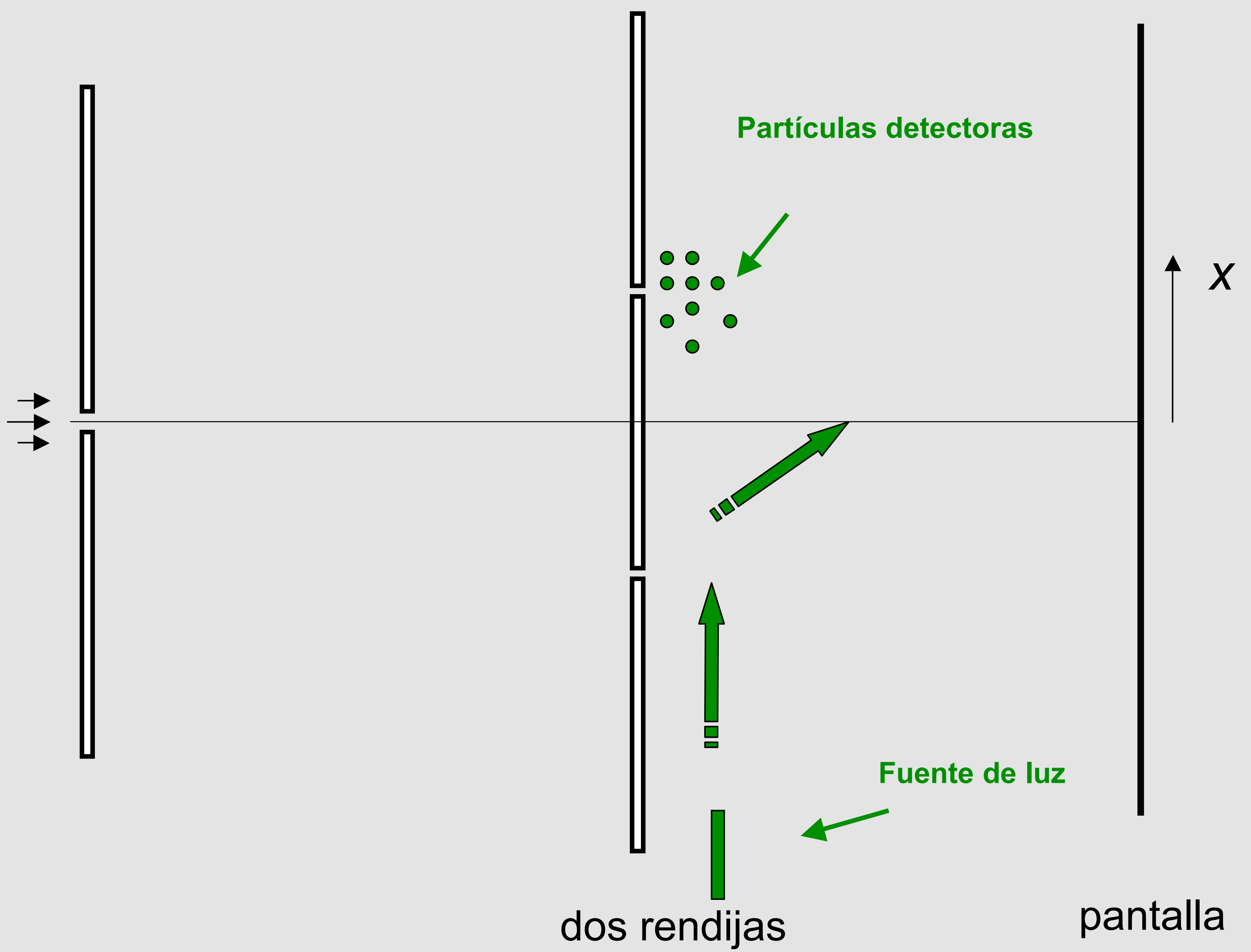
3) Entrelazamiento



$$\Pr obabilidad\left(A\ pasa\ \hat{n}\ si\ B\ pasa\ \hat{z}\right) = sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Las partes están correlacionadas. Las correlaciones se mantienen a distancia y son incompatibles con todas las teorías en las que el azar se origina en nuestra ignorancia

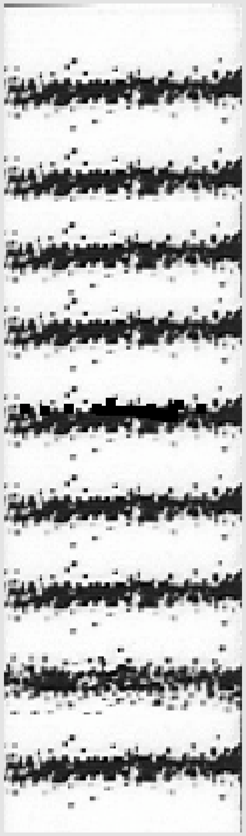
Y SI INTENTAMOS DETERMINAR LA POSICION?



Si medimos:

Si no medimos

Se suman probabilidades



No se suman (interferencia)

CLASE 4
Medición, historia y conclusiones…