FISICA 1 (PALEONTOLOGÍA)

2DO CUATRIMESTRE 2020

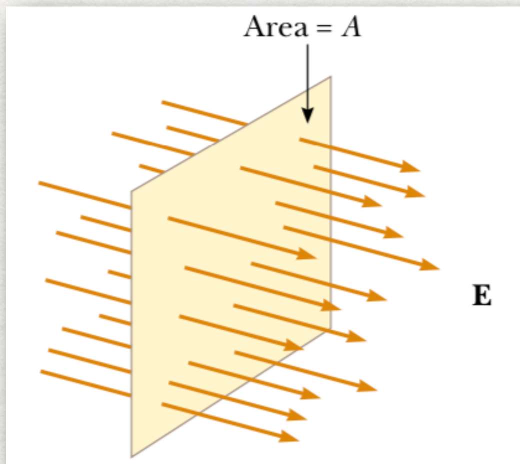
CLASE 15

RODOLFO SASSOT

CLASE 15: Electrostática

Temas: Ley de Gauss, Potencial eléctrico

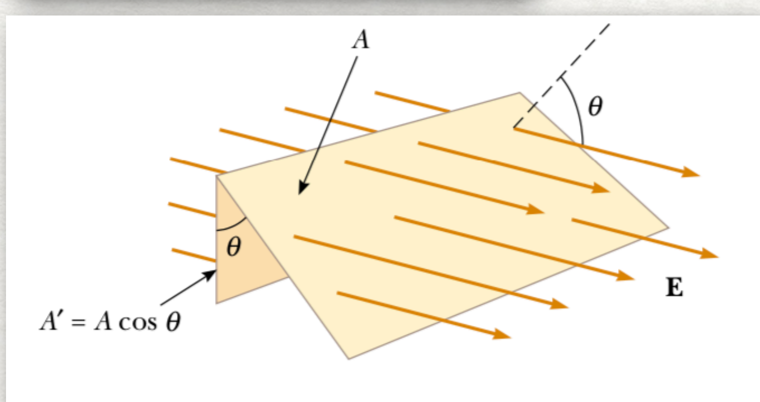
flujo eléctrico: ~ cantidad proporcional al número de líneas de campo que atraviesan una superficie



campo eléctrico $\mathbf{E} \equiv \mathbf{F^e}/q_0$

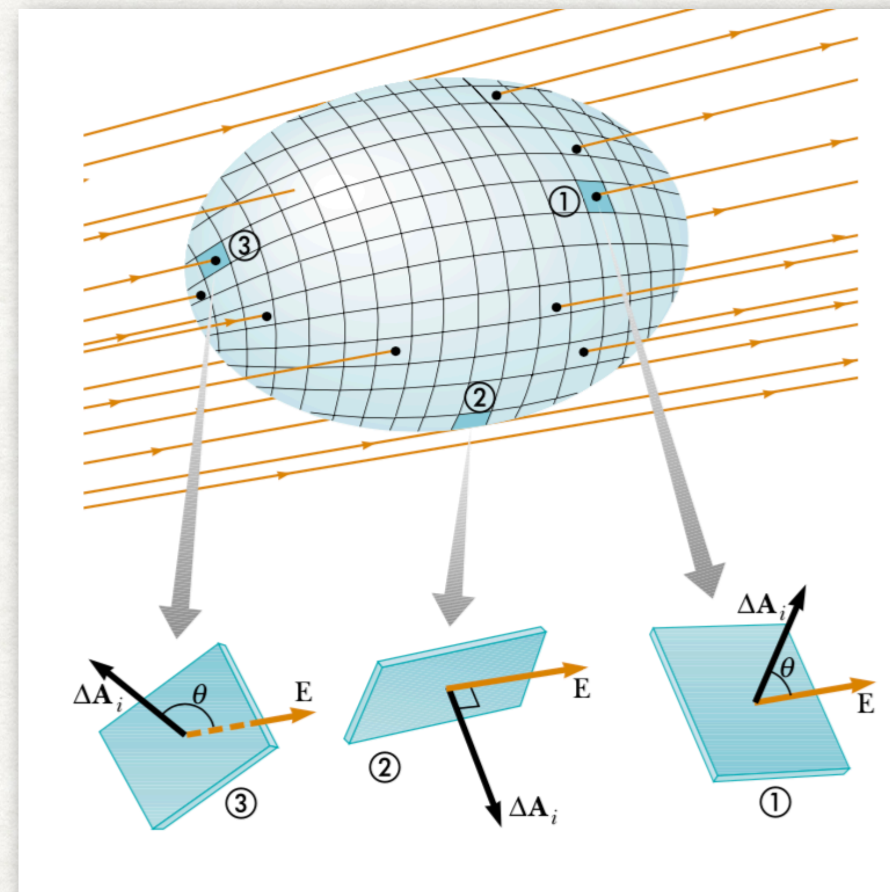
número de líneas de campo por unidad de superficie $\propto E$

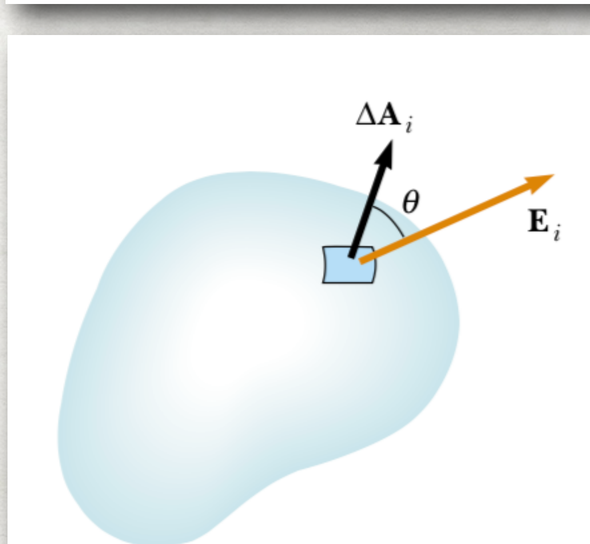
$$\Phi_E = E\,A$$ *flujo eléctrico*



$$\Phi_E = E\,A' = E\,A\,cos\theta$$

mismo número de líneas, mismo flujo





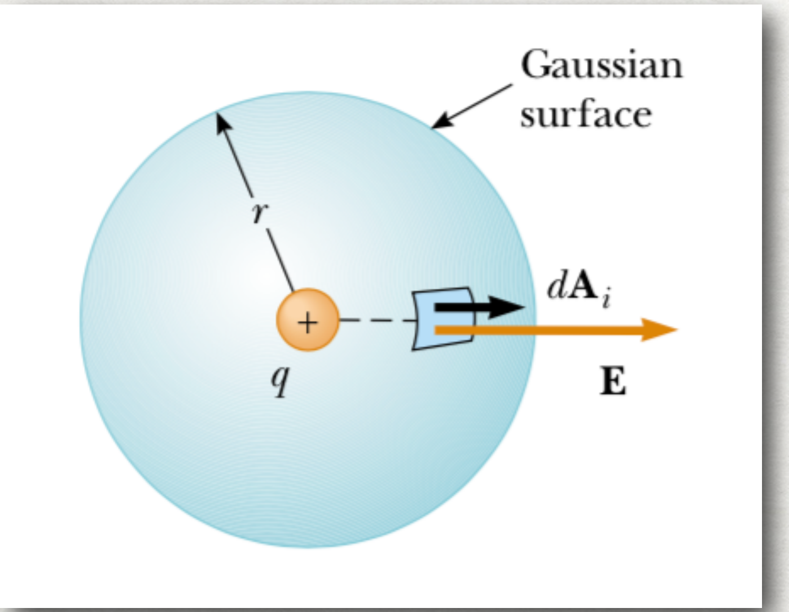
$$\Delta\Phi_E = E_i\,\Delta A_i\,cos\theta_i = \mathbf{E_i}\cdot\mathbf{\Delta A_i}$$

$$\Phi_E = \lim_{\mathbf{\Delta A_i}\to 0}\sum_i \mathbf{E_i}\cdot\mathbf{\Delta A_i} = \int_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dA} = \oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{dA}$$

CLASE 15: Electrostática

flujo eléctrico:

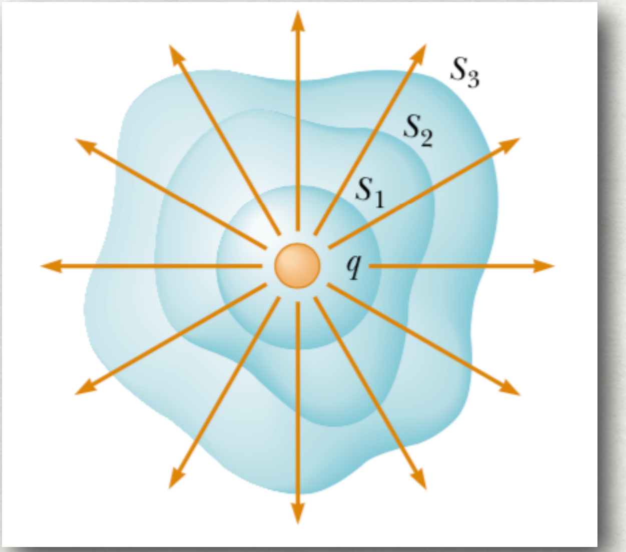
ejemplo: carga en el centro de una esfera



$$\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad \mathbf{dA} \sim \hat{\mathbf{r}}$$

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA} = \oint E\,dA = E \oint dA = k_e \frac{q}{r^2}\; 4\pi\, r^2 = 4\pi\, k_e\, q$$

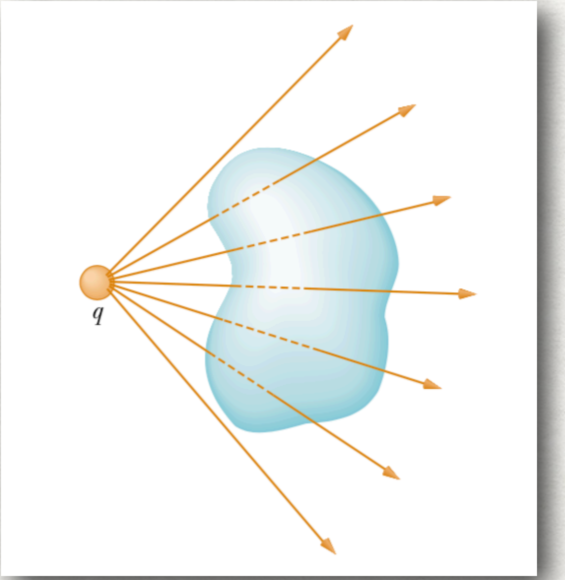
$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad \left(k_e = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0} \right)$$



vale para cualquier superficie cerrada

la carga no necesita estar centrada

si la carga está afuera, $\Phi_E = 0$



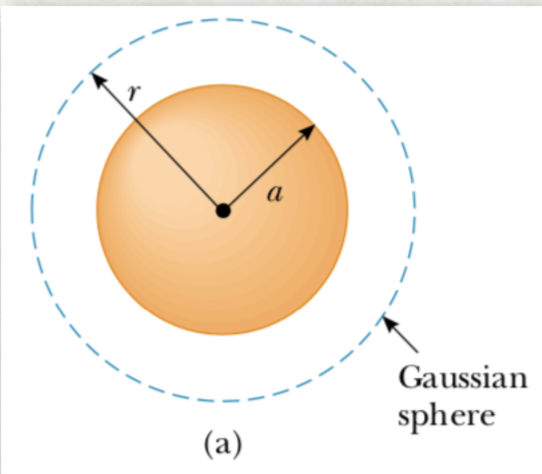
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

ley de Gauss (1777-1855)

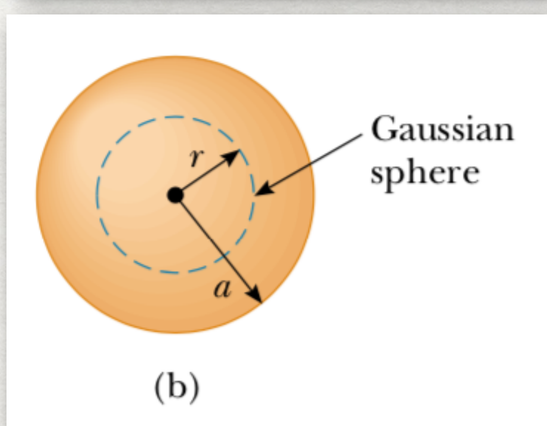
CLASE 15: Electrostática

aplicaciones ley de Gauss:

ejemplo: esfera aisladora de radio a con carga uniforme Q



(a)



(b)

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$ *de la ley de Gauss*

$|\mathbf{E}|$ *es constante sobre la esfera de Gauss* ***por simetría***, *y* $\mathbf{E} \propto \hat{\mathbf{r}}$

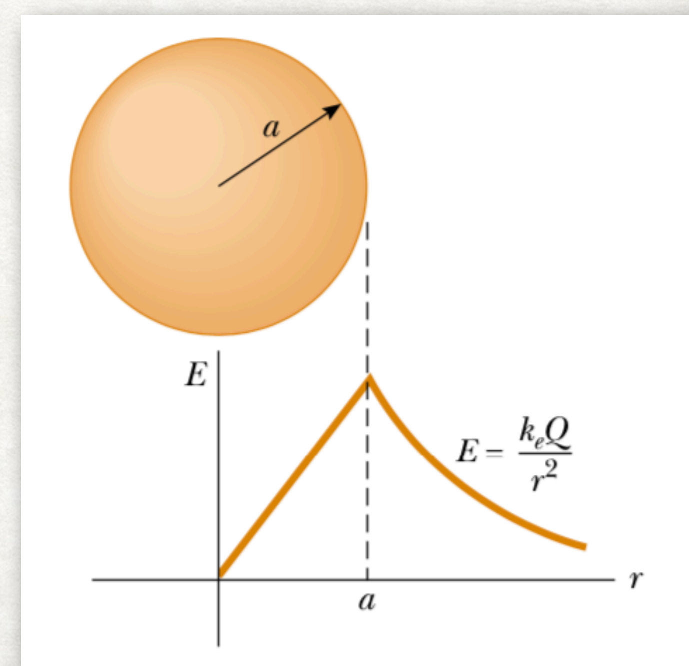
$$E\oint dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad E\,4\pi\, r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\, r^2}$$

como si toda Q estuviera en O!

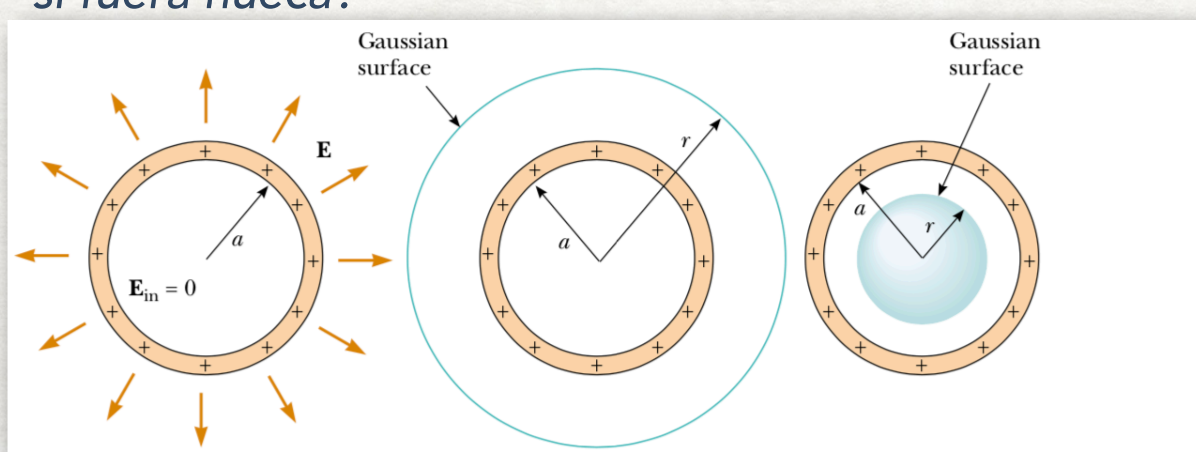
si $r < a$ $$q_{int} = \rho\, V_r = \frac{Q}{V_a}\, V_r = Q\frac{\frac{4}{3}\pi\, r^3}{\frac{4}{3}\pi\, a^3} = Q\frac{r^3}{a^3}$$

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q\, r^3}{\epsilon_0\, a^3} \qquad E\,4\pi\, r^2 = \frac{Q\, r^3}{\epsilon_0\, a^3}$$

$$E = \frac{Q\, r}{4\pi\epsilon_0\, a^3}$$



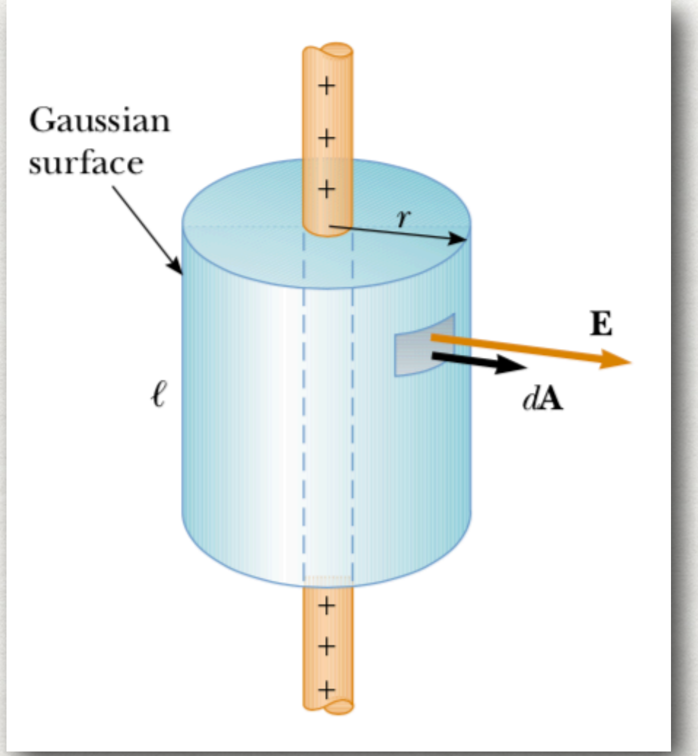
si fuera hueca?



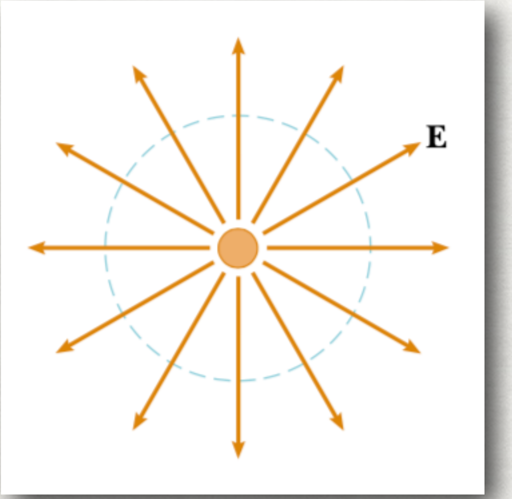
CLASE 15: Electrostática

aplicaciones ley de Gauss:

ejemplo: distribución lineal de carga infinita



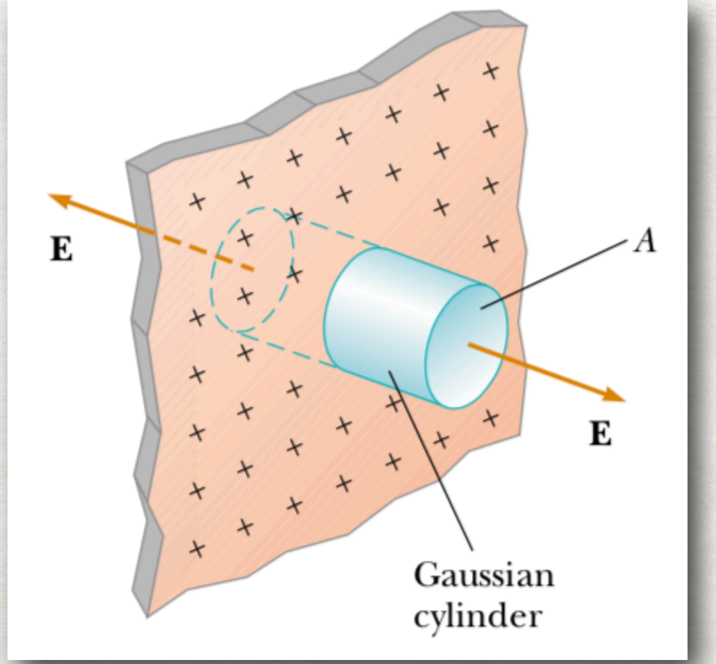
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \qquad E \oint dA = \frac{\lambda\, l}{\epsilon_0}$$



$$E\, 2\pi\, r\, l = \frac{\lambda\, l}{\epsilon_0} \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\, \epsilon_0\, r}$$

no depende del l, pero si del r

ejemplo: plano cargado (no conductor) infinito



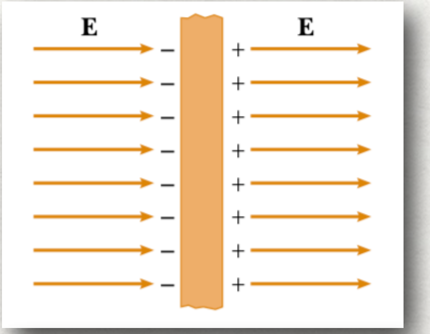
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \qquad E \oint dA = \frac{\sigma\, A}{\epsilon_0} \qquad E\, 2A = \frac{\sigma\, A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$ igual que el disco infinito de la Clase 14

CLASE 15: Electrostática

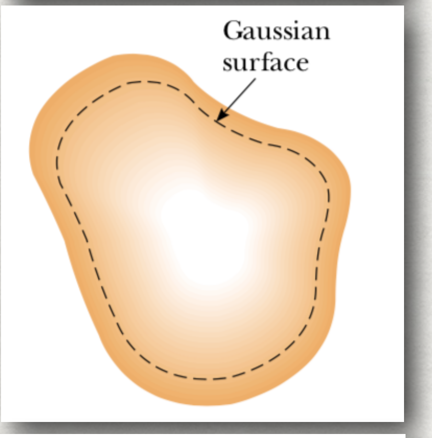
conductores en equilibrio electrostático:

conductor ~ cargas libres de moverse ➔ *en presencia de un campo* $\mathbf{E}$ *se reubican tal que:*



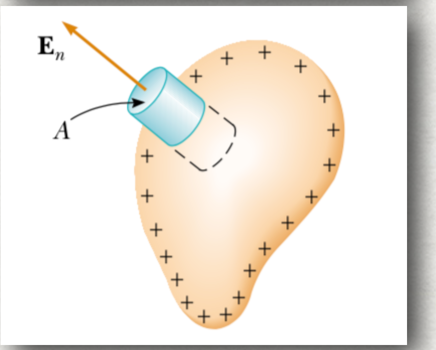
1. el campo eléctrico es nulo en el interior del conductor

   si no fuera nulo, las cargas libres se acelerarían y no estaría en equilibrio



2. si un conductor aislado tiene carga neta, se distribuye en la superficie

   como el campo es nulo en cualquier punto del el interior, tampoco puede haber cargas



3. el campo eléctrico es perpendicular en la superficie de un conductor y $E = \sigma/\epsilon_0$

   si el campo tuviera componente en la dirección de la superficie, no estaría en equilibrio

4. si un conductor es irregular, la carga superficial es mayor, cuanto menor el radio de curvatura de la superficie

   "efecto punta"

CLASE 15: Electrostática

potencial eléctrico: la fuerza electrostática $\mathbf{F^e} = q\,\mathbf{E}$ es una fuerza conservativa

$$\mathbf{F^e} \cdot \mathbf{ds} = q\,\mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$$

trabajo realizado por el "campo eléctrico"

$$dU = -\,q\,\mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$$

~ reduce la energía potencial del sistema campo-carga

$$\Delta U = U_B - U_A = -\,q \int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$$

no depende del camino: la fuerza es conservativa

$$V \equiv \frac{U}{q}$$

***potencial eléctrico**: energía potencial por unidad de carga*

$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$$

***diferencia de potencial** entre dos puntos A y B*

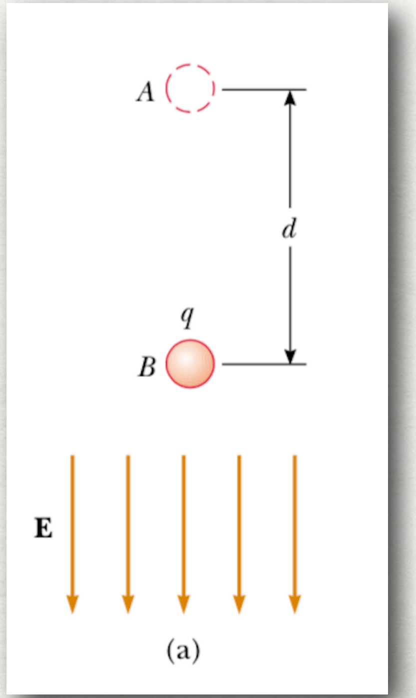
es el trabajo por unidad de carga que debería hacer un agente externo para llevar una carga desde a A a B a v=cte

$$V_\infty \equiv 0 \;\;\rightarrow\;\; V_P = -\int_\infty^P \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$$

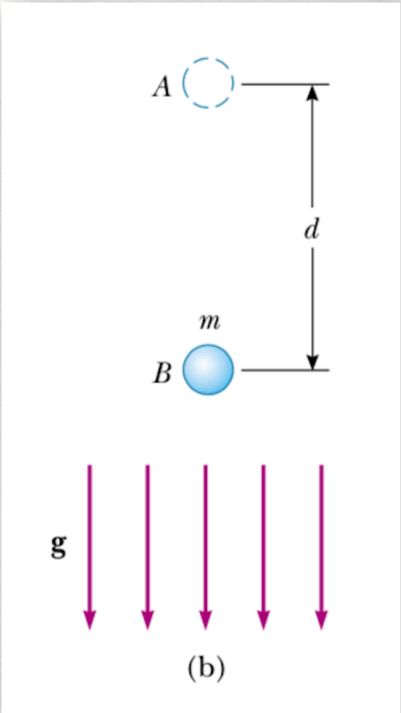
$$1\,V \equiv \frac{1\,J}{1\,C}\ (volt) \qquad [E] = \frac{N}{C} = \frac{J}{m}\frac{1}{C} = \frac{V}{m}$$

CLASE 15: Electrostática

diferencia de potencial en campos uniformes:



$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} = -\int_A^B E\,ds\,cos\theta = -\int_A^B E\,ds = -E\,d$$



$V_B < V_A$ las lineas de campo apuntan hacia donde decrece el potencial

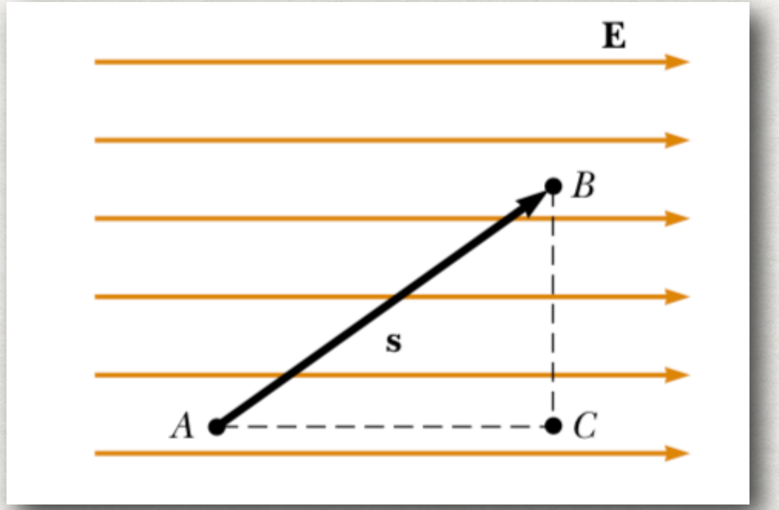
para q_0

$$\Delta U = q_0\,\Delta V = -q_0\,E\,d$$

si $q_0 > 0$ $\Delta U < 0$ *"pierde energía potencial"* $W_{F^e} > 0$

si $q_0 < 0$ $\Delta U > 0$ *"gana energía potencial"* $W_{F^e} < 0$

$q_0 < 0$ *libre iria en dirección opuesta!*



$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B \mathbf{ds} = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s_{AB}}$$

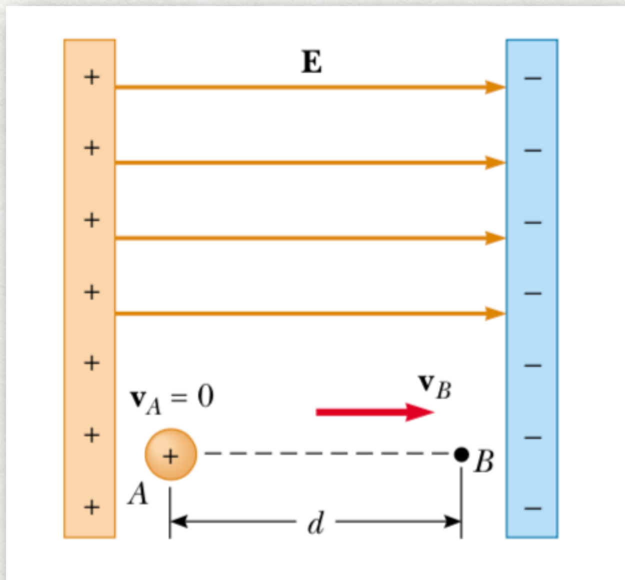
$$= -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s_{AC}}$$

las lineas (planos) perpendiculares al campo son "equipotenciales"

CLASE 15: Electrostática

diferencia de potencial en campos uniformes:

ejemplo: movimiento de un protón en un campo uniforme

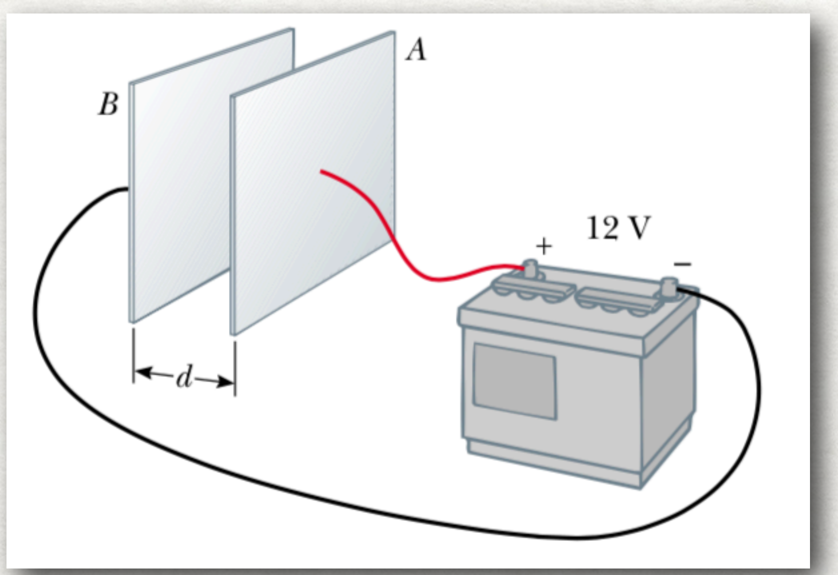


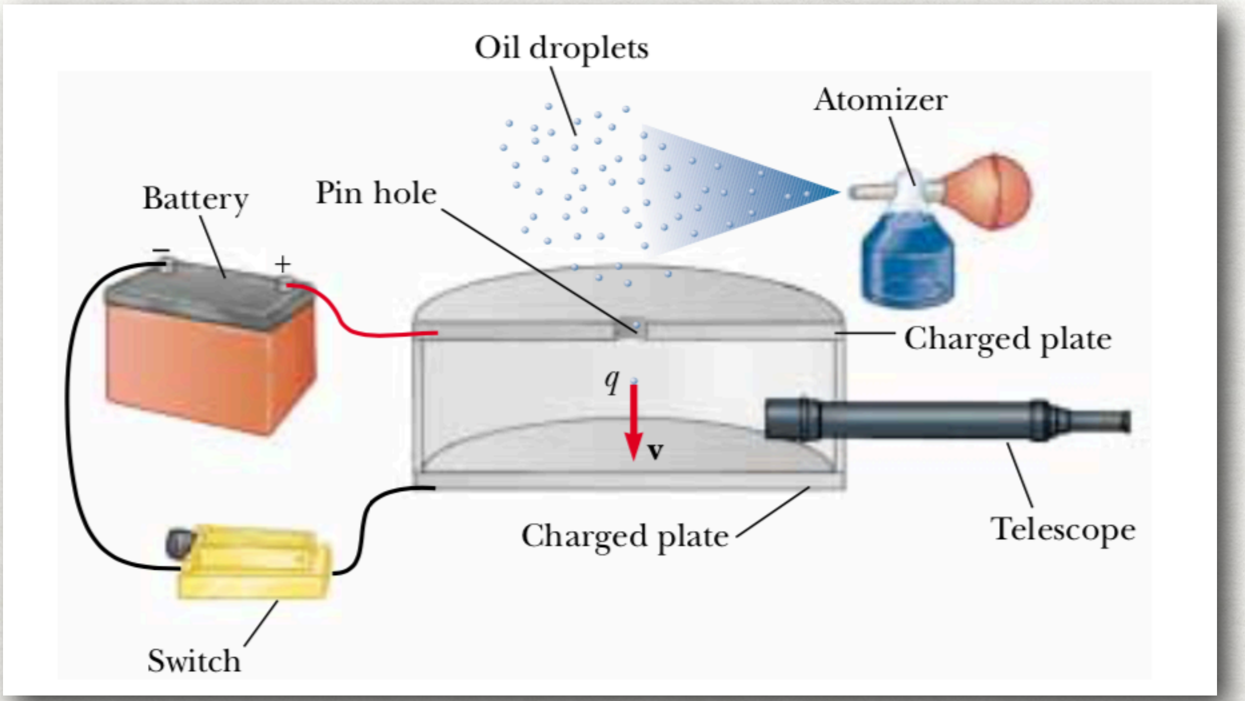
$$E = 8 \times 10^4\ V/m$$

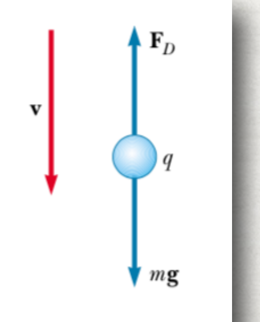
$$d = 0.5\, m$$

$$V_B - V_A = -E\,d = -(8 \times 10^4\ V/m)\,0.5\, m$$
$$= -4 \times 10^4\ V$$

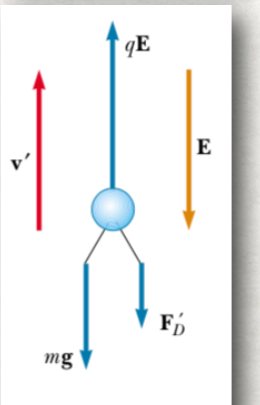
$$\Delta U = q_0\,\Delta V = (1.6 \times 10^{-19}\ C)(-4 \times 10^4\ V)$$
$$= -6.4 \times 10^{-15}\ J$$







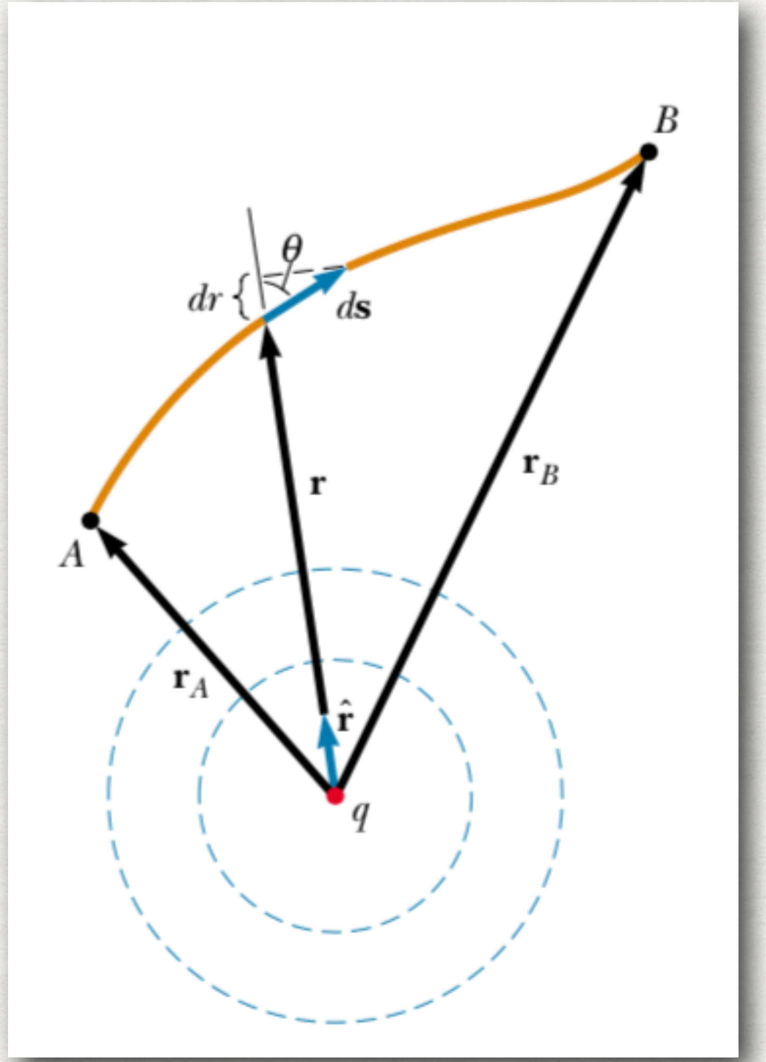
(a) Field off



(b) Field on

CLASE 15: Electrostática

potencial asociado a una carga puntual:

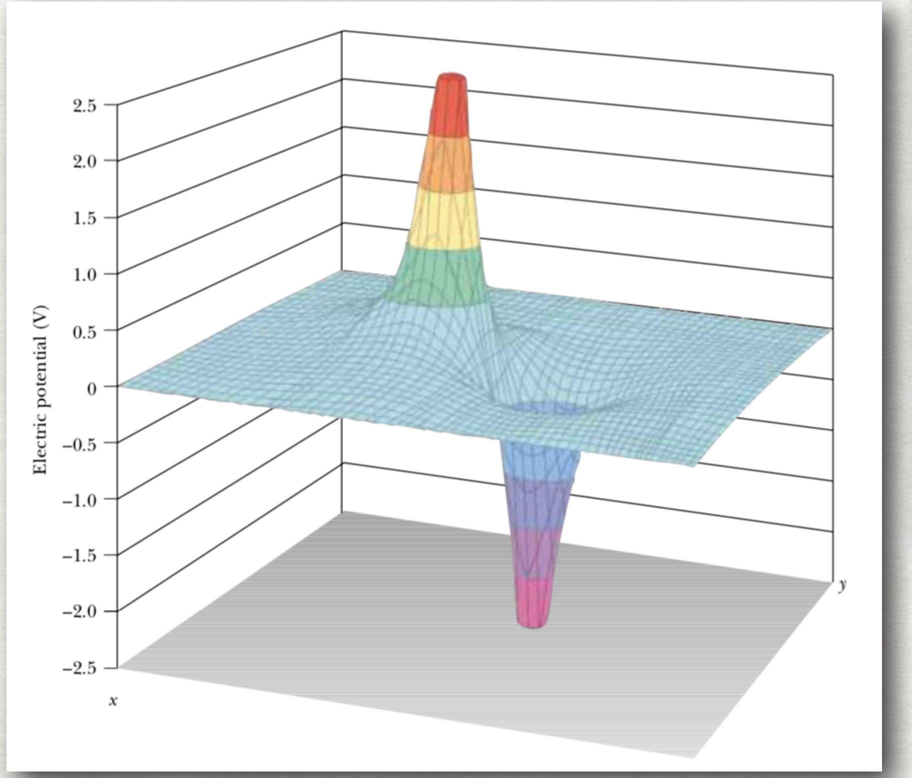


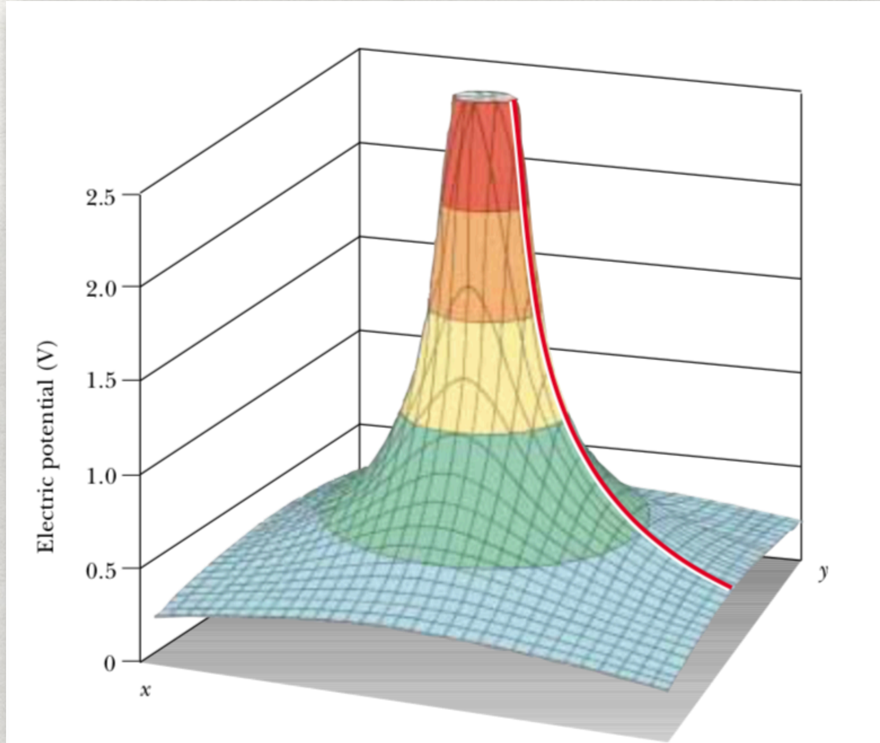
$$\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s} \qquad \hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s} = ds\,cos\theta = dr$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B k_e \frac{q}{r^2}\,dr = -\,k_e\,q\int_A^B \frac{dr}{r} = \frac{k_e\,q}{r}\Bigg|_{r_A}^{r_B} = k_e\,q\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$V(r=\infty) = 0 \qquad V(r) = k_e\,q\,\frac{1}{r}$$



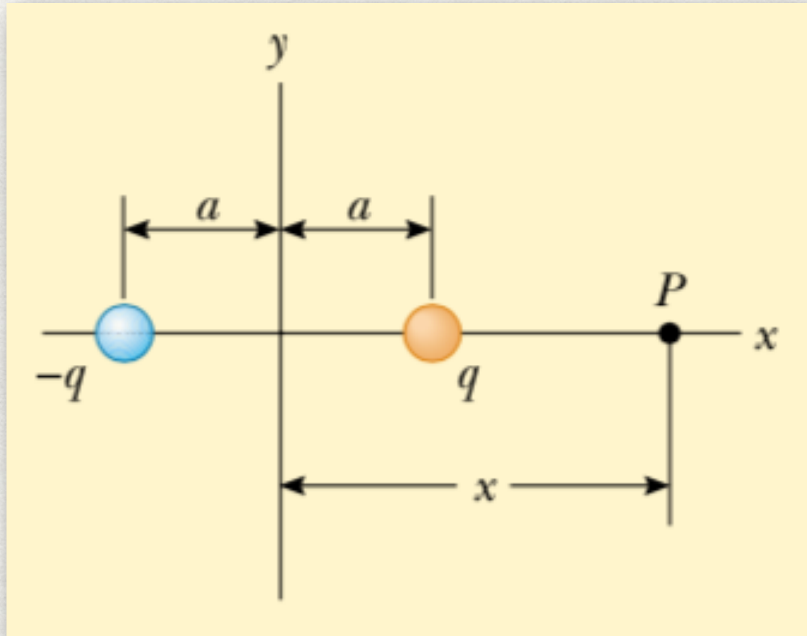


$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

CLASE 15: Electrostática

potencial asociado a un dipolo:



$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a} \right) = \frac{2\,k_e\,q\,a}{x^2 - a^2}$$

$$(x > > a) \qquad \simeq \frac{2\,k_e\,q\,a}{x^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4\,k_e\,q\,a}{x^3}$$

campo asociado a un potencial:

$$dV = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} = -E_x\,dx - E_y\,dy - E_z\,dz$$

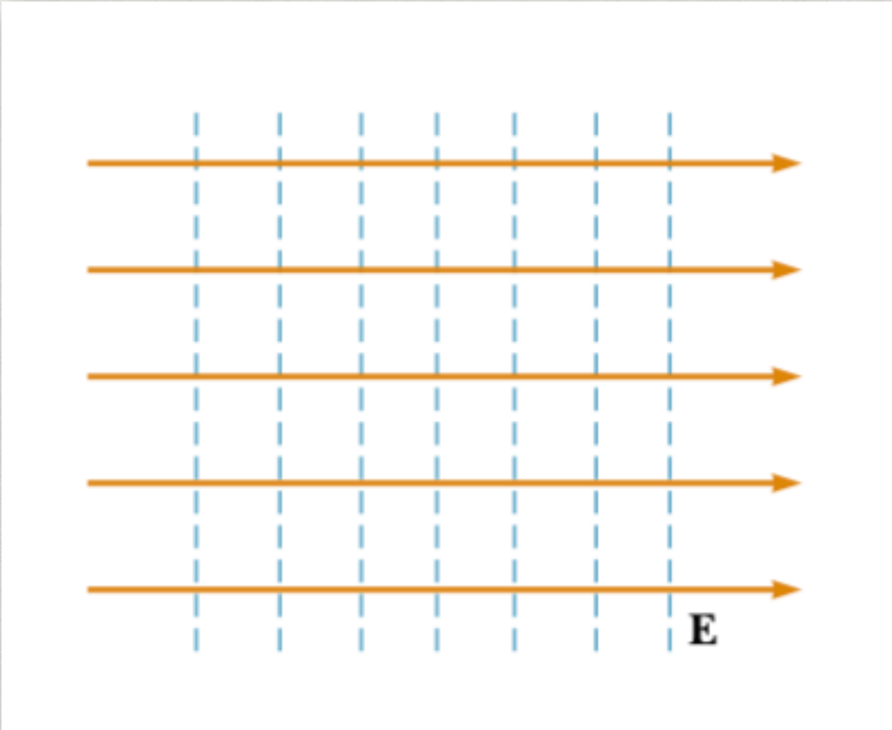
$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad E_y = -\frac{dV}{dy} \quad E_z = -\frac{dV}{dz}$$

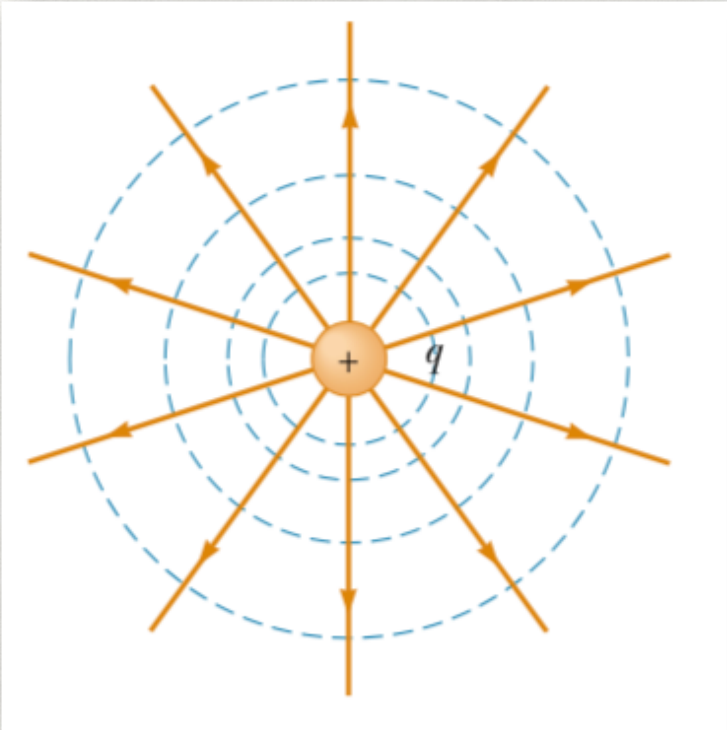
$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

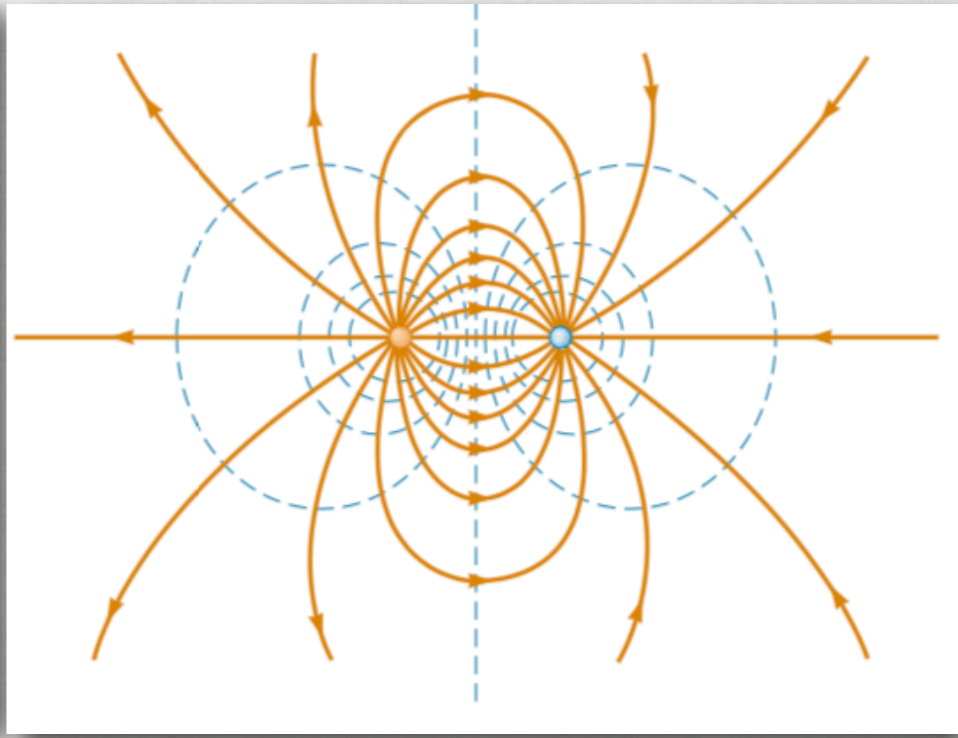
CLASE 15: Electrostática

superficies equipotenciales:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$



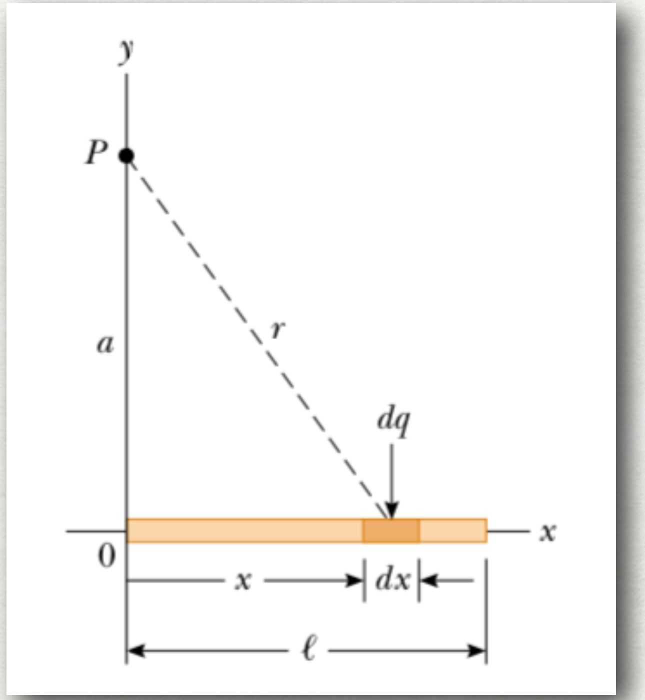




CLASE 15: Electrostática

potencial asociado a una distribución continua de cargas:

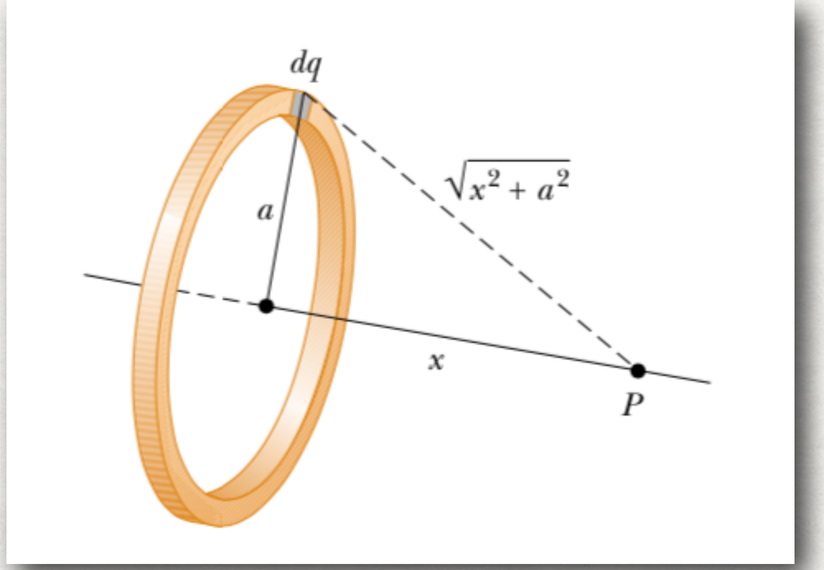
~ fuerzas Clase 14

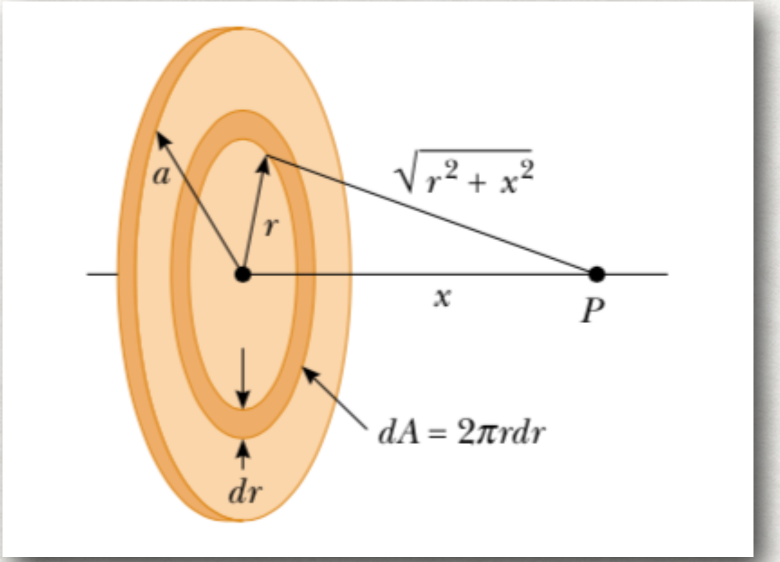


$$dx \longrightarrow dq = \lambda\, dx$$

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$V = k_e \int_0^l \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = k_e \frac{Q}{l} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = k_e \frac{Q}{l}\, ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)\Big|_0^l$$

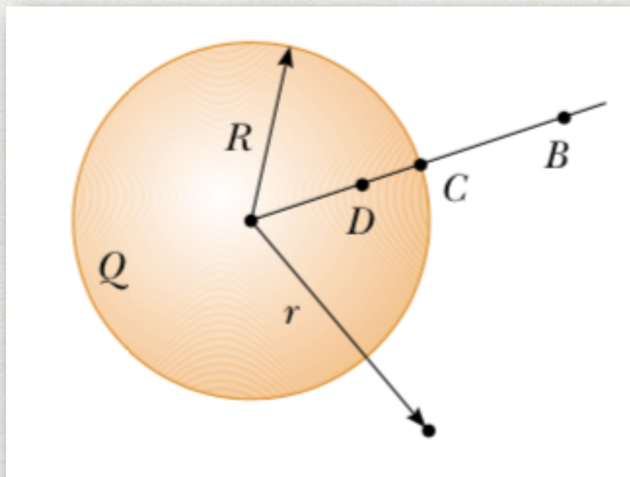




$$dq = \sigma\, 2\pi\, r\, dr$$

CLASE 15: Electrostática

potencial asociado a una esfera aislante uniformemente cargada:

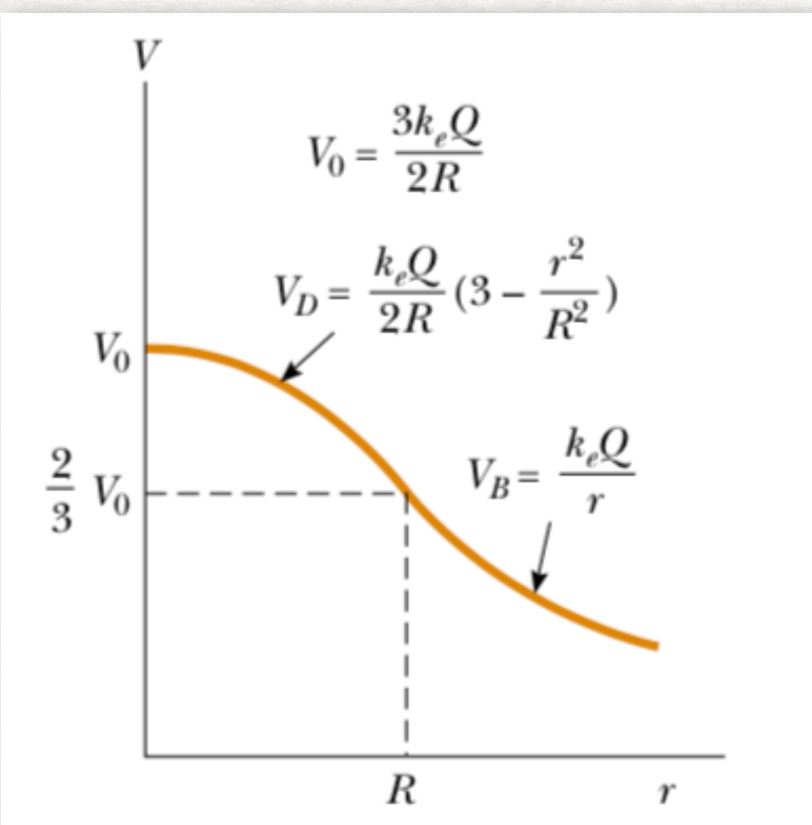


$$(r > R) \qquad E_r = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad V_B - V_\infty = -\int_\infty^r E_r\, dr = -\int_\infty^r k_e \frac{Q}{r^2}\, dr = k_e \frac{Q}{r}$$

$$(r = C) \qquad V_C = -k_e \frac{Q}{R}$$

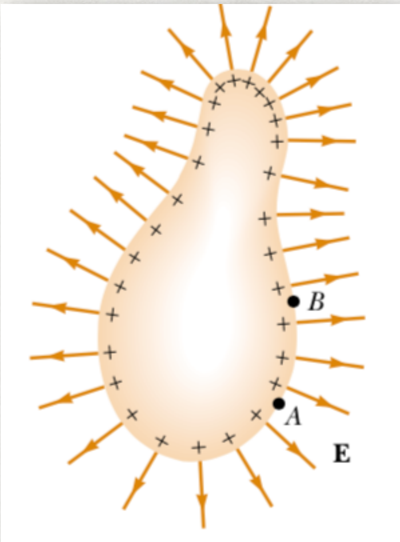
$$(r < C) \qquad E_r = k_e \frac{Q}{R^3} r \qquad V_D - V_C = -\int_R^r E_r\, dr = -\int_R^r \frac{k_e Q}{R^3} r\, dr$$

$$V_D = -\frac{k_e Q}{R} - \frac{k_e Q}{2R^3}(r^2 - R^2) = \frac{k_e Q}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$



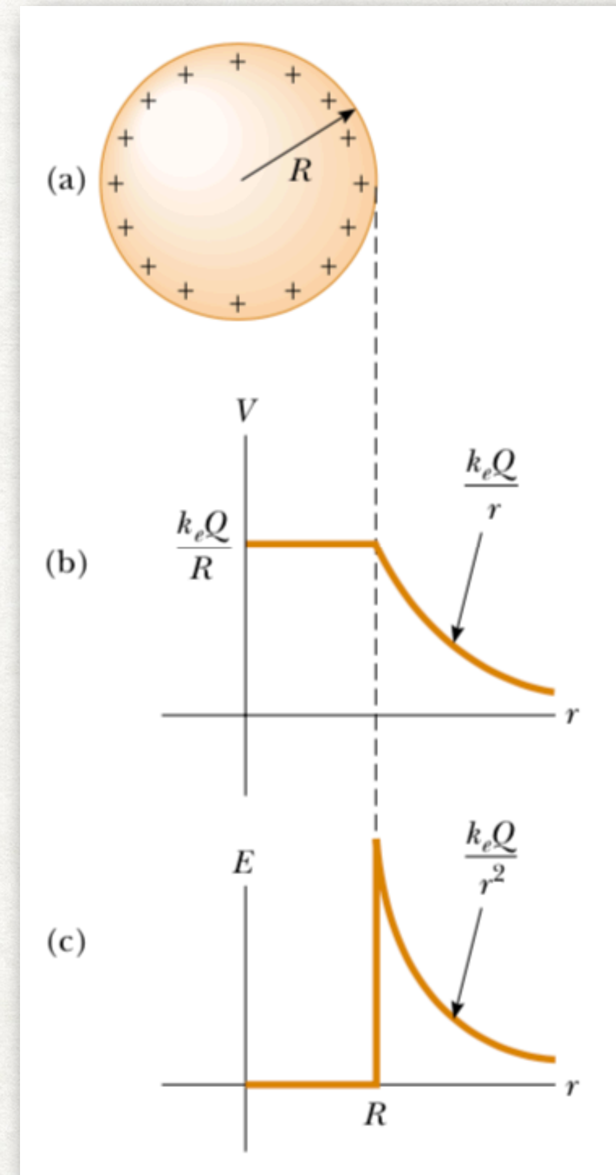
CLASE 15: Electrostática

potencial asociado a una esfera conductora:



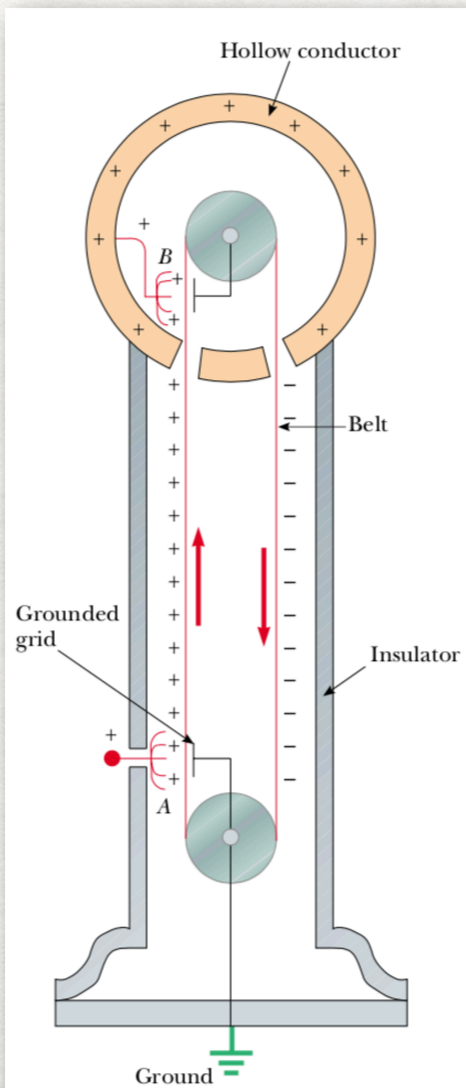
$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} \;= 0$$ la superficie de un conductor es un equipotencial

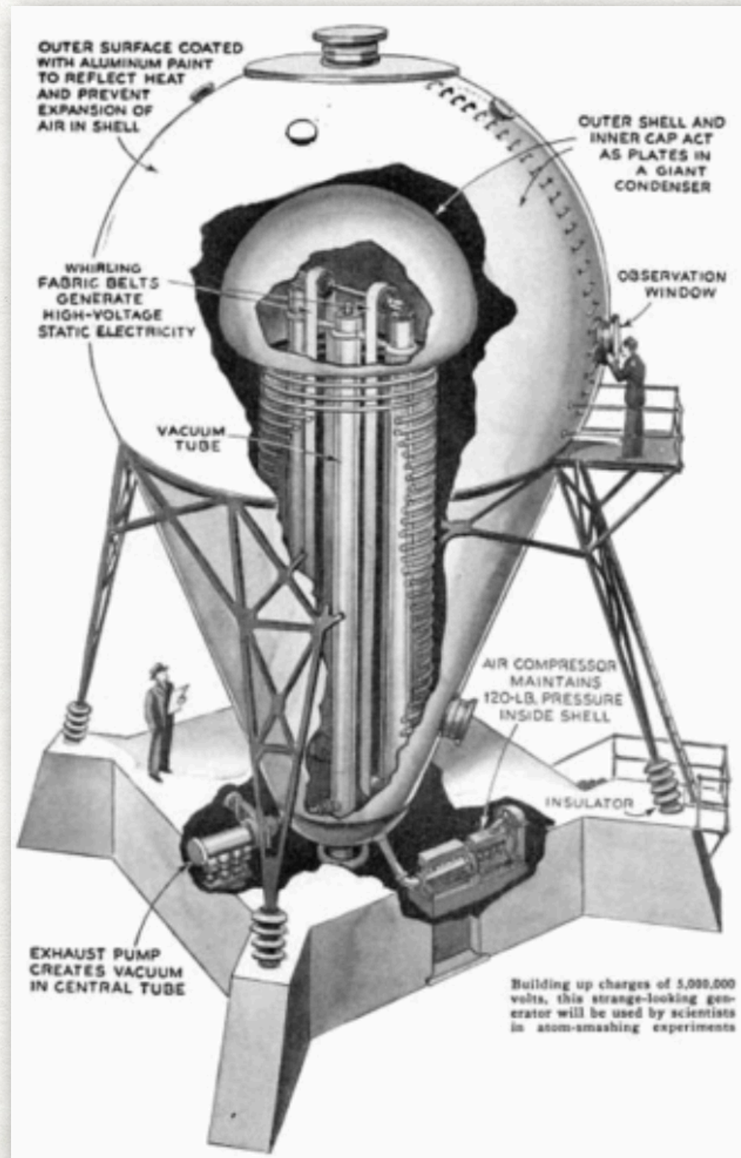
como $E = 0$ y $E = -\,dV/dr$, V es constante en el interior



Generador electrostático

~ $10^4\ V$ - $20\times10^6\ V$





R. Van de Graaff (1929)