# FISICA 1 (PALEONTOLOGÍA) 2DO CUATRIMESTRE 2020

CLASE 12

Temas: Teoría Cinética II, distribución de velocidades moleculares. Movimiento browniano

Teoría Cinética I (clase 8):

~imagen microscópica de los gases, interpretación de variables termodinámicas

velocidad cuadrática media: 
$$v_{rcm} \equiv \sqrt{\overline{v^2}} \sim 400 - 1800 \, m/s$$

$$p = \frac{1}{3}\rho \, \overline{v^2}$$

$$\frac{3}{2}k_BT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

$$k_B \equiv \frac{R}{N_0}$$
 constante de Boltzmann

camino libre medio: 
$$\bar{l} \equiv \frac{1}{\sqrt{2} n_v \pi d^2} \sim 10^{-5} cm$$

frecuencia de colisiones: 
$$\frac{v}{\overline{l}} \sim 10^9 \, s^{-1}$$

distribución de velocidades? de qué depende?

## ley de las atmósferas: cómo se distribuyen las moléculas en la atmósfera?

~ número de moléculas por unidad de volumen  $n_v$  en función de la altura

#### por simplicidad suponemos:

$$-T = cte (\sim 1^{\circ}C c/150 m, 10 km \sim 30\% K)$$

- aire~gas ideal: 
$$pV = Nk_BT$$

$$n_{V} \equiv \frac{N}{V} \quad \Rightarrow \quad p = n_{V} k_{B} T$$

$$dp = dn_{V} k_{B} T$$

$$ap = an_V \kappa_I$$

$$pA - (p + dp)A = mgN = mgn_V A dy$$

$$dp = -mg \, n_V \, dy$$

$$dn_V k_B T = -mg n_V dy$$

$$\frac{dn_V}{n_V} = -\frac{m\,g}{k_B\,T}\,dy$$

$$n_V(y) = n_0 e^{-\frac{mg}{k_B T} y}$$

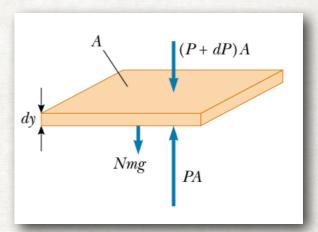
$$n_0 = n_V(0) = 2.69 \cdot 10^{25} \ mol/m^3$$

Ejemplo: 
$$n(y) = ?$$
  $y = 11 \, km \, m = 4.8 \cdot 10^{-26} \, kg$ 

$$\frac{m\,g}{k_B\,T}\,y = 1.28$$

$$n_V = n_0 e^{-1.28} = 0.278 \, n_0$$

 $n_V = n_0 e^{-1.28} = 0.278 \, n_0 \sim 1/4 \, \text{de las moléculas por unidad de volumen}$ 



ley de las atmósferas: cómo se distribuyen las moléculas en la atmósfera?

~ número de moléculas por unidad de volumen  $n_{\rm v}$  en función de la altura

$$n_V(y) = n_0 \, e^{-rac{m\,g}{k_B T} y}$$
  $e^{-rac{m\,g}{k_B T} y}$  ~ probabilidad relativa de encontrar una molécula a la altura y

$$\overline{y} = \frac{\int_0^\infty y \, n_V(y) \, dy}{\int_0^\infty n_V(y) \, dy} = \frac{\int_0^\infty y \, e^{-\frac{mgy}{k_BT}} \, dy}{\int_0^\infty e^{-\frac{mgy}{k_BT}} \, dy} = \frac{k_B \, T}{m \, g} \quad \sim \text{la altura promedio aumenta con } T$$

$$U=m\,g\,y$$
  $\overline{U}=m\,g\,\overline{y}=k_B\,T$  ~ la energía potencial promedio depende sólo de  $T$  ! (ni de m ni de g)

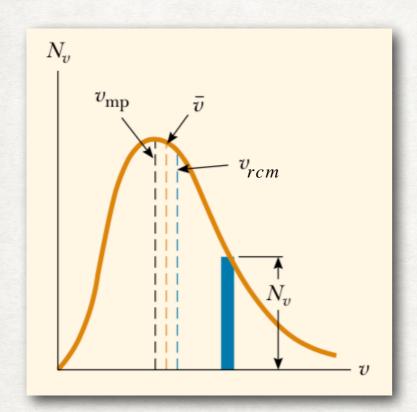
#### distribución de Boltzmann:

$$n_V(y) = n_0 \, e^{-\frac{mg}{k_B T} y} = n_0 \, e^{-\frac{\overline{U}}{k_B T}}$$
 aplica a todo tipo de energía

$$n_V(E) = n_0 \, e^{-rac{E}{k_B T}}$$
 ~ probabilidad de encontrar una molécula a una dada  $E$  decrece como  $e^{-rac{E}{k_B T}}$ 

## distribución de Maxwell-Boltzmann $N_v$ :

~ cuántas moléculas tengo en un cierto rango de velocidades entre v y v + dv



$$\overline{v} = \frac{\int_0^\infty v \, N_v(v) \, dv}{\int_0^\infty N_v(v) \, dv} \qquad v_{rcm} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty v^2 \, N_v(v) \, dv}{\int_0^\infty N_v(v) \, dv}}$$

$$v_{rcm} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty v^2 N_v(v) dv}{\int_0^\infty N_v(v) dv}}$$

$$N_{v} = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_{B}T}\right)^{3/2} v^{2} e^{-\frac{mv^{2}}{2k_{B}T}} \sim e^{-\frac{E}{k_{B}T}} \text{ con } E = \frac{mv^{2}}{2}$$

$$\sim e^{-\frac{E}{k_B T}}$$
 con  $E = \frac{m v^2}{2}$ 

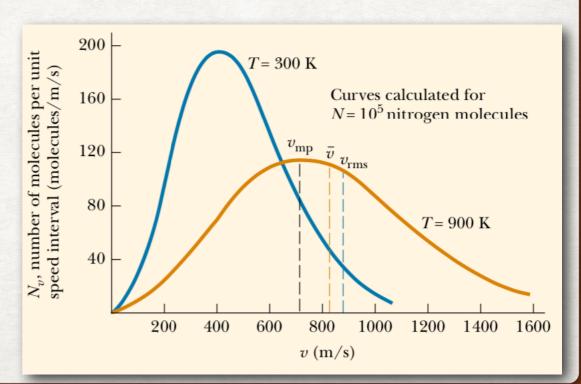
(Maxwell 1859)

$$v_{rcm} = 1.73 \sqrt{k_B T/m}$$

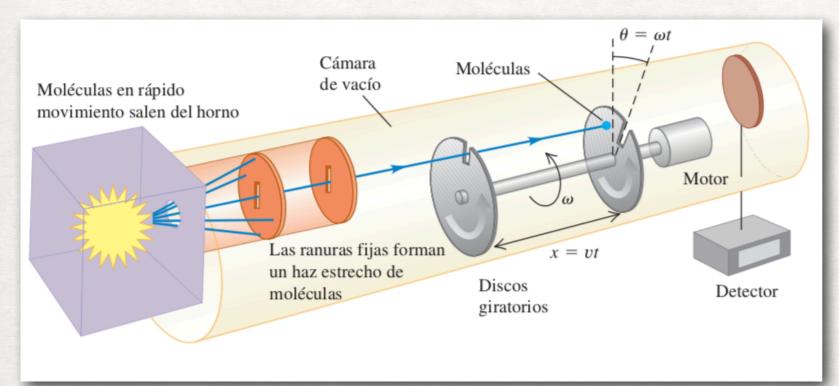
$$\overline{v} = 1.60 \sqrt{k_B T/m}$$

$$v_{rcm} > \overline{v} > v_{mp}$$

$$v_{mp} = 1.41 \sqrt{k_B T/m} \qquad \left(v : \frac{dN_v}{dv} = 0\right)$$



## medición de la distribución de Maxwell-Boltzmann $N_v$ : (1859 $\longrightarrow$ 1920 $\longrightarrow$ 1955)



(Stern 1920)

Velocity Distributions in Potassium and Thallium Atomic Beams\*

AUGUST 13. 1933

Aligh-resolution in Potassium and Thallium Atomic Beams\*

August 13. 1933

August 14. 1933

Aug

$$x = vt \qquad \theta = \omega t$$

$$v = x/t = \omega x/\theta$$

$$\mathbf{v} = v/v_{mp}$$

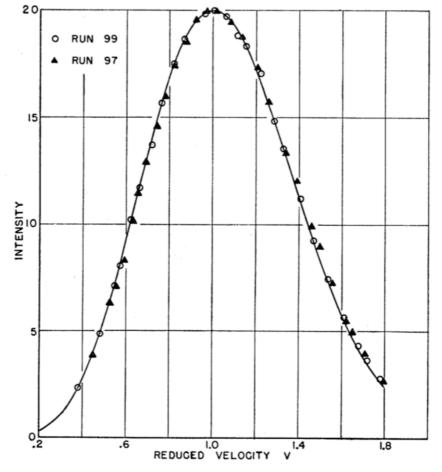


Fig. 5. Typical thallium velocity distributions. The data were taken with thin oven slits at vapor pressures given in Table II.

movimiento browniano: el polen suspendido en agua muestra un movimiento caótico continuo Robert Brown (1827)

una forma de vida? no, porque se observa para otras partículas inorgánicas Einstein (1905): interpretación en términos de teoría cinética como impactos de las moléculas movimiento browniano como medida del número de Avogadro.

esferas poliestireno  $1 \mu m = 10^{-6} m$ 

agua destilada  $95.84 \, pm \sim 10^{-10} \, m$ 



movimiento browniano: el polen suspendido en agua muestra un movimiento caótico continuo Robert Brown (1827)

una forma de vida? no, porque se observa para otras partículas inorgánicas Einstein (1905): interpretación en términos de teoría cinética como impactos de las moléculas movimiento browniano como medida del número de Avogadro.

esferas poliestireno  $1 \mu m = 10^{-6} m$ 

agua destilada  $95.84 \, pm \sim 10^{-10} \, m$ 

