ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

2DO CUATRIMESTRE 2025

CLASE 9

RODOLFO SASSOT

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

Temas: límite $m \to 0$, helicidad, operador de chiralidad, perturbaciones.

límite $m \to 0$:

$$H\psi = (\vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m)\psi$$

$$\alpha_i = \sigma_i \qquad \sigma_i^\dagger = \sigma_i \qquad \{\sigma_i\,,\sigma_j\} = \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i = 2\delta_{ij}$$

o también $\alpha_i = -\,\sigma_i$ $\qquad$ $\psi \sim \phi$ o χ (espinores de dos componentes)

$$E\,\phi = \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\phi \qquad E\chi = -\,\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\chi$$

cuál?

cualquier elección viola paridad

$\vec{x} \to -\,\vec{x}$

ambas implican $E^2 = p^2$, y tienen soluciones $E > 0$ y $E < 0$

$$\vec{p} = p\hat{k} \qquad E\,\phi = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & -p \end{pmatrix}\phi$$

$$\phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad E = p$$

$$\phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad E = -\,p$$

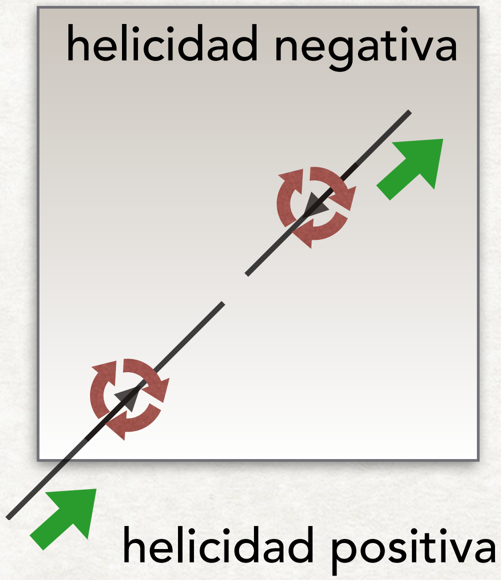
CLASE 9: Helicidad y chiralidad

helicidad:

supongamos que elijo: $E\,\phi = \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\phi$

con $E = |\vec{p}\,| > 0$ $\qquad \phi = \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}\,|}\,\phi$ ➜ helicidad positiva (siempre)

$E = -\,|\vec{p}\,| < 0$ $\qquad \phi = -\dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}\,|}\,\phi$ ➜ helicidad negativa (siempre)



"la naturaleza viola paridad"

$$\sim \quad E\chi = -\,\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\chi$$

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \qquad \psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}$$

Hermann Weyl 1929

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

chiralidad: (del griego $\chi\epsilon\iota\rho$ = mano)

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \qquad (\gamma^5)^2 = \mathbb{1} \qquad\qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}$$

Dirac-Pauli

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$[\gamma^5, H_{m=0}] = 0 \qquad H_{m=0}\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma\cdot p \\ \sigma\cdot p & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma\cdot p & 0 \\ 0 & \sigma\cdot p \end{pmatrix} = \Sigma\cdot p$$

$$\gamma^5 H_{m=0} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & \sigma\cdot p \\ \sigma\cdot p & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma\cdot p & 0 \\ 0 & \sigma\cdot p \end{pmatrix} = \Sigma\cdot p$$

→ constante de movimiento

→ $\pm$ helicidad sobre soluciones $m = 0$

$$\gamma^5\psi = \gamma^5 \frac{H_{m=0}}{E}\psi = \pm\frac{\Sigma\cdot p}{|E|}\psi = \pm\psi$$

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

chiralidad:

en general $(m \neq 0)$ $[\gamma^5, H] \neq 0$ pero en el límite "ultrarelativista" …

LEP e^+e^- $\sqrt{s} = 200\ GeV$ $(m_e = 0.511\ MeV)$

LHC pp $\sqrt{s} = 14\ TeV$ $(m_p = 0.938\ GeV)$

$$P_R \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma^5) \qquad P_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma^5)$$

$$P_{R(L)}{}^2 = P_{R(L)} \qquad P_R + P_L = \mathbb{1} \qquad P_R P_L = 0 \qquad \sim (\gamma^5)^2 = \mathbb{1}$$

p. ej. $$P_R{}^2 = \frac{1}{4}(1+\gamma^5)(1+\gamma^5) = \frac{1}{4}(1+(\gamma^5)^2 + 2\gamma^5) = \frac{1}{4}(1+1+2\gamma^5)$$

$$P_R P_L = \frac{1}{4}(1+\gamma^5)(1-\gamma^5) = \frac{1}{4}(1-(\gamma^5)^2) = 0$$

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

chiralidad:

$$\psi_R \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\,\psi \qquad \psi_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\,\psi$$

$$\overline{\psi_R} = \psi_R^\dagger \gamma^0 = \left(\frac{1}{2}(1+\gamma^5)\psi\right)^\dagger \gamma^0 = \left(\psi^\dagger \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\right)\gamma^0 = \psi^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1-\gamma^5) = \overline{\psi}\,\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$$

$$J^\mu = \overline{\psi}\gamma^\mu\psi \;\; = (\overline{\psi_R}+\overline{\psi_L})\,\gamma^\mu\,(\psi_R+\psi_L) \; = \overline{\psi_R}\,\gamma^\mu\,\psi_R + \overline{\psi_L}\,\gamma^\mu\,\psi_L = J^\mu_R + J^\mu_L$$

$$\overline{\psi_R}\,\gamma^\mu\,\psi_L = 0 \qquad \overline{\psi_L}\,\gamma^\mu\,\psi_R = 0$$

$$\overline{\psi_R}\,\gamma^\mu\,\psi_L = \overline{\psi}\,\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi \;\; = \frac{1}{4}\overline{\psi}\gamma^\mu(1+\gamma^5)(1-\gamma^5)\psi$$

$$= \frac{1}{4}\overline{\psi}\gamma^\mu(1-(\gamma^5)^2)\psi = 0$$

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

aroma a perturbaciones:

R. Feynman

J. Schwinger

partícula libre $$\left(\gamma^{\mu} p_{\mu} - m\right)\,\psi = 0$$

$p_{\mu} \to p_{\mu} + eA_{\mu}$ $$\left(\gamma^{\mu} p_{\mu} - m + e\gamma^{\mu} A_{\mu}\right)\,\psi = 0$$

$$H_{libre} + H_{int}$$

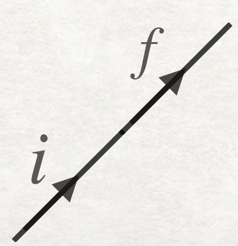
“esquema de interacción” $$\psi(\vec{x}, t) \sim H_{libre}$$

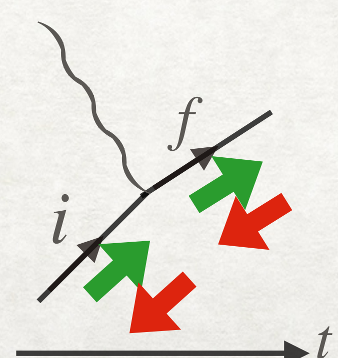
$$O(t) \sim e^{-iH_{int}t}\,O(0)$$

amplitud invariante $\psi_i(t_i) \to \psi_f(t_f)$ $\quad \sim \overline{\psi_f}\psi_i \quad \overline{\psi_f}\,U_t\,\psi_i$

$$\begin{aligned} \overline{\psi_f}\,U_t\,\psi_i &= \overline{\psi_f}\,e^{-i\,H_{int}\,t}\psi_i \\ &= \overline{\psi_f}\,(1 + \ldots e\,\gamma^{\mu} A_{\mu} + \ldots)\psi_i \\ &= \overline{\psi_f}\psi_i + \ldots e\,\overline{\psi_f}\,\gamma^{\mu}\psi_i\,A_{\mu} + \ldots \end{aligned}$$

$$\sim \delta_{if} \qquad \sim J^{\mu} A_{\mu}$$

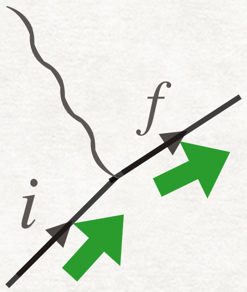




$$\overline{\psi_R}\,\gamma^{\mu}\,\psi_L = 0$$
$$\overline{\psi_L}\,\gamma^{\mu}\,\psi_R = 0$$

CLASE 9: Helicidad y chiralidad

aroma a perturbaciones:



$$e\,\overline{\psi}_f\,\gamma^\mu \psi_i\,A_\mu$$

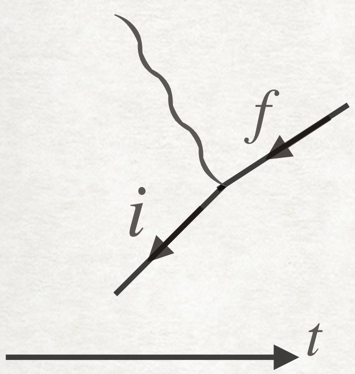
dispersión de partícula si $\psi \sim \psi^{(1)}$ o $\psi^{(2)}$

$$u^{(1)}(p,E)$$
$$u^{(2)}(p,E)$$

$$\psi^{(1)}(\overrightarrow{x},t) = u^{(1)}(p,E)\,e^{-\frac{i}{\hbar}p_\mu x^\mu}$$


R. Feynman


J. Schwinger



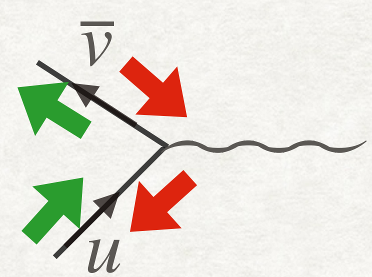
dispersión de antipartícula si $\psi \sim \psi^{(3)}$ o $\psi^{(4)}$

$$v^{(1)}(p,E) = u^{(4)}(-p,-E)$$
$$v^{(2)}(p,E) = u^{(3)}(-p,-E)$$

un positrón de energía positiva "usa" la solución de un electrón de energía negativa yendo para el otro lado

$$\overline{v}\,\gamma^\mu u \;\sim ?$$

u *partícula que "entra"*
$\overline{v}$ *antipartícula que "entra"*

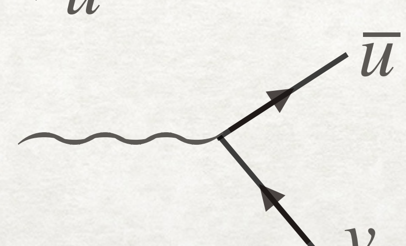


aniquilación

helicidades opuestas!!!

$$\overline{u}\,\gamma^\mu v \;\sim ?$$

$\overline{u}$ *partícula que "sale"*
v *antipartícula que "sale"*



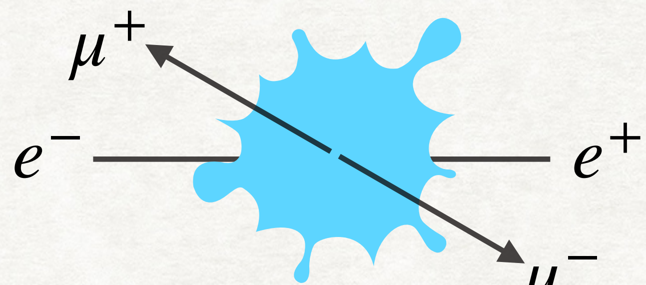
creación

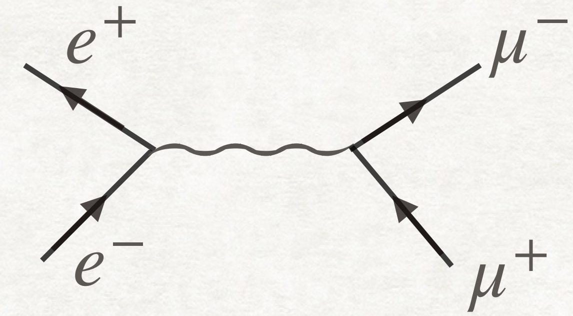
CLASE 9: Helicidad y chiralidad

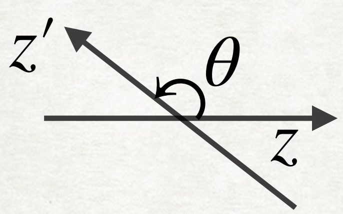
espín del fotón :

partículas y antipartículas se aniquilan y crean con helicidades opuestas

$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$







$$J_z = \pm 1$$
$$J_{z'} = \pm 1$$

quién se lleva el impulso angular?

$$J = 1,2,\ldots$$

$$\mathscr{A} \sim \sum {}_{z'} < \pm 1 \,|\, \pm 1 >_z \; = \sum < \pm 1 \,|\, e^{\frac{i}{\hbar} J_x \theta} \,|\, \pm 1 > \; = \sum d^J_{m,m'}(\theta)$$

$$d^1_{1,1} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$
$$d^1_{1,0} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta$$
$$d^1_{1,-1} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$d^2_{1,1} = \frac{1}{2}\left(2\cos^2\theta + \cos\theta - 1\right)$$
$$d^2_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{8}} \sin 2\theta$$
$$d^2_{1,-1} = \frac{1}{2}\left(-2\cos^2\theta + \cos\theta + 1\right)$$