FISICA DE LAS INTERACCIONES FUNDAMENTALES

1ER CUATRIMESTRE 2026

CLASE 3

RODOLFO SASSOT

CLASE 3: Simetrías en partículas

simetrías: ~ *poder definir una operación que deja invariante algo*

U operación de simetría (p. ej. rotación) $\qquad |\Psi> \longrightarrow |\Psi'> = U|\Psi>$

si pido que $<\Phi|\Psi>$ no cambie cuando transformo todo el universo:

$$|<\Phi|\Psi>|^2 = |<\Phi'|\Psi'>|^2 = |<\Phi|U^\dagger U|\Psi>|^2 \rightarrow U^\dagger U = \mathbb{1} \qquad U \text{ unitario}$$

$$<\Phi'|H|\Psi'> = <\Phi|U^\dagger HU|\Psi> = <\Phi|H|\Psi> \rightarrow H = U^\dagger HU \rightarrow [U,H]=0$$

ejemplo: rotación de un estado de spin 1/2

$U = e^{i\vec{\theta}\cdot\vec{J}}$ $\qquad \vec{J} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$ "generadores" $\qquad \vec{\sigma}$ matrices de Pauli

$[U,H]=0 \rightarrow [H,J^2] = [H,J_i] = 0$

$\rightarrow$ isospin: $[H,I^2] = [H,I_i] = 0$ "simetría aproximada" $H = H_{strong} + H_{em}$

CLASE 3: Simetrías en partículas

simetrías:

$U_T = e^{-iHt}$ evolución temporal

si $[H, I^2] = [H, I_i] = 0$ ➜ $< \alpha', I', I_3' \,|\, U_T \,|\, \alpha, I, I_3 > = \delta_{I,I'}\, \delta_{I_3, I_3'}$ "no depende de I_3"

$$\overbrace{\mathbb{1} = U_R^\dagger U_R}$$

$$< \alpha', I, I_3 \,|\, U_T \,|\, \alpha, I, I_3 > \;\; = < \alpha', I, I_3 \,|\, U_T\, U_R^\dagger U_R \,|\, \alpha, I, I_3 > \; = < \alpha', I, I_3' \,|\, U_T \,|\, \alpha, I, I_3' >$$

$$[U_T, U_R^\dagger] = 0$$

Wigner-Eckart en chancletas

➜ las amplitudes de probabilidad son iguales para las partículas de un mismo multiplete (ver ej. producción de deuterio)

(en la medida que la rotación dentro del multiplete sea simetría)

(en la medida que la asignación de la partícula sea correcta)

CLASE 3: Simetrías en partículas

grupos de simetrías:

teorema de Noether: simetría → cantidad conservada

traslaciones espaciales → $\overrightarrow{P}$

rotaciones espaciales → $\overrightarrow{L}$

traslaciones temporales → H

transformaciones de fase → e

isospin → I

"grupo" clausura: existe una ley de composición

identidad

existe inversa

asociatividad

abeliano/no abeliano

discreto/continuo

CLASE 3: Simetrías en partículas

grupos de simetrías:

muchos se pueden representar como matrices:

$U(n)$ unitarias de nxn p.ej. $U(1)$ transformaciones de fase compleja

$SU(n)$ idem+det=1 p.ej. $SU(2)$ isospin/interacciones débiles, $SU(3)$ fuertes

$O(n)$ matrices ortogonales

$SO(n)$ idem+det=1 p.ej. $SO(3)$ rotaciones en 3D

un mismo grupo puede tener varias "representaciones"

~ bases de estados donde actúan las transformaciones (para los físicos)

ejemplo1: para SU(2) la de menor dimensión (fundamental) $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ $\quad 2$

donde definimos los generadores $\vec{J} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$ con $\sigma_1 = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$ $\sigma_2 = \begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix}$ $\sigma_3 = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$

y los elementos del grupo (transformaciones) $U(\vec{\theta}) = e^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{J}}$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\,\sigma_k$$

CLASE 3: Simetrías en partículas

grupos de simetrías:

ejemplo 2: SU(2) tiene otra representación de dimensión 3 $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ 3

con 3 generadores $\overrightarrow{J}$ ahora de 3x3, y las mismas relaciones de conmutación $[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk} J_k$

y los elementos del grupo (transformaciones) $U(\overrightarrow{\theta}) = e^{-i\overrightarrow{\theta}\cdot\overrightarrow{J}}$

las representaciones de mayor dimensión se pueden pensar como composición de la fundamental

ejemplo 3: combinando dos espines 1/2 (2) genero un triplete de estados de espin 1 (3) y un single (1)

$$2 \otimes 2 = 3_S + 1_A$$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S + 2_{MS} + 2_{MA}$$

dilema: p, n pertenece a 2, o a $2_{MS}, 2_{MA}$?

$p \;\; n$	$938.27 \;\; 939.56 \; MeV$	I=1/2
$\pi^+ \;\; \pi^0 \;\; \pi^-$	$139.57 \;\; 134.97 \; MeV$	I=1?
$K^+ \;\; K^0$	$493 \;\; 497 \; MeV$	I=1/2?
$\Delta^{++} \;\; \Delta^+ \;\; \Delta^0 \;\; \Delta^-$	$1230 - 1234 \; MeV$	I=3/2?
$\Sigma^+ \;\; \Sigma^0 \;\; \Sigma^-$	$1189 \;\; 1187 \; MeV$	I=1?

grupos de simetrías:

grupo de interés $SU(3)$: matrices unitarias de 3x3 y det=1

representación fundamental: $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ (idéntica a la 3 de $SU(2)$)

pero los generadores son distintos (y más) $U(\alpha_a) = e^{-i\alpha_a J_a}$ $a = 1,\ldots,8$

en general $SU(N)$ necesita $N^2 - 1$

$J_a = \frac{1}{2}\lambda_a$ (λ_a matrices de Gell-Mann)

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix}0 & -i & 0\\i & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0\\1 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix}0 & 0 & -i\\0 & 0 & 0\\i & 0 & 0\end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & -2\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & -i\\0 & i & 0\end{pmatrix}$$

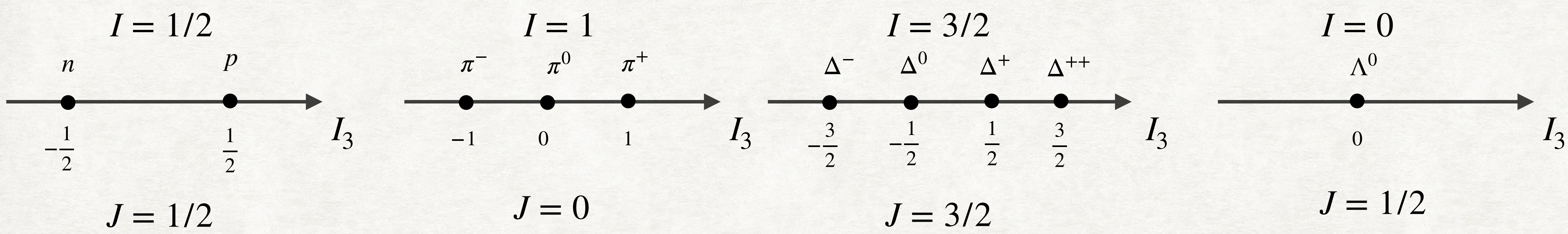
$$[J_a, J_b] = if_{abc}J_c$$

$$f_{123} = 1 \qquad f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f_{147} = f_{165} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{378} = \frac{1}{2}$$

CLASE 3: Simetrías en partículas

isospín, carga eléctrica y extrañeza:

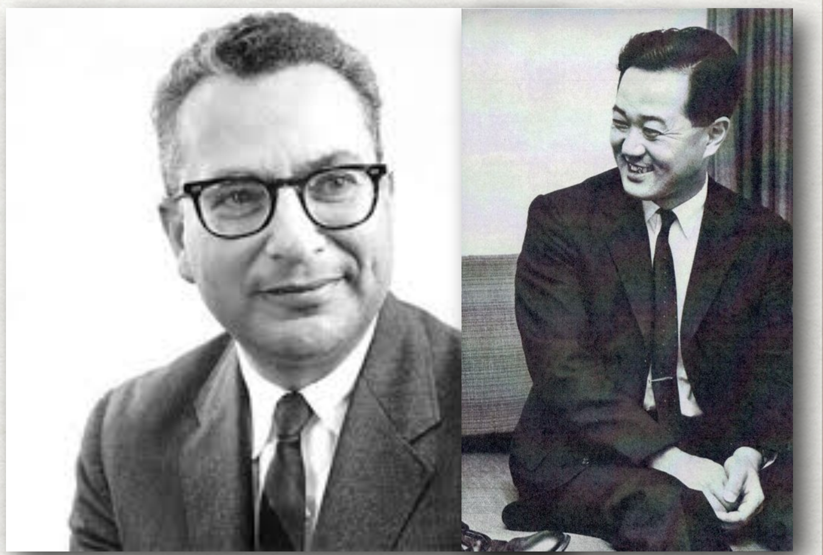


$$Q = e\left(I_3 + \frac{1}{2}\right) \qquad n, p, \Delta$$

$$Q = e\left(I_3 + \frac{B}{2}\right) \qquad \begin{array}{l} B = 1 \text{ bariones} \\ B = 0 \text{ mesones} \end{array}$$

$$Q = e\left(I_3 + \frac{B+S}{2}\right) \qquad \begin{array}{ll} S = 1 & K^+ \\ S = -1 & K^0,\ \Lambda^0 \end{array}$$

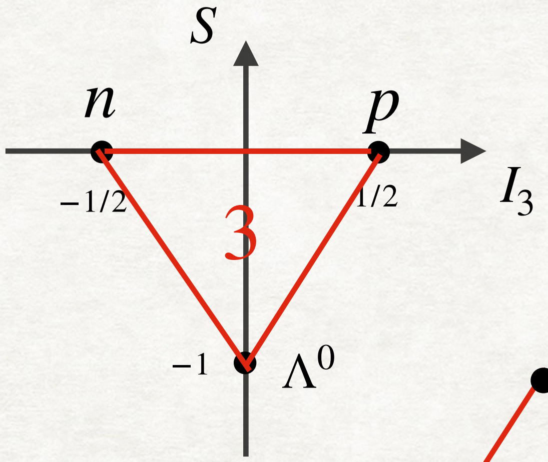
Gell-Mann Nishijima

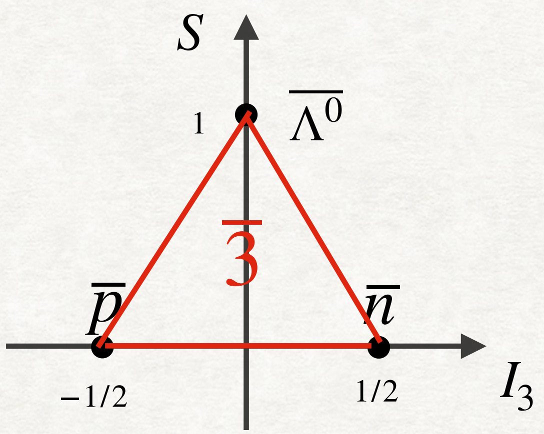


CLASE 3: Simetrías en partículas

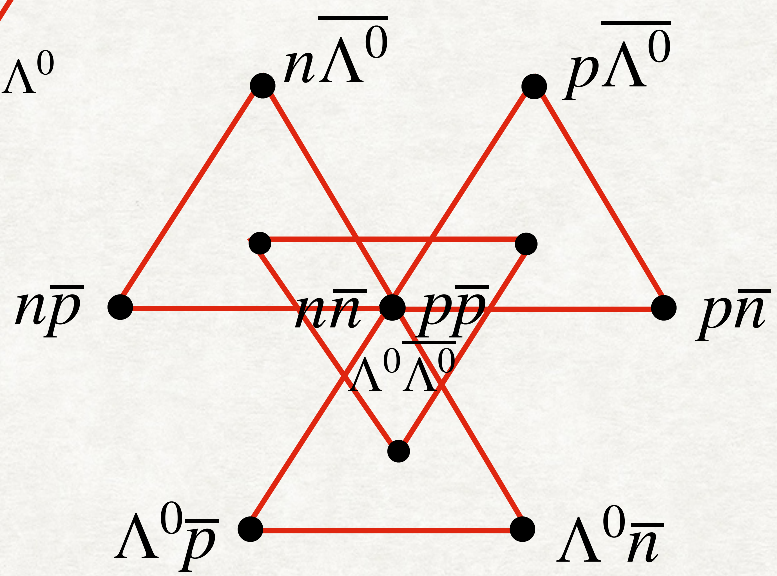
modelo SU(3) de Sakata (1956):

$$\begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda^0 \end{pmatrix}$$





composición: $3 \otimes \overline{3} = 8 + 1$



$B = 0$ mesones

$S = 0 \quad p\overline{n} = |1,1>_I \quad \pi^+$

$p\overline{p} + n\overline{n} = |1,0>_I \quad \pi^0$

$p\overline{n} = |1,-1>_I \quad \pi^-$

$3 \otimes 3 \otimes \overline{3}$ $\quad B = 1$ bariones

$pn\overline{\Lambda^0} \quad S = 1$ no existen!

modelo de quarks (1964): $\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S + 8_{MS} + 8_{MA} + 1_A$$

$$3 \otimes \overline{3} = 8_S + 1_A$$

CLASE 3: Simetrías en partículas

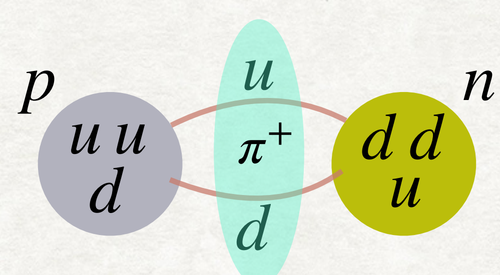
modelo de quarks (1964):

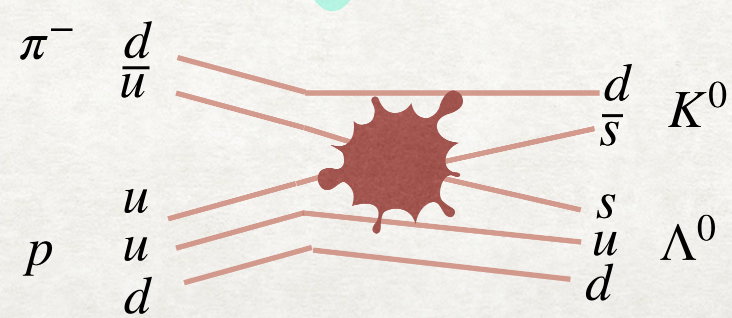
los quarks: tienen carga eléctrica fraccionaria
no existen de manera aislada
sólo se combinan de a tres o como $q\bar{q}$

	I_3	S	Q	B	J
u	$1/2$	0	$2/3$	$1/3$	$1/2$
d	$-1/2$	0	$-1/3$	$1/3$	$1/2$
s	0	-1	$-1/3$	$1/3$	$1/2$

uuu	$3/2$	0	2	1	Δ^{++}	$I=3/2$	
uud	$1/2$	0	1	1	Δ^{+}, p		$SU(2)_{u-d}$
udd	$-1/2$	0	0	1	Δ^{0}, n		
ddd	$-3/2$	0	-1	1	Δ^{-}	$I=3/2$	
dds	-1	-1	-1	1	Σ^{*-}, Σ^{-}		$SU(2)_{d-s}$
dss	$-1/2$	-2	-1	1	Ξ^{*-}, Ξ^{-}		
sss	0	-3	-1	1	Ω^{-}	$I=3/2$	
ssu	$1/2$	-2	0	1	Ξ^{*0}, Ξ^{0}		$SU(2)_{u-s}$
suu	1	-1	1	1	Σ^{*+}, Σ^{+}		
uds	0	-1	0	1	Λ^{0}, Σ^{0}		

	I_3	S	Q	B	
$u\bar{d}$	1	0	1	0	π^+
$d\bar{u}$	-1	0	-1	0	π^-
$u\bar{u}$ $d\bar{d}$	0	0	0	0	π^0





CLASE 3: Simetrías en partículas

Práctica:

ejemplo: producción de deuterio

$$d \quad {}^{2}_{1}H \qquad (1,1)$$

$$|pp> \equiv |1,1>$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|pn+np> \equiv |1,0> \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}|pn-np> \equiv |0,0>$$

$$|nn> \equiv |1,-1>$$

$$p+p \rightarrow d+\pi^{+} \qquad <\gamma',1,1|U_T|\gamma,1,1> \; = A_1$$

$$n+n \rightarrow d+\pi^{-} \qquad <\gamma',1,-1|U_T|\gamma,1,-1> = A_2$$

$$p+n \rightarrow d+\pi^{0} \qquad <\gamma',1,0|U_T \; \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left[|\gamma,1,0> + |\gamma,\cancel{0},0>\right] \; = A_3$$

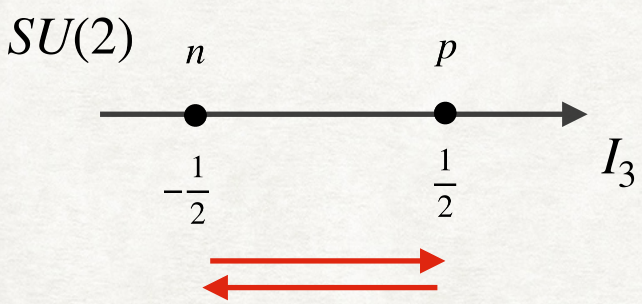
$$<\gamma',1,0|U_T|\gamma,1,0> \; = \sqrt{2}\,A_3$$

$$A_1 = A_2 = \sqrt{2}A_3 \qquad P_3 = \frac{1}{2}P_1$$

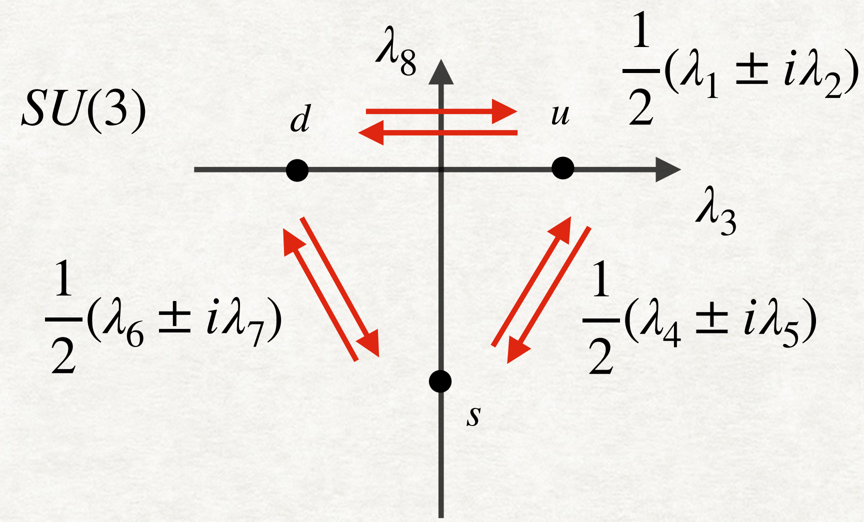
CLASE 3: Simetrías en partículas

grupos de simetrías:

grupo de interés $SU(3)$: tres subgrupos $SU(2)$ que se muerden la cola



$$\sigma_\pm \equiv \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$$



$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$2 \otimes 2 = 3_S + 1_A \qquad |uu>, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}|ud + du>, \quad |dd>$$

$$3 \otimes 3 = 6_S + 3_A \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}|sd + ds>, \quad |ss>, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}|us + su>$$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S + 2_{MS} + 2_{MA}$$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S + 8_{MS} + 8_{MA} + 1_A$$