

FISICA DE LAS INTERACCIONES FUNDAMENTALES

1ER CUATRIMESTRE 2026

CLASE 19

RODOLFO SASSOT

CLASE 19: Relatividad General

Temas: Principio de equivalencia fuerte, métricas, Ecuación de Einstein.

*no es un curso de relatividad general,
sólo algunas ideas/temas*

la masa no es lo que parece; cómo queda la gravedad?

Leonard Susskind:
General Relativity YouTube

interacción gravitatoria es irrelevante a distancias cortas, pero dominante a grandes distancias

1905: Relatividad Especial: modificar la mecánica clásica para que sea invariante Lorentz

gravitación newtoniana no es invariante Lorentz....

1915: Relatividad General: teoría de gravitación consistente con RE (y la fenomenología)



Carl Friederich Gauss
1777-1855

Principio de equivalencia (fuerte)
+
Geometría de los espacios curvos



Bernhard Riemann
1826-1866

CLASE 19: Relatividad General

Principio de equivalencia (fuerte)

“no es posible distinguir entre movimientos infinitesimales debidos a la gravedad en un referencial inercial (proporcionales a la masa gravitatoria) de los debidos a las fuerzas inerciales en un referencial acelerado (y que son proporcionales a la masa inercial)”

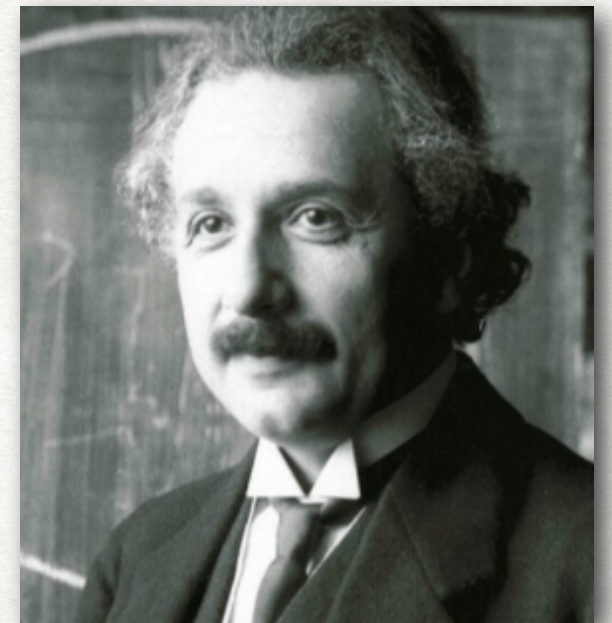
$$m_i = m_g \text{ chequeada con una precisión relativa } 5 \cdot 10^{-14} \text{ (} 5 \cdot 10^{-17} \text{)}$$

Masa inercial: cte de prop. entre la fuerza aplicada y la aceleración producida

Masa gravitacional: “carga” de la interacción gravitatoria

“no es una casualidad, es lo que define a la gravedad”

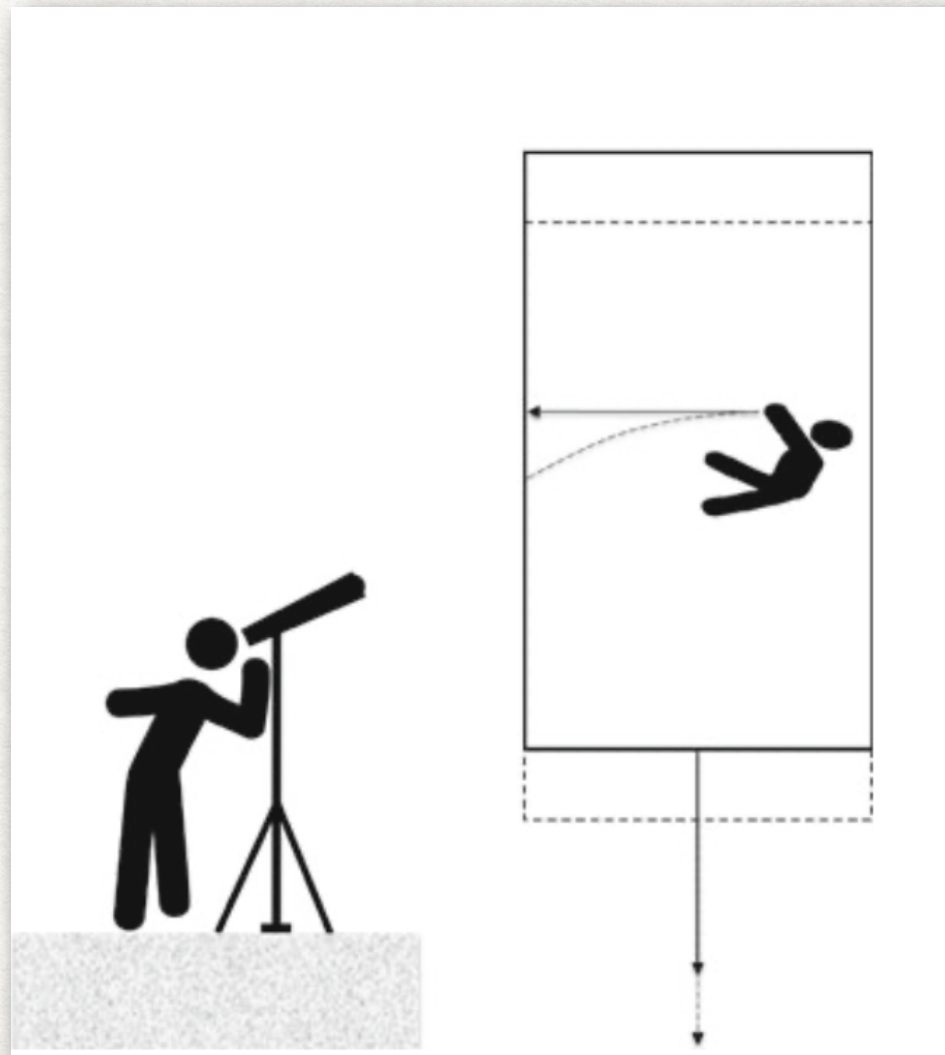
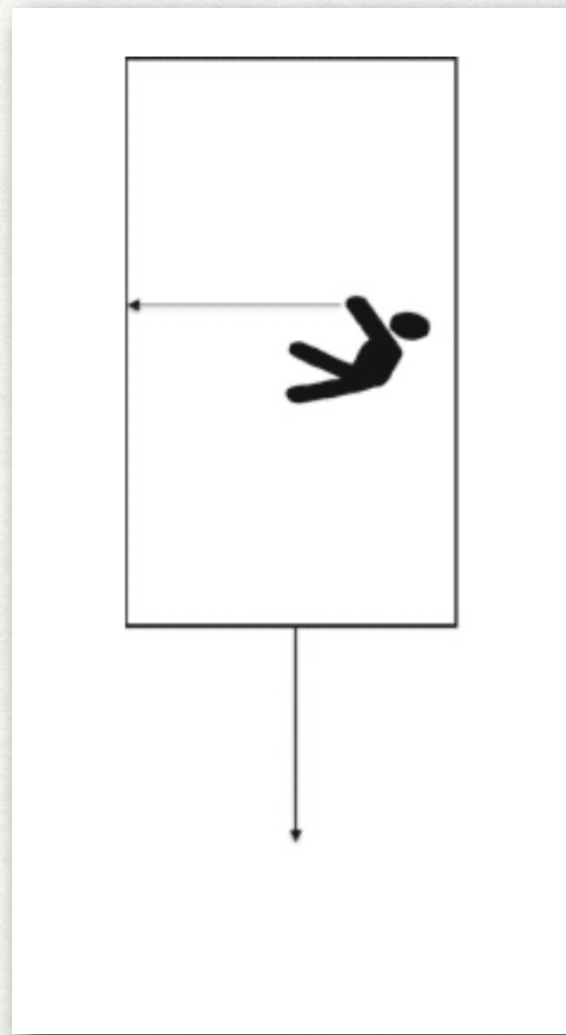
~ como si la gravedad fuera un efecto inercial



CLASE 19: Relatividad General

1907 redoblando la apuesta:

1) deflexión de los rayos luminosos en campos gravitacionales

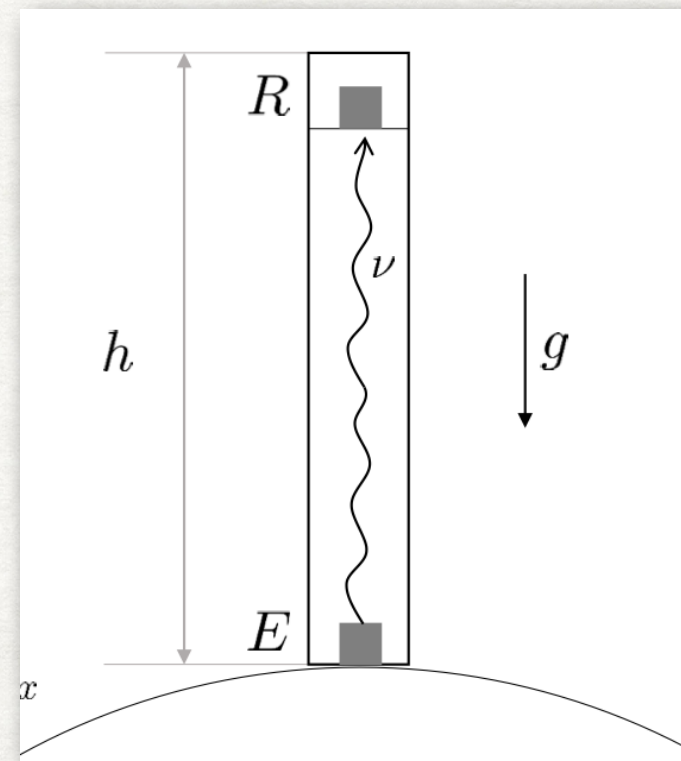
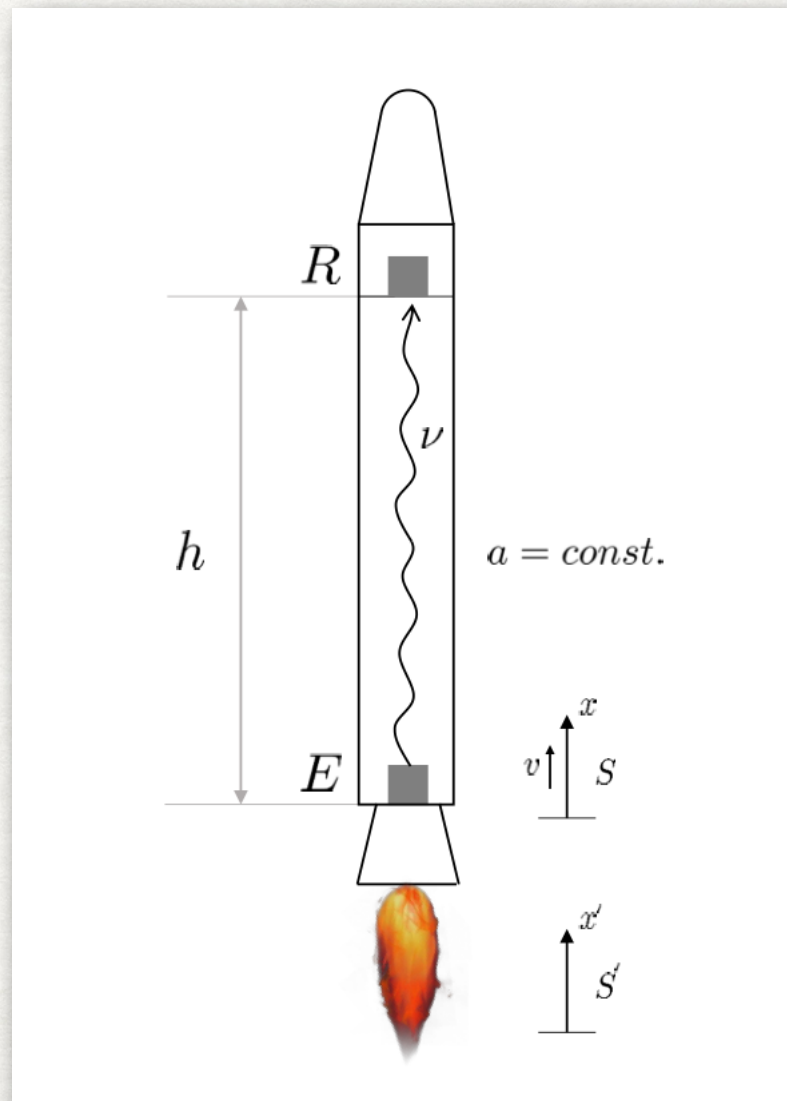


Eclipses solares: Eddington 1919

CLASE 19: Relatividad General

1907 redoblando la apuesta:

2) modificación de la frecuencia de la luz en campos gravitacionales (redshift)



Pound & Rebka 1959, GPS

CLASE 19: Relatividad General

1909 Paradoja de Ehrenfest:

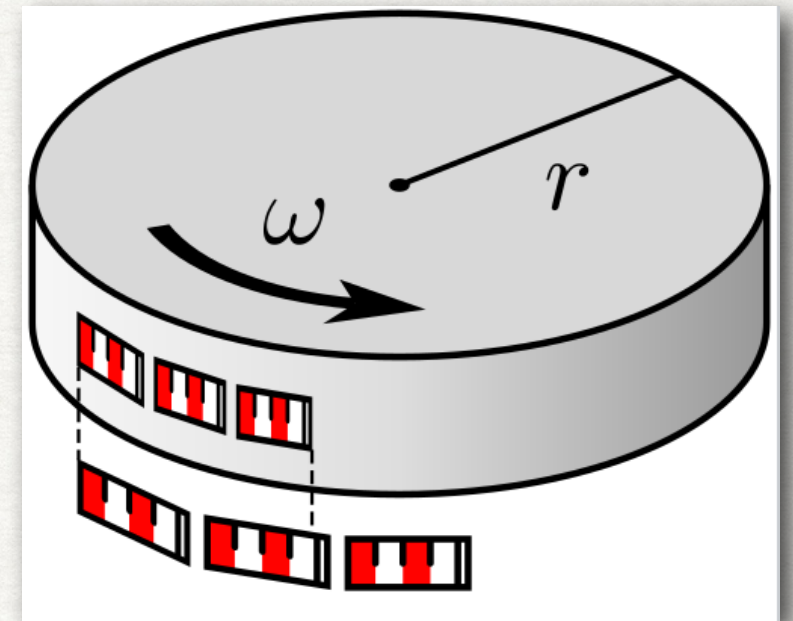
Un disco en rotación no cumple con la geometría euclídea

el radio no se contrae, porque es perpendicular a $v = \omega R$

la longitud de la circunferencia si $\sim \sqrt{1 - (\omega R)^2/c^2}$

$$\text{circunferencia/diámetro} = \pi \sqrt{1 - (\omega R)^2/c^2}$$

aceleración centrífuga $\sim$ gravedad



Un observador en un campo gravitatorio experimenta geometría no euclídea

"the gravitational field influences and even determines the metrical laws of the space-time continuum"

CLASE 19: Relatividad General

efectos de marea (tidal effects)

hay efectos de la gravedad que no se pueden simular con una aceleración
(o cancelar con una caída libre)

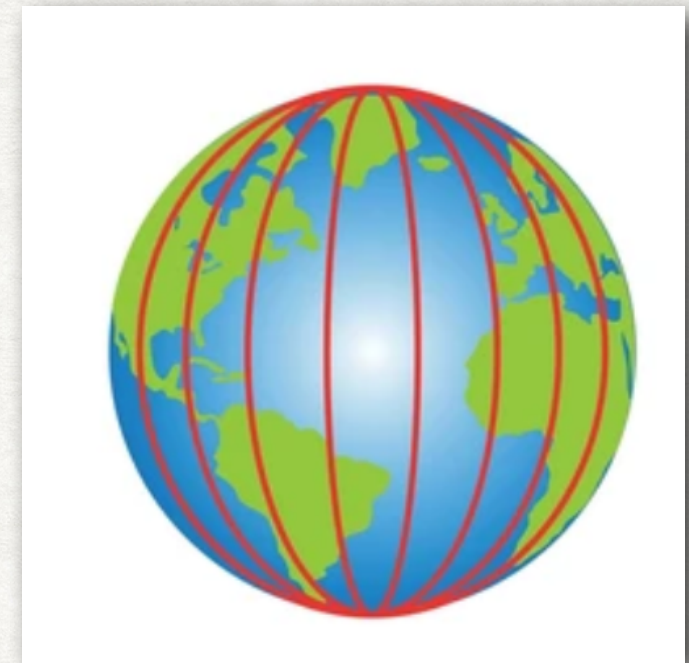
meteoritos en caída libre

~ variación del campo gravitatorio

esfera de partículas de prueba

geometría y curvatura

borrachos en ecuador



Si no hay efectos de marea, puedo cancelar la gravedad con cada libre

Si no hay curvatura, puedo equiparar una superficie a un plano

CLASE 19: Relatividad General

1908 Hermann Minkowski

formulación geométrica del relatividad especial: espacio de Minkowski

la geometría no solo se refiere a las coordenadas espaciales sino al espacio-tiempo

~ las partículas de prueba evolucionan en "lineas de mundo"

~ las transformaciones de Lorentz son rotaciones

1912 Einstein

reemplaza el espacio de Minkowski por uno curvo para incluir los efectos de gravedad

~ las partículas de prueba evolucionan por las "geodésicas"

i.e. las trayectorias lo mas recta posibles

la distancia mas corta entre dos puntos

cómo/cuánto se curva el espacio-tiempo?



CLASE 19: Relatividad General

Geometría en espacios curvos

Métrica: información necesaria para calcular distancias ángulos

Espacio plano 2D:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{"métrica"}$$

las "geodésicas" son rectas

Espacio esférico 2D:

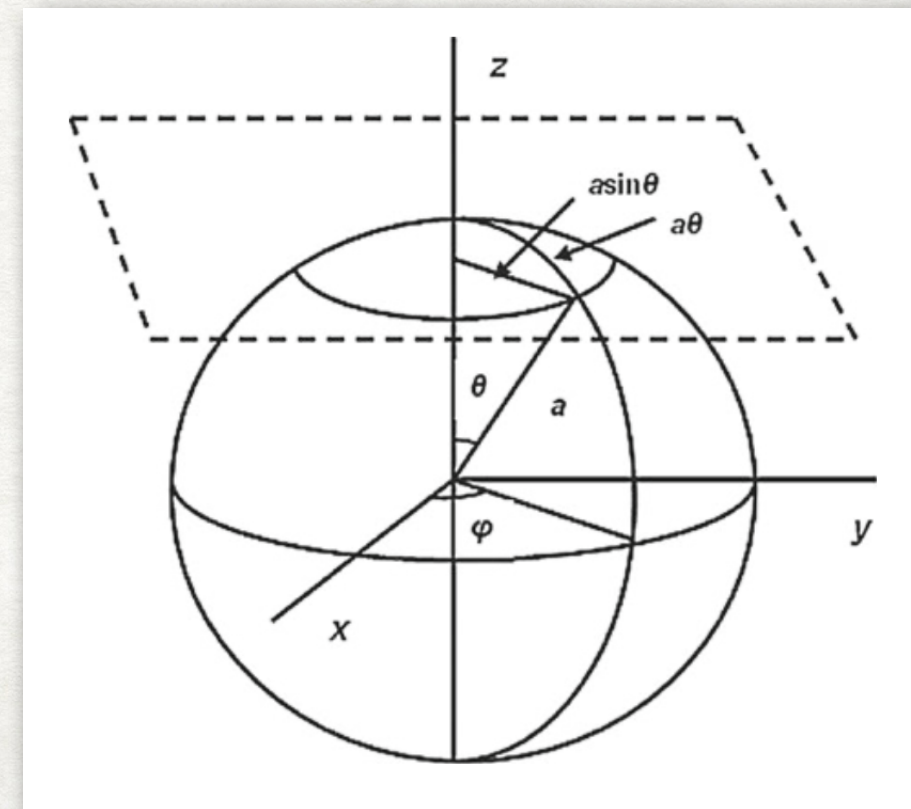
$$ds^2 = a^2 d\theta^2 + a^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & a^2 \sin^2\theta \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} dx^1 &= d\theta \\ dx^2 &= d\phi \end{aligned}$$

la métrica no es cte (depende de la latitud θ)

las geodésicas son porciones de círculos

el plano tangente cambia punto a punto



CLASE 19: Relatividad General

Geometría en espacios curvos

Espacio esférico 2D:

$$r \equiv \sin \theta$$

$$dr = \cos \theta d\theta \quad dr^2 = \cos^2 \theta d\theta^2 \quad \frac{dr^2}{\cos^2 \theta} = d\theta^2$$

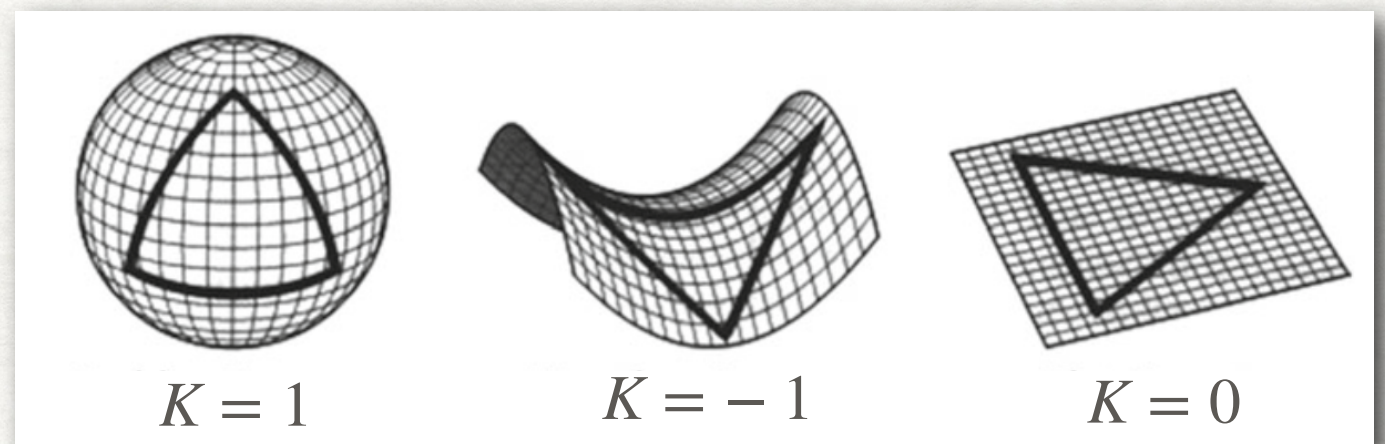
$$\frac{dr^2}{1 - r^2} = d\theta^2$$

$$ds^2 = a^2 d\theta^2 + a^2 \sin^2 \theta d\phi^2 = a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\phi^2 \right) \quad K = 1 \quad \text{"curvatura"}$$

$K = 1$ "superficie esférica"

$K = 0$ "superficie plana"

$K = -1$ "curvatura negativa"



distancia s entre dos puntos en esp. esférico con el mismo ϕ , y $r_1 = 0$ $r_2 = R/a$:

$$s = \int_0^{\frac{R}{a}} a \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \equiv a S_k \quad S_k = \begin{cases} \arcsin(R/a) & K = 1 \\ R/a & K = 0 \\ \operatorname{arcsinh}(R/a) & K = -1 \end{cases}$$

$$ds^2 = a^2 (dr^2 + S_k^2 d\phi^2)$$

CLASE 19: Relatividad General

Geometría en espacios curvos

Espacio esférico 2D

$$ds^2 = a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\phi^2 \right)$$

Espacio 3D (homogéneo e isotrópico)

$$ds^2 = a^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$

$r \neq \sin\theta!!!$

Espacio 4D

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right]$$

"Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker"

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) (dr^2 + S_k^2 d\Omega^2)$$

se reduce a Minkowski para $K = 0$ y $a(t) = cte$

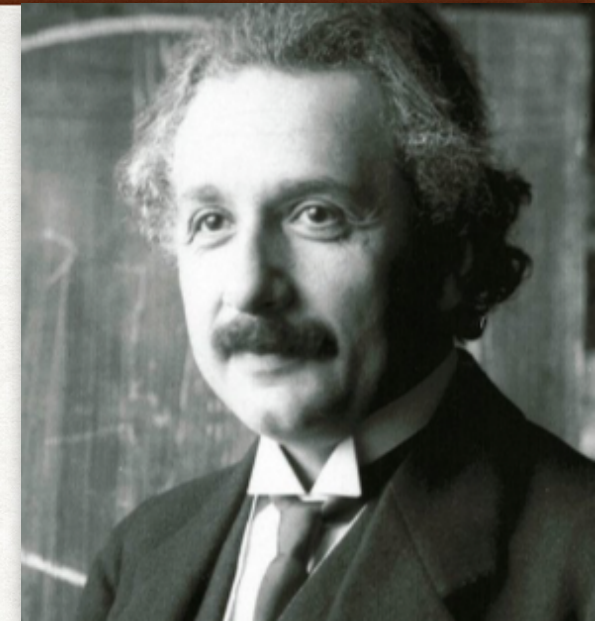
CLASE 19: Relatividad General

1915 Einstein

relación entre la distribución de materia y la curvatura del espacio

la materia le dice al espacio-tiempo cómo curvarse

el espacio-tiempo le dice a la materia cómo moverse



En la teoría de Newton, la materia es la fuente del campo gravitatorio, pero en RE....

Tensor de Energía Impulso (clase 11)

$$x^\nu \longrightarrow x^\nu + a^\nu \quad T_\nu^\mu \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial_\nu \phi - \mathcal{L} \delta_\nu^\mu$$

$$j^\mu \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \Delta \phi - J^\mu$$

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad -\frac{\partial}{\partial t} \int d^3x j^0 = \int d^3x \frac{\partial}{\partial x^i} j^i = \int dS j^i n^i$$

$$\int d^3x T^{00} \equiv H \quad \int d^3x T^{0i} \equiv P^i$$

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \text{densidad energía} & \text{densidad impulso} & & \\ T^{00} & T^{01} & T^{02} & T^{03} \\ \text{flujo energía} & T^{10} & T^{11} & T^{12} & T^{13} \\ & T^{20} & T^{21} & T^{22} & T^{23} \\ & T^{30} & T^{31} & T^{32} & T^{33} \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{tensión} \\ \text{Presión} \end{matrix}$$

flujo impulso

CLASE 19: Relatividad General

Ecuaciones de Einstein

$$T_{\mu\nu} = ??$$

Tensor de energía impulso

$$R_{\mu\alpha\beta\nu}$$

Tensor de curvatura de Riemann

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} - \frac{1}{3}R_{\mu\alpha\beta\nu}x^\alpha x^\beta + \mathcal{O}(x^3)$$

$$R_{\beta\delta} = R_{\beta\alpha\delta}^\alpha$$

Tensor de Ricci

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R$$

Tensor de Einstein

$$R \equiv g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

Escalar de Ricci

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Ecuaciones de Einstein

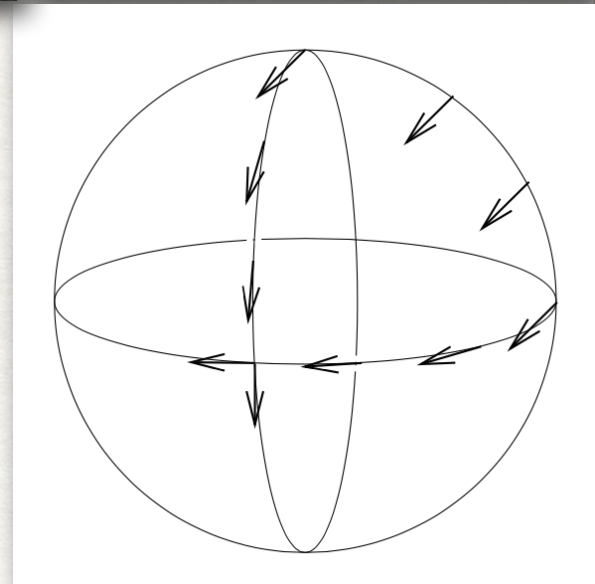
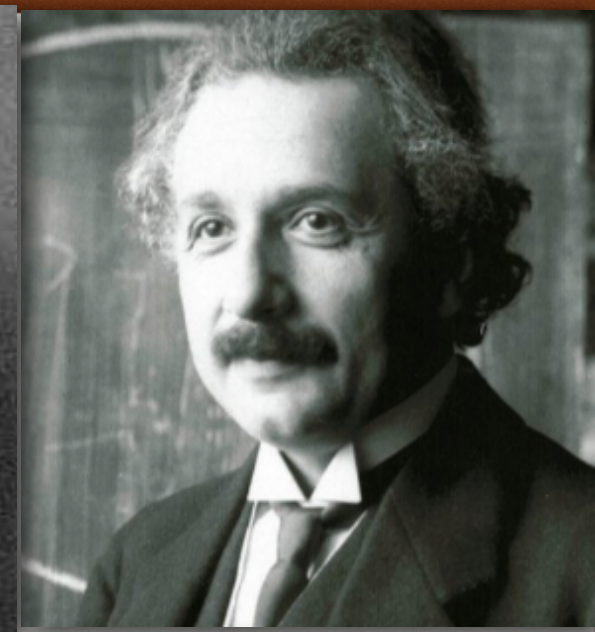
$$G_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Λ constante cosmológica

"el mayor error de mi vida"



Marcel Grossmann
1878-1936



CLASE 19: Relatividad General

Ecuaciones de Einstein

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} R$$

acción de Einstein-Hilbert

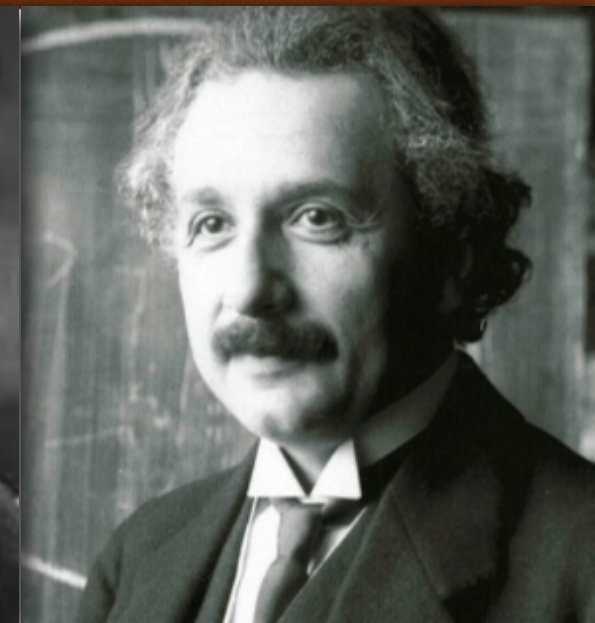
$$\kappa \equiv \frac{8\pi G}{c^4} \quad g \equiv \det(g_{\mu\nu}) \quad R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} [R - \mathcal{L}_M]$$

derivar la dinámica del espacio-tiempo a partir de un ppio variacional (como para las otras interacciones)

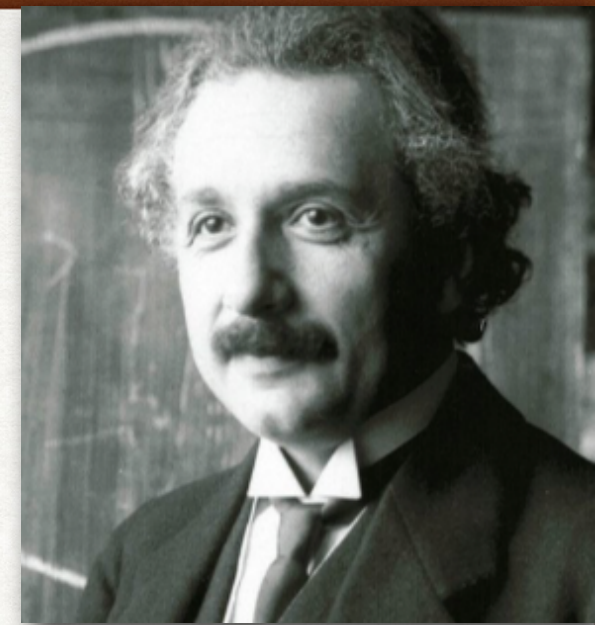


David Hilbert 1862-1943



CLASE 19: Relatividad General

Ecuaciones de Einstein



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Ecuaciones de Einstein

$$R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{00}$$

aceleración/desaceleración del tiempo $\sim E$
el tiempo corre mas despacio en campo gravitacional mas intenso

$$R_{0i} - \frac{1}{2}g_{0i}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{0i}$$

dilatación del tiempo en dirección $i \sim$ impulso i

$$R_{ii} - \frac{1}{2}g_{ii}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ii}$$

dilatación del espacio en dirección $i \sim$ presión i