

# ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

CURSO DE VERANO 2021

CLASE 8

RODOLFO SASSOT

# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

Temas: límite  $m \rightarrow 0$ , helicidad, operador de chiralidad, perturbaciones.

límite  $m \rightarrow 0$ :

$$H\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi$$

$$\alpha_i = \sigma_i \quad \sigma_i^\dagger = \sigma_i \quad \{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i = 2\delta_{ij}$$

o también  $\alpha_i = -\sigma_i$   $\psi \sim \phi$  o  $\chi$  (espinores de dos componentes)

$$E\phi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi$$

$$E\chi = -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi$$

cuál?

ambas implican  $E^2 = p^2$ , y tienen soluciones  $E > 0$  y  $E < 0$

cualquier elección viola paridad

$$\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$$

$$\vec{p} = p\hat{k} \quad E\phi = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & -p \end{pmatrix} \phi \quad \begin{aligned} \phi^{(1)} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & E &= p \\ \phi^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & E &= -p \end{aligned}$$



# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

## helicidad:

supongamos que elijo:

$$E \phi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi$$

con  $E = |\vec{p}| > 0$

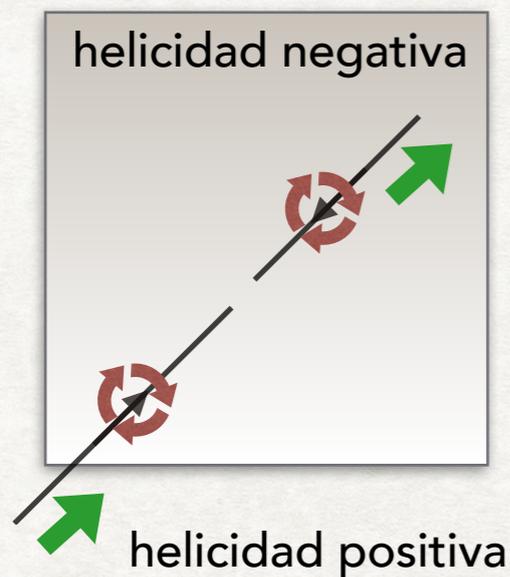
$$\phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \phi$$

→ helicidad positiva (siempre)

$E = -|\vec{p}| < 0$

$$\phi = -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \phi$$

→ helicidad negativa (siempre)



*"la naturaleza viola paridad"*

$$\sim E \chi = -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi$$

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}$$



Hermann Weyl 1929

## CLASE 8: Helicidad y chiralidad

**chiralidad:** (del griego  $\chi\epsilon\iota\rho$  = mano)

$$\gamma^5 \equiv i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$$

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \quad (\gamma^5)^2 = \mathbb{1} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Dirac-Pauli}$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$[\gamma^5, H_{m=0}] = 0 \quad H_{m=0} \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot p \\ \sigma \cdot p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \cdot p & 0 \\ 0 & \sigma \cdot p \end{pmatrix} = \Sigma \cdot p$$

$$\gamma^5 H_{m=0} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot p \\ \sigma \cdot p & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \cdot p & 0 \\ 0 & \sigma \cdot p \end{pmatrix} = \Sigma \cdot p$$

→ constante de movimiento

$$\rightarrow \pm \text{helicidad sobre soluciones } m = 0 \quad \gamma^5 \psi = \gamma^5 \frac{H_{m=0}}{E} \psi = \pm \frac{\Sigma \cdot p}{|E|} \psi = \pm \psi$$

# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

## chiralidad:

en general ( $m \neq 0$ )  $[\gamma^5, H] \neq 0$  pero en el límite "ultrarelativista" ...

$$\text{LEP } e^+e^- \quad \sqrt{s} = 200 \text{ GeV} \quad (m_e = 0.511 \text{ MeV})$$

$$\text{LHC } pp \quad \sqrt{s} = 14 \text{ TeV} \quad (m_p = 0.938 \text{ GeV})$$



$$P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \quad P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

$$P_{R(L)}^2 = P_{R(L)} \quad P_R + P_L = \mathbb{1} \quad P_R P_L = 0 \quad \sim (\gamma^5)^2 = \mathbb{1}$$

$$\text{p. ej.} \quad P_R^2 = \frac{1}{4}(1 + \gamma^5)(1 + \gamma^5) = \frac{1}{4}(1 + (\gamma^5)^2 + 2\gamma^5) = \frac{1}{4}(1 + 1 + 2\gamma^5)$$

$$P_R P_L = \frac{1}{4}(1 + \gamma^5)(1 - \gamma^5) = \frac{1}{4}(1 - (\gamma^5)^2) = 0$$

## CLASE 8: Helicidad y chiralidad

chiralidad:

$$\psi_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi \quad \psi_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi$$

$$\bar{\psi}_R = \psi_R^\dagger \gamma^0 = \left( \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi \right)^\dagger \gamma^0 = \left( \psi^\dagger \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \right) \gamma^0 = \psi^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) = \bar{\psi} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

$$J^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = (\bar{\psi}_R + \bar{\psi}_L) \gamma^\mu (\psi_R + \psi_L) = \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R + \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L = J_R^\mu + J_L^\mu$$

$$\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_L = 0 \quad \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_R = 0$$

$$\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_L = \bar{\psi} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi = \frac{1}{4} \bar{\psi} \gamma^\mu (1 + \gamma^5)(1 - \gamma^5) \psi$$

$$= \frac{1}{4} \bar{\psi} \gamma^\mu (1 - (\gamma^5)^2) \psi = 0$$

# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

## aroma a perturbaciones:

partícula libre

$$\left( \gamma^\mu p_\mu - m \right) \psi = 0$$

$$p_\mu \rightarrow p_\mu + eA_\mu$$

$$\left( \gamma^\mu p_\mu - m + e\gamma^\mu A_\mu \right) \psi = 0$$

$$H_{\text{libre}} + H_{\text{int}}$$



R. Feynman



J. Schwinger

"esquema de interacción"

$$\psi(\vec{x}, t) \sim H_{\text{libre}}$$

$$O(t) \sim e^{-iH_{\text{int}}t} O(0)$$

amplitud invariante  $\psi_i(t_i) \rightarrow \psi_f(t_f)$

$$\bar{\psi}_f \psi_i = \bar{\psi}_f U_t \psi_i = \bar{\psi}_f e^{-iH_{\text{int}}t} \psi_i$$

$$= \bar{\psi}_f (1 + \dots e \gamma^\mu A_\mu + \dots) \psi_i$$

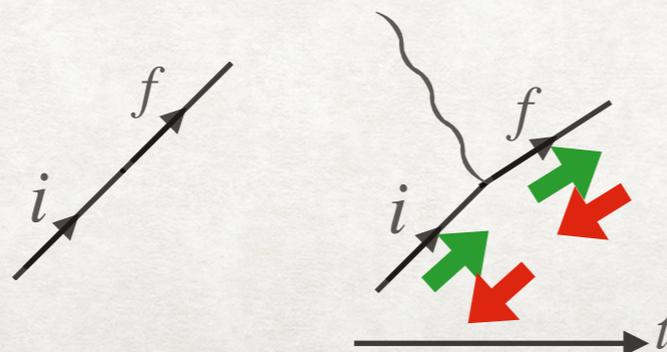
$$= \bar{\psi}_f \psi_i + \dots e \bar{\psi}_f \gamma^\mu \psi_i A_\mu + \dots$$

$$\sim \delta_{if}$$

$$\sim J^\mu A_\mu$$

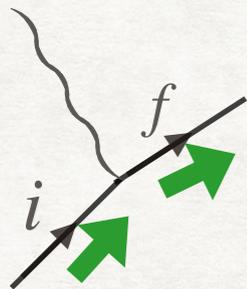
$$\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_L = 0$$

$$\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_R = 0$$



# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

## aroma a perturbaciones:

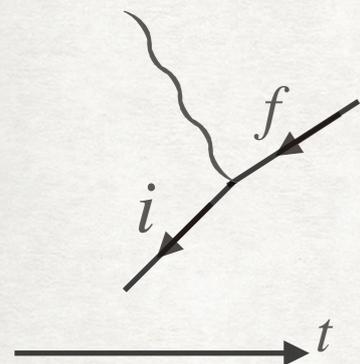


$$e \bar{\psi}_f \gamma^\mu \psi_i A_\mu$$

dispersión de partícula si  $\psi \sim \psi^{(1)}$  o  $\psi^{(2)}$

$$u^{(1)}(p, E) \quad \psi^{(1)}(\vec{x}, t) = u^{(1)}(p, E) e^{-\frac{i}{\hbar} p_\mu x^\mu}$$

$$u^{(2)}(p, E)$$



dispersión de antipartícula si  $\psi \sim \psi^{(3)}$  o  $\psi^{(4)}$

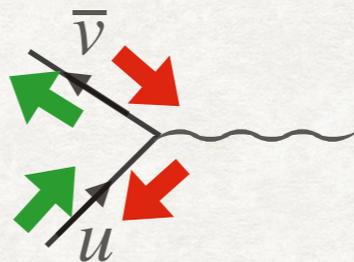
$$v^{(1)}(p, E) = u^{(4)}(-p, -E)$$

$$v^{(2)}(p, E) = u^{(3)}(-p, -E)$$

un positrón de energía positiva "usa" la solución de un electrón de energía negativa yendo para el otro lado

$$\bar{v} \gamma^\mu u \sim ?$$

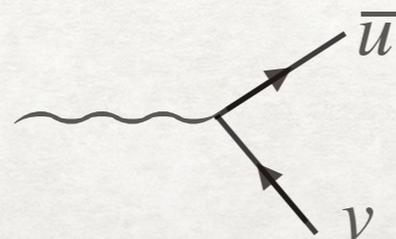
$u$  partícula que "entra"  
 $\bar{v}$  antipartícula que "entra"



aniquilación

$$\bar{u} \gamma^\mu v \sim ?$$

$\bar{u}$  partícula que "sale"  
 $v$  antipartícula que "sale"



creación

helicidades opuestas!!!



R. Feynman



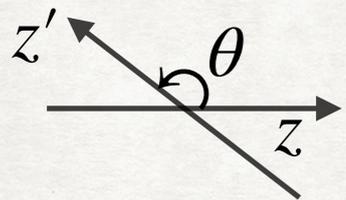
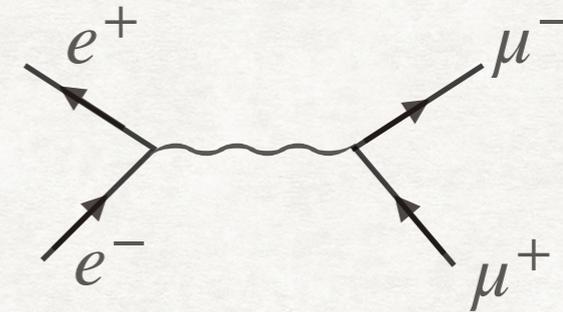
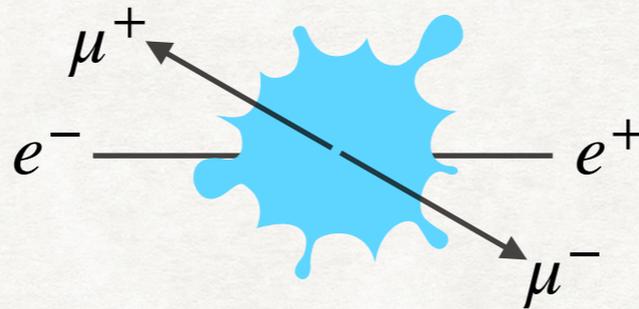
J. Schwinger

# CLASE 8: Helicidad y chiralidad

## espín del fotón :

partículas y antipartículas se aniquilan y crean con helicidades opuestas

$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$



$$J_z = \pm 1$$

$$J_{z'} = \pm 1$$

quién se lleva el impulso angular?

$$J = 1, 2, \dots$$

$$\mathcal{A} \sim \sum_{z'} \langle \pm 1 | \pm 1 \rangle_{z'} = \sum \langle \pm 1 | e^{\frac{i}{\hbar} J_x \theta} | \pm 1 \rangle = \sum d_{m,m'}^J(\theta)$$

$$d_{1,1}^1 = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$d_{1,0}^1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta$$

$$d_{1,-1}^1 = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$d_{1,1}^2 = \frac{1}{2}(2 \cos^2 \theta + \cos \theta - 1)$$

$$d_{1,0}^2 = -\sqrt{\frac{3}{8}} \sin 2\theta$$

$$d_{1,-1}^2 = \frac{1}{2}(-2 \cos^2 \theta + \cos \theta + 1)$$

