UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CS. EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE CS. DE LA ATMOSFERA Y LOS OCEANOS

Métodos Numéricos en Ciencias de la Atmósfera - Métodos Numéricos

PRACTICA 4

ECUACIÓN DE ADVECCIÓN LINEAL

1) Dada la ***ecuación de advección lineal***:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

y considerando una aproximación en diferencias finitas ***centrada en el espacio*** y los siguientes esquemas temporales:

   a. Adelantado o Euler
   b. Runge-Kutta simplificado o Heun
   c. Leapfrog

   i) Hallar el algoritmo de cálculo de la solución numérica y determinar si los esquemas resultantes son explícitos o implícitos, cuántos niveles temporales y espaciales consideran y el orden de la aproximación.
   ii) Hallar el *factor de amplificación* y *la velocidad de fase relativa* de la solución numérica de cada uno de los esquemas. Confeccionar un gráfico que ilustre su comportamiento.
   iii) Estudiar las condiciones de estabilidad.
   iv) Los esquemas de diferencias finitas propuestos, ¿son *consistentes* con la ecuación diferencial?
   v) Los esquemas de diferencias finitas propuestos, ¿proveen una aproximación *convergente* a la solución de la ecuación diferencial?

2) Integrar numéricamente la ecuación de advección lineal en el intervalo $0 \le x \le 50$ y $0 \le t \le 25$ utilizando los esquemas del ejercicio 1. Considerar que la solución real es un pulso rectangular de la forma:

$$u(x,t) = f(x-ct) = \begin{cases} 80 & 0 \le x-ct \le 10 \\ 0 & 11 \le x-ct \le 50 \end{cases} \qquad con \quad c = 1$$

Utilizar:

   a. $\Delta t=0.1$ y $\Delta x=1$
   b. $\Delta t=0.5$ y $\Delta x=1$
   c. $\Delta t=0.5$ y $\Delta x=5$

- Considerar condiciones de borde cíclicas. En caso necesario, calcular la condición inicial computacional (primer paso temporal) con un esquema adelantado.
- Imprimir los resultados numéricos y la solución real cada 5 unidades de tiempo, en dos tablas.
- Confeccionar un gráfico con las soluciones numérica y real para t=10 y otro para t=25, para cada uno de los esquemas de diferencias finitas.
- Analizar el comportamiento de la solución numérica en cada caso.

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CS. EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE CS. DE LA ATMOSFERA Y LOS OCEANOS

Métodos Numéricos en Ciencias de la Atmósfera - Métodos Numéricos

3) Confeccionar un programa computacional para obtener las soluciones de la ***ecuación de advección lineal*** en el dominio periódico $0 \leq x \leq 1$, con la condición inicial $\varphi(x,0)=\text{sen}^6(2\pi x)$. Utilizar una aproximación en diferencias finitas *centrada en el espacio*.
   a. Utilizar los esquemas temporales *adelantado* y *leapfrog* (considerar un primer paso temporal adelantado para el esquema leapfrog). Considerar c=0.1, CFL=0.1 y tres resoluciones espaciales: $\Delta x=1/20$, $\Delta x=1/40$ y $\Delta x=1/80$.
   b. Repetir las simulaciones de a considerando el esquema temporal *Heun* y agregando la resolución espacial $\Delta x=1/160$.
   c. Repetir las simulaciones de b considerando c=0.5 y CFL=0.5.
   d. Repetir las simulaciones de b considerando c=1.2 y CFL=1.2.

En todos los casos, para cada resolución espacial y esquema temporal, graficar las soluciones numéricas y real en t=50. Comparar y analizar los resultados.