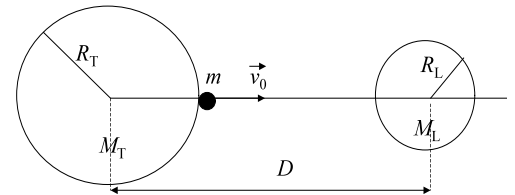


## GRAVITACIÓN

1 - Considere dos partículas de masas  $M_1$  y  $M_2$  fijas y separadas por una distancia  $D$ . Una tercera partícula de masa  $m$  se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que  $m$  se mueve sobre la recta que une a  $M_1$  y  $M_2$ , considerando que puede hallarse entre ambas o bien a la izquierda o a la derecha de ellas.

- Escriba la fuerza neta sobre  $m$  en función de la posición.
- Calcule y grafique el potencial.
- Describa cualitativamente el movimiento de  $m$ , para distintos valores de su energía mecánica.

2 - Aplique el problema anterior considerando que  $M_1=M_T$  (masa de la Tierra),  $M_2=M_L$  (masa de la Luna),  $D$  es la distancia Tierra-Luna, y la partícula de masa  $m$  es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad  $\vec{v}_0$ . Tenga en cuenta que en este problema  $M_1$  y  $M_2$  no son partículas puntuales, sino que tienen radios  $R_T$  (radio de la Tierra) y  $R_L$  (radio de la Luna), respectivamente.

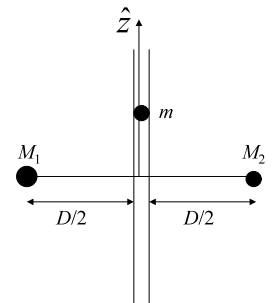


a) Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.

- ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?
- Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar a este punto y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.

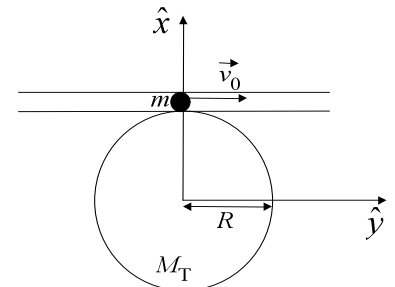
3 - Considere dos partículas de masas  $M_1$  y  $M_2$ , fijas y separadas entre sí por una distancia  $D$ . Una tercera partícula de masa  $m$  es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas.

- Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada  $z$  que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.
- Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.
- Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa  $m$  de su posición de equilibrio.
- Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.



4 - Se tiene una partícula de masa  $m$  en el punto  $y = 0$  de un tubo sin fricción. La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra. Si se le imprime una velocidad  $\vec{v}_0$ :

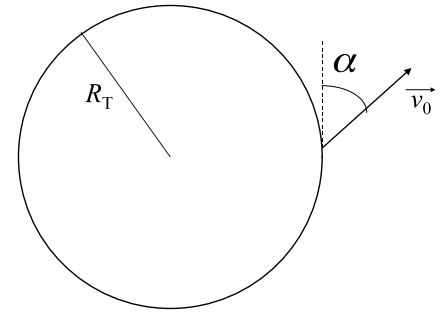
- grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada  $y$ . Diga cuál es la máxima velocidad  $v_0$  que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.



- encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.
- para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.

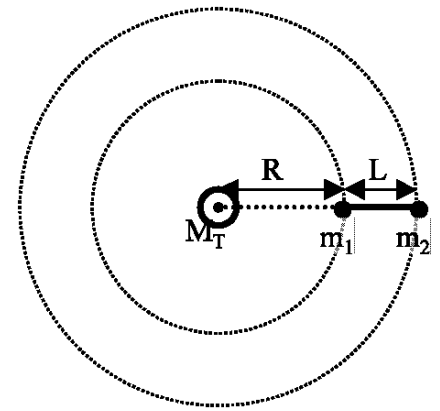
5 - Desde la superficie terrestre se lanza una nave espacial de masa  $m$  con una velocidad  $\vec{v}_0$  que forma un ángulo  $\alpha$  con la superficie. Suponga que la Tierra, de masa  $M_T$  y radio  $R_T$ , permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.

- Diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.
- Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia  $r$  al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y grafíquelo en función de  $r$ .
- Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir el mínimo valor de  $v_0$  necesario para que la nave pueda escapar de la atracción gravitatoria terrestre.



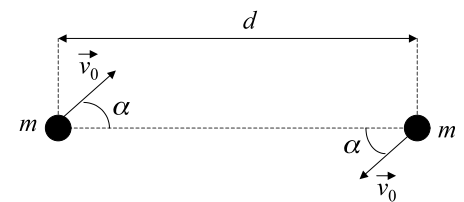
6 - Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra, a una distancia  $R$  de su centro, está compuesto por dos masas  $m_1$  y  $m_2$  unidas entre sí por una barra de longitud  $L$  y masa despreciable. Durante todo el movimiento, la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, tal como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.

- Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.
- Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.
- En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento, utilizando las magnitudes que se conservan, determine cualitativamente la trayectoria de la masa  $m_1$ . Justifique su respuesta.



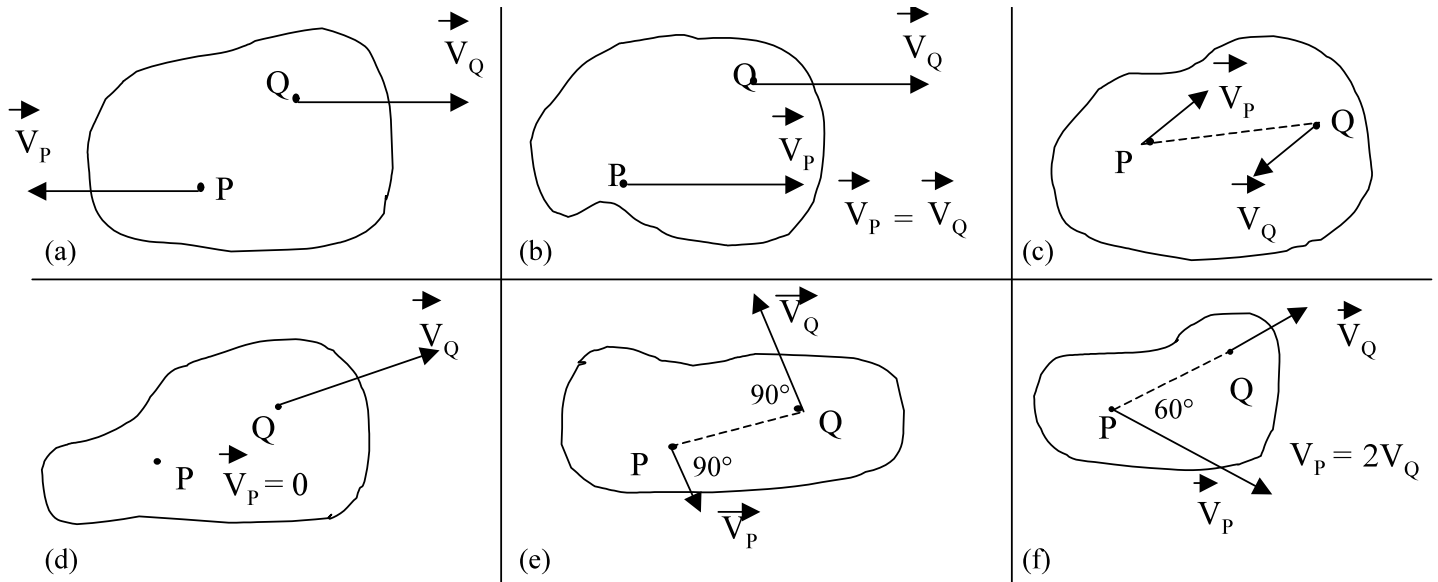
7 - Considere dos partículas de masa  $m$  sometidas a una atracción gravitatoria mutua. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial ( $t = 0$ ) las partículas se hallan separadas una distancia  $d$  y se les da a cada una de ellas una velocidad  $\vec{v}_0$  de módulo  $v_0$  y dirección indicada en la figura.

- Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas, ¿se conserva el impulso lineal? ¿Y el impulso angular? ¿Y la energía mecánica total?.
- Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para  $t > 0$ .
- Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia  $d/2$ .



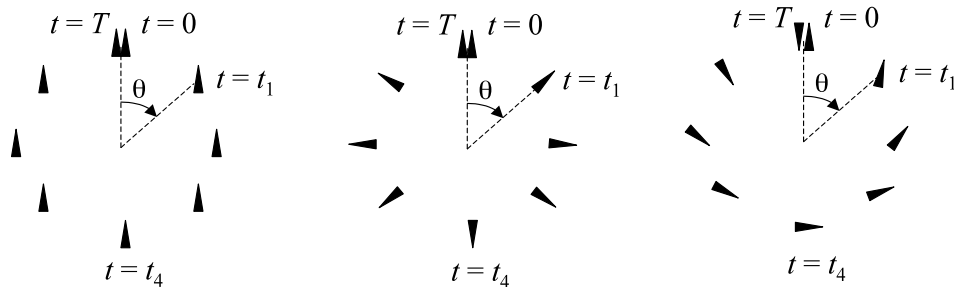
### CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - Algunos de los cuerpos de la figura no son rígidos. Encuéntrelos. (No debe hacer cálculos, solamente debe observar las figuras).

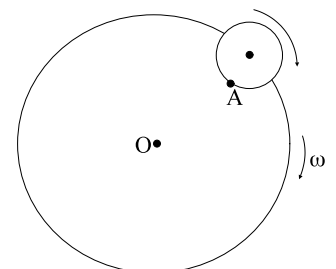


2 - ¿Qué dirección debe tener el vector  $\mathbf{v}_{PQ} = \vec{v}_P - \vec{v}_Q$  para que no cambie la distancia entre P y Q? La expresión  $\vec{v}_P - \vec{v}_Q = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{QP}$  ¿satisface esa condición?.

3 - Indique la velocidad de rotación del triángulo respecto a su centro de masa, en los siguientes tres casos y compárela con  $\dot{\theta}$  :



4 - El centro de una esfera describe un movimiento circular uniforme de velocidad angular  $\omega$  alrededor de un punto O. Simultáneamente la esfera gira sobre sí misma según un eje perpendicular al plano de rotación, de tal forma que un punto A de su superficie demora un tiempo  $\tau$  en volverse a enfrentarse con el punto O (ver figura).



- i) Encuentre la velocidad de rotación de la esfera.
- ii) ¿Cuánto tiempo transcurre entre dos pasajes sucesivos del punto A por el extremo inferior de la esfera?
- iii) Si el eje de la Tierra fuera perpendicular a la eclíptica, ¿cuál sería el valor de

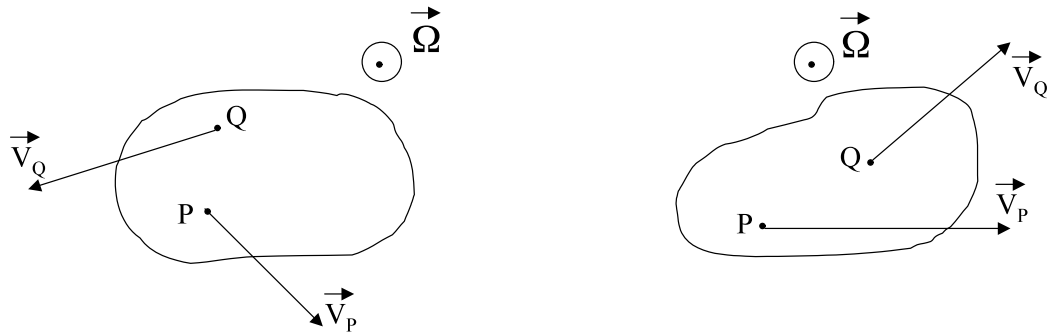
$\vec{\Omega}$  para la Tierra?.

5 - El eje instantáneo de rotación es el conjunto de puntos que tienen velocidad nula en un dado instante.

- i) Demuestre que, si existe, es una recta paralela a  $\vec{\Omega}$ .
- ii) Demuestre que si hay un punto P del cuerpo tal que  $\vec{v}_P \cdot \vec{\Omega} \neq 0$ , entonces no hay eje instantáneo de rotación.
- iii) Demuestre que si un punto O pertenece al eje instantáneo de rotación, entonces  $\vec{v}_P$  es perpendicular a  $\vec{r}_{OP}$ .

6 - Teniendo en cuenta el resultado del problema 5-iii:

i) Encuentre un método gráfico que le permita determinar la posición del eje instantáneo de rotación, en los siguientes casos:

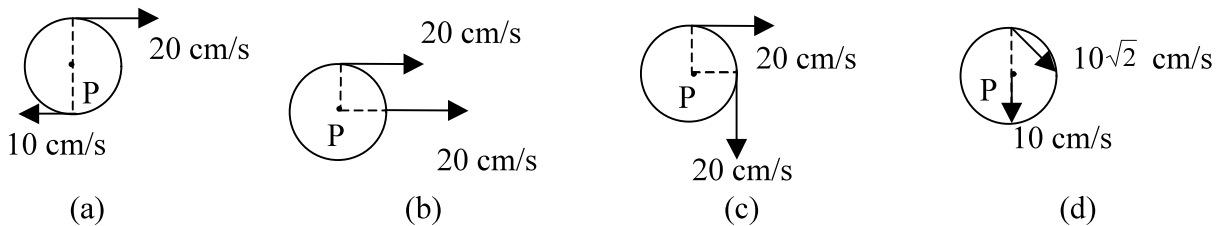


ii) Dibuje el campo de velocidades de un cilindro que rueda sin deslizar sobre un plano horizontal.

7 - La velocidad angular de un cuerpo rígido sometido a un movimiento rototraslatorio es  $(0,0,\omega)$  y la velocidad de uno de sus puntos P es  $(v_x, v_y, v_z)$ .

- i) Si  $v_z = 0$ , determinar si existe un eje instantáneo de rotación utilizando consideraciones de cálculo vectorial,.
- ii) Idem si  $v_z \neq 0$ .

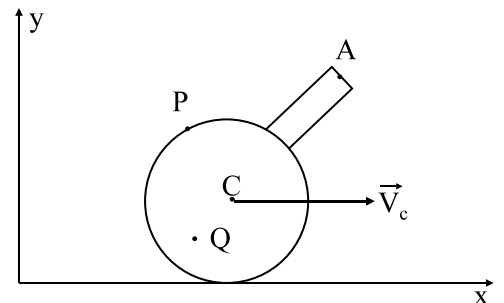
8 - Los discos de la figura ( $R = 10$  cm) tienen movimiento plano. Halle:



- i) La posición del eje instantáneo de rotación.
- ii) El vector  $\vec{\Omega}$ .
- iii) La velocidad del punto P.

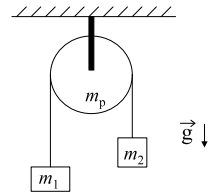
9 - Un cilindro de radio  $R = 10$  cm rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Su centro se desplaza con velocidad  $v_c = 10$  cm/s. Para los puntos P (periférico), Q (a distancia  $R/2$  del centro) y A (sobre una manivela de longitud  $2R$  fija al cilindro):

- i) hallar el vector velocidad en función del tiempo.
- ii) dibujar la hodógrafa correspondiente ( $v_y$  vs  $v_x$ ).
- iii) graficar el módulo de la velocidad en función del tiempo.
- iv) graficar las componentes  $v_x$  y  $v_y$  en función del tiempo.

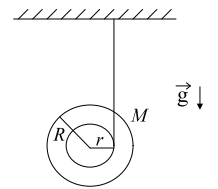


## DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa  $m_p$ , que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.

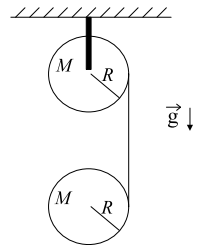


2 - Considere un yo-yo con radio exterior  $R$  igual a 10 veces su radio interior  $r$ . El momento de inercia  $I_0$  del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por  $I_0 = (1/2)MR^2$ , donde  $M$  es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.



a) Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. ¿Cómo es comparada con  $g$ ?  
b) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. ¿Cómo es comparada con  $Mg$ ?

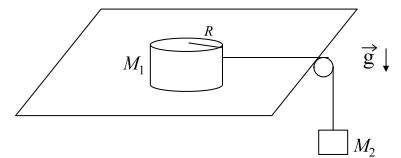
3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio  $R$  y masa  $M$ . El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.



a) ¿Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?  
b) Calcule la tensión de la cuerda.  
c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior cuando ha caído una distancia  $10R$ .

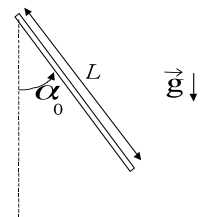
4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio  $R$  y masa  $M_1$  es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa  $M_2$ , como se indica en la figura. Determine:

a) la aceleración del centro del disco.  
b) la aceleración angular del disco.  
c) la aceleración del cuerpo de masa  $M_2$ .  
d) la tensión en la cuerda.  
e) la velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.  
f) la velocidad de la masa colgante en ese instante.



5 - Una barra homogénea delgada de masa  $M$  y longitud  $L$  puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo  $\alpha_0$  con la vertical. Hallar:

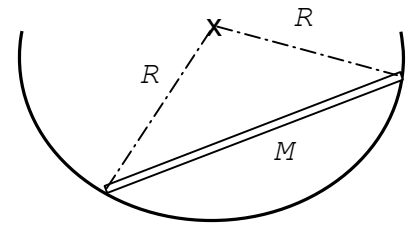
a) la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.  
b) la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.  
c) Resuelva nuevamente por energía el punto a).



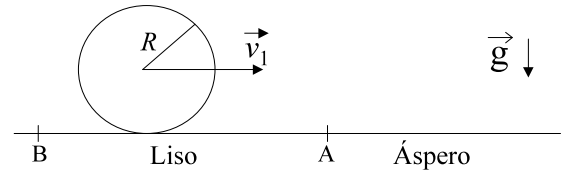
6 - Una varilla homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$  es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio  $R$ , sin rozamiento. La varilla se mueve en

un plano vertical.

- Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.
- Calcule, por energía, la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



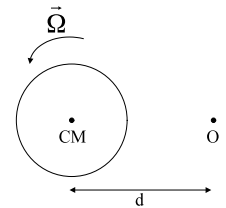
7 - Un cilindro homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  se traslada sin rodar con velocidad  $\vec{v}_1$  en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A los coeficientes de rozamiento son  $\mu_e$  y  $\mu_d$ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.



- Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
- Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
- Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.

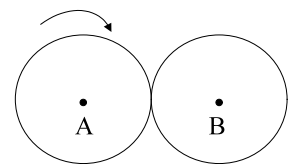
8 - El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2) \vec{\Omega} .$$



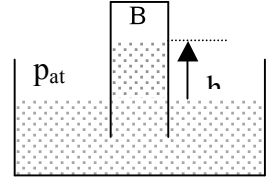
9 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

- Muestre que  $\vec{L}_{total} = 0$  cualquiera sea la velocidad angular de rotación  $\Omega(t)$ , es decir que  $\vec{L}_{total}$  se conserva en cualquier circunstancia.
- Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve  $\vec{L}_{total}$  ?.



## HIDROSTÁTICA

1 – a) El esquema corresponde a un sistema en equilibrio. La cuba externa está abierta a la atmósfera. Deducir la expresión que permita conocer la presión en B en función de la presión atmosférica, de la altura  $h$  y del peso específico del líquido.



b) Estimar la máxima diferencia de la presión sanguínea hidrostática en una persona de 1,83 m de altura ( $\rho_{\text{sangre}} = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

c) La presión de agua a la entrada de una casa a nivel del suelo es de  $1,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ . ¿Hasta qué altura llega el líquido sin ser bombeado?

2 - a) Un tubo en U, abierto en ambas ramas, contiene un líquido A hasta una altura  $H$ . Por una de las ramas se introduce otro líquido B no miscible con A hasta alcanzar una altura de 10 cm respecto de la superficie de separación de ambos líquidos. Sabiendo que la densidades de los líquidos respecto al agua valen  $\rho_A = 2$  y  $\rho_B = 3$ . Deducir la relación entre  $h_A$ ,  $h_B$ ,  $\rho_A$  y  $\rho_B$ . Calcular el valor de  $h_A$ .

b) Un tubo en U contiene mercurio. Se echan 13.6 cm de agua destilada en la rama derecha, ¿cuánto se eleva el mercurio en la rama izquierda respecto de su nivel original?

c) Un trozo de vidrio pesa 0,25 N en el aire, 0,14 N en el agua y 0,17 N en alcohol. Calcular el peso específico del vidrio y del alcohol.

d) Un densímetro tiene 60 cm de longitud y  $1 \text{ cm}^2$  de sección. Colocado en agua pura se sumerge 54 cm y en el ácido sulfúrico sólo 30 cm. Calcular el peso específico del ácido sulfúrico.

3 – Se tiene una prensa hidráulica de secciones  $S = 1 \text{ cm}^2$  y  $S' = 100 \text{ cm}^2$ . Se aplica sobre  $S$  una fuerza  $F_1$  de 400 N formando un ángulo de  $60^\circ$  con su normal.  $S$  se desplaza 100 cm. Calcular

a) la presión sobre  $S$  y la presión sobre  $S'$ .

b) la fuerza  $F_2$  que actuando sobre  $S'$  equilibra al sistema (dar dirección y sentido)

c) el trabajo de las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ . Compárelos

5 – Un cuerpo de hierro ( $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ) se usa para lograr que un tablón de roble cuyo peso es 10 N y cuya densidad es  $0,6 \text{ g/cm}^3$  quede flotando con la cara superior rasante en la superficie del agua. Calcular el peso del bloque en las siguientes situaciones:

a) se lo coloca encima del tablón.

b) se lo amarra por debajo del tablón.

6 – a) Un bloque de madera flota en el agua con las  $2/3$  partes de su volumen sumergido, mientras que en aceite tiene sumergido 90% de su volumen. Hallar la densidad de la madera y del aceite.

b) Calcular el área mínima de un bloque de hielo ( $\rho = 0,93 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) de 0,3m de espesor que flota en el agua para que sea capaz de sostener un automóvil que pesa 11.125 N.

7 – a) Se suspende un cuerpo de un dinamómetro (resorte). Indicar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los pares de interacción correspondientes.

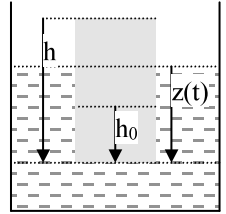
b) Se toma una balanza, sobre uno de sus platillos se coloca un recipiente lleno de agua y sobre el otro la cantidad de pesas necesaria para equilibrar la balanza. Si se sumerge el cuerpo del ítem anterior (sostenido por el dinamómetro) totalmente en el agua, analice si se desequilibra la balanza y si cambia la lectura del dinamómetro (Sugerencia: replantee nuevamente las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los correspondientes pares de interacción)

c) Se agregan pesas hasta equilibrar nuevamente la balanza. ¿Qué indica el valor de las pesas agregadas?

8 – Un cilindro de altura  $h$ , sección  $A$  y densidad  $\rho$ , flota en un líquido de densidad  $\rho_0$ , con una altura  $h_0$  sumergida. Se hunde cierto volumen y luego se lo deja en libertad, a partir del reposo.

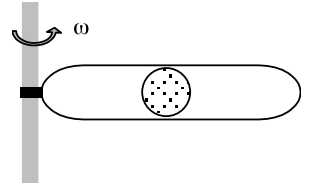
a) Hallar la ecuación diferencial para  $z(t)$ .

b) Demostrar que el movimiento será oscilatorio de período:  $T = 2\pi [h \rho / g \rho_0]^{1/2}$ .



9 – a) Un niño sostiene un globo lleno de helio en el interior del auto. Cuando el auto acelera, ¿en qué dirección se mueve el globo visto desde el auto? ¿Por qué?

b) Se tiene una pelota de ping-pong dentro de un tubo lleno de agua, como se muestra en la figura. Si el tubo rota alrededor del eje con velocidad angular  $\omega$ , ¿qué posición ocupa la pelota? ¿Y si la pelota fuese de aluminio? Justifique su respuesta.

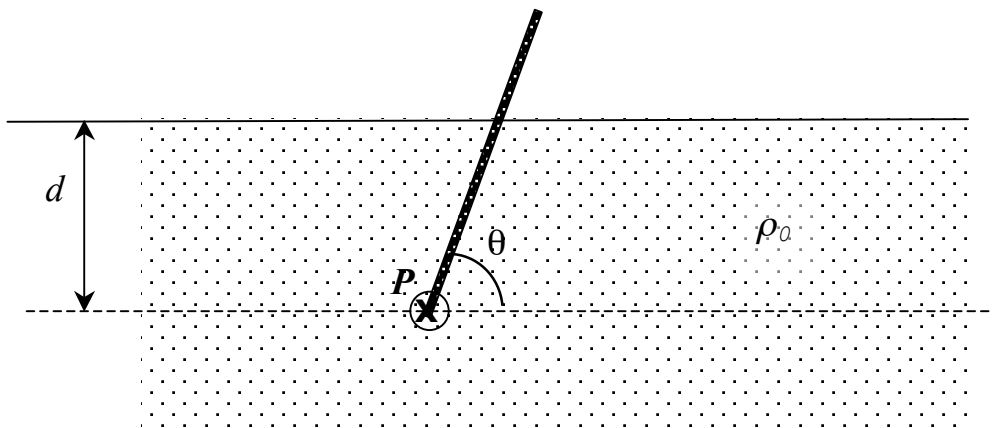


10 – Una barra recta uniforme de longitud  $L$ , sección  $A$  y densidad  $\rho$  puede girar libremente alrededor de un eje horizontal  $P$ , situado una distancia  $d$  debajo de la superficie libre del agua.

i) Hallar el momento ejercido por el empuje en función de  $\theta$ .

ii) Encontrar las posiciones de equilibrio de la barra y decir si son estables o inestables.

iii) Discutir los casos:  $[\rho_0/\rho = 2, d = L]$ ,  $[\rho_0/\rho = 2, d = L/2]$ ,  $[\rho_0/\rho = 1/2, d = L]$  y  $[\rho_0/\rho = 1/2, d = L/2]$ .





## HIDRODINÁMICA

1 – En el interior de un tubo horizontal que tiene 3 secciones diferentes ( $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ ) circula un líquido no viscoso e incompresible en régimen estacionario. Sabiendo que  $v_1 > v_2$  ( $v$  es la velocidad) y que  $p_3 < p_1$  ( $p$  es la presión hidrostática) indicar, justificando cada respuesta:

- cómo es  $S_1$  respecto de  $S_2$ .
- cómo es  $v_1$  respecto de  $v_3$ .
- cómo es  $S_1$  respecto de  $S_3$ .

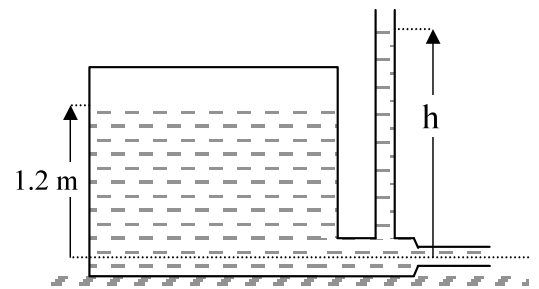
Dibujar el esquema del tubo.

2 – Una manguera de jardín tiene un diámetro interno de 20 mm y se conecta con un aspersor (regador) que es una caja con 24 agujeros de 2 mm de diámetro c/u. Si el agua (incompresible y no viscosa) en la manguera tiene una velocidad de 1 m/s (régimen estacionario), ¿con qué velocidad sale de los agujeros del regador?

3 – Dos botes de remo que se mueven paralelamente uno al otro con igual velocidad en un lago en reposo, experimentan una fuerza de atracción entre sí. Explique cualitativamente las causas de tal atracción en base a la ecuación de Bernoulli.

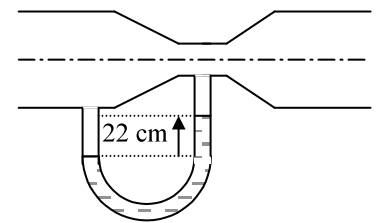
4 – En un depósito de gran sección como el de la figura, el agua alcanza una altura de 1,2 m. El depósito se presuriza a 2 atm. El tubo de desagüe tiene secciones transversales de  $18 \text{ cm}^2$  y  $9 \text{ cm}^2$ .

- ¿Cuál es el caudal de salida del agua?
- ¿Hasta qué altura  $h$  llega el agua en el tubo abierto?
- ¿Se modifica el caudal de salida en instantes posteriores? ¿Por qué? Si se modifica, ¿que habría que hacer para mantenerlo constante?
- Si se practica una perforación en la parte superior del tanque, ¿cuál es la altura  $h$ ?



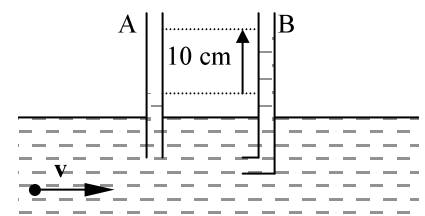
5 – Un medidor de Venturi que tiene un diámetro de tubo de 20 cm y un diámetro de garganta de 10 cm, está equipado con un manómetro diferencial como el de la figura. La diferencia de alturas en el manómetro es 22 cm y  $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$ . Calcular

- el caudal de agua.
- la diferencia de presiones entre el tubo y la garganta.
- las velocidades del agua en la parte ancha y en la garganta.



6 – Por un tubo horizontal como el de la figura circula un líquido. La diferencia de altura del líquido entre el tubo A y el acodado B (tubo de Pitot) es de 10 cm. Los diámetros de los tubos son iguales.

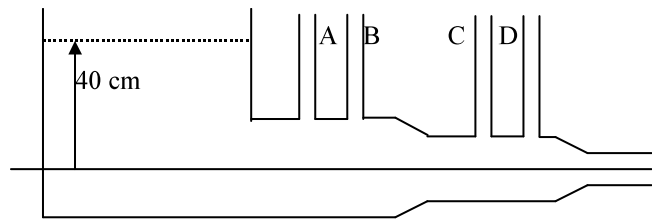
- Explique la diferencia de altura del líquido entre ambos tubos.
- Halle la velocidad de la corriente en el tubo horizontal.



7 – a) El depósito de la figura está abierto a la atmósfera y es de gran sección. Contiene agua hasta 40 cm de altura. Las secciones de los tubos horizontales inferiores son:  $1 \text{ cm}^2$ ,  $0.5 \text{ cm}^2$  y  $0.2 \text{ cm}^2$ . Despreciando la viscosidad del agua, calcular:

- i. el caudal.
- ii. la velocidad del agua en cada sección.
- iii. la altura que alcanza el agua en cada tubo vertical.

b) Considere ahora que el agua es un fluido real de viscosidad  $\eta = 0,0114$  poise, que la altura en el tanque es tal que se mantiene el caudal calculado en a) y que la distancia entre tubos es de 20 cm. Calcule la diferencia de alturas entre los tubos A y B y la diferencia de alturas entre los tubos C y D. ¿Cuál es la velocidad del agua en las paredes y en el eje de las secciones de los tubos horizontales?



8 – a) Calcular la velocidad límite de una burbuja de aire ( $\rho = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ) de 1 mm de diámetro en un líquido cuyo coeficiente de viscosidad es  $1,5 \cdot 10^{-2}$  poise y densidad  $0,9 \text{ g/cm}^3$ . ¿Cuál sería la velocidad límite de la misma burbuja en agua ( $\eta = 10^{-2}$  poise)?

b) ¿Con qué velocidad cae una bola de hierro de 1 mm de radio en un depósito de glicerina en el instante en que su aceleración es  $g/2$ ? ¿Cuál es la velocidad límite de la bola? (Datos:  $\rho_{\text{Fe}} = 7,6 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{gl}} = 1,26 \text{ g/cm}^3$ ,  $\eta_{\text{gl}} = 23,3$  poise).

## OPTICA GEOMÉTRICA

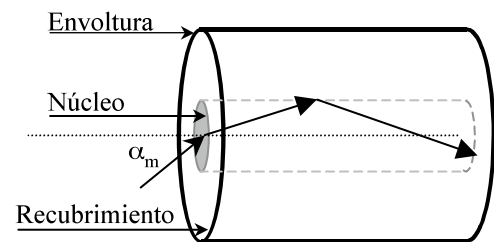
- 1 - a) Un rayo parte del punto  $A = (0,1,0)$ , se refleja en un espejo plano  $E = (x,0,z)$  y pasa por  $B = (4,3,0)$ . Aplicando el principio de Fermat averigüe en qué punto del plano del espejo se refleja y calcule los ángulos de incidencia y reflexión.
- b) Un rayo directo entre A y B recorre un menor camino óptico que el hallado en a). ¿Contradice este hecho al cálculo efectuado en a)?
- c) A partir del principio de Fermat deducir la ley de Snell para la refracción de la luz entre dos medios de índices  $n_1$  y  $n_2$  separados por una superficie plana.
- d) Demuestre que un rayo que incide sobre una lámina de caras paralelas, inmersa en un medio único, no se desvía al atravesarla. Si el medio exterior es único, ¿existe algún ángulo de incidencia tal que se produzca reflexión total en la cara inferior?
- e) Si los medios externos a la lámina de caras paralelas son diferentes entre sí, ¿el rayo emergente es paralelo al incidente? ¿Puede haber reflexión total en la cara inferior?

2 - Un rayo incide con ángulo  $\phi$  sobre la superficie horizontal de un cubo de material transparente de índice  $n$ , inmerso en aire.

- a) ¿Para qué valores de  $\phi$  hay reflexión total en la cara vertical?
- b) Si  $\phi = 60^\circ$ , ¿cuál es el máximo  $n$  para que NO haya reflexión total en la cara vertical? ¿Se puede reflejar totalmente en la cara superior?

3 - Una fibra óptica se puede esquematizar por un coaxial como el que se muestra en la figura. El índice del núcleo ( $n_1$ ) es mayor que el del recubrimiento ( $n_2$ ) de modo de retener la luz dentro del núcleo por reflexión total en la interfase con el recubrimiento. Se llama “ángulo del cono de aceptación” al máximo ángulo  $\alpha_m$  del haz incidente para la el cual existe reflexión total en la interfase núcleo-recubrimiento.

Demostrar que:  $\text{sen} \alpha = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ , con  $n_0$ : índice externo.



4 - Los índices de refracción de cierta clase de vidrio valen 1,51 para el rojo y 1,53 para el violeta. Halle los ángulos límites de reflexión total para rayos que incidan en la superficie de separación vidrio-aire. ¿Qué ocurre si un rayo de luz blanca incide formando un ángulo de  $41^\circ$  sobre dicha superficie?

5 - a) Demuestre que la imagen dada por un espejo plano de una fuente puntual es, sin ninguna aproximación, otra fuente puntual, ubicada simétricamente respecto del plano del espejo.

b) ¿Cuál es la mínima longitud de un espejo plano vertical para que un hombre de 1,8m se vea entero? ¿Es importante conocer la distancia hombre-espejo?

6 - a) Dada la dioptra esférica de la figura y haciendo uso de la ley de Snell y de la aproximación paraxial, probar que la formación de imágenes de la dioptra esférica se rige por la siguiente ecuación:

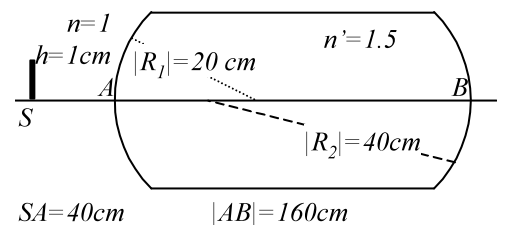
$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi, \quad \text{donde}$$

Descripción	En la figura	Descripción	En la figura
$S$ posición del objeto	$s > 0$	$f, f'$ Distancias focal objeto e imagen	No graficada
$s'$ posición de la imagen	$s' > 0$	$n, n''$ Índices de refracción	
$R$ Radio de curvatura de la dioptra	$R > 0$	$\Phi$ Potencia de la dioptra	$\Phi > 0$ conv.

- b) Analice el significado físico de  $f$  y de  $f'$  y establezca si pueden ser iguales.  
 c) Para dioptras esféricas convergente y divergente haga los gráficos de  $s'$  vs  $s$  y analice, para las diferentes ubicaciones de los objetos, las características de las imágenes (reales o virtuales, directas o invertidas, aumentadas o disminuidas).  
 d) Haga en cada caso analizado en c) el trazado de rayos correspondiente.  
 e) Calcule el aumento lateral y el aumento angular de la dioptra.  
 f) Obtenga la ecuación para la formación de imágenes en una dioptra plana, en la aproximación paraxial, a partir de la expresión para la dioptra esférica.

7 - a) Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5cm ( $n_{\text{agua}} = 1,33$ ). Un observador la mira desde arriba. ¿A qué profundidad la ve?.

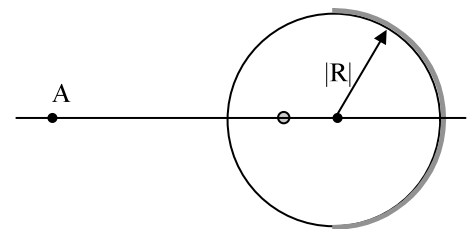
b) Una barra de material plástico transparente ( $n = 1,5$ ) de la forma y dimensiones de la figura, es iluminada por una rendija. Calcular la posición y el tamaño de la imagen formada por cada una de las dioptras y especificar si son reales o virtuales. Hacer un trazado de rayos a escala.



- 8 - a) A partir de la ecuación de las dioptras obtenga la ecuación de los espejos esféricos.  
 b) ¿Cómo se modifica la distancia focal de un espejo esférico si se lo sumerge en agua?.  
 c) Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto, siendo la distancia objeto-imagen de 15cm. Calcule la distancia focal del espejo.

9 - Una esfera maciza de vidrio de índice de refracción 1,5 y radio 4 cm se encuentra en aire y tiene una burbuja interior de 2mm de diámetro a 1 cm de su superficie. La mitad opuesta a la burbuja se encuentra espejada. Un observador mira a la esfera desde el punto A.

- a) Diga cuántas burbujas ve, de qué tamaño y en qué posiciones.  
 b) Si se quitase el espejado de la cara posterior, ¿cuántas burbujas vería desde A y en qué posición y de qué tamaño las vería?



- 10 - a) A partir de la ecuación de la dioptra, considerando dos dioptras esféricas tal que la separación entre ellas sea mucho menor que las restantes longitudes involucradas, deduzca la ecuación para las lentes delgadas.  
 b) Analice de qué depende la convergencia o divergencia de una lente.  
 c) Grafique  $s'$  vs  $s$  para lentes convergentes y divergentes y analice las características de la imagen en función de la posición de los objetos y del tipo de objeto (real o virtual)  
 d) ¿Pueden ser iguales (en módulo) los focos de una lente?.

11 - Se coloca un objeto a 18cm de una pantalla. ¿En qué puntos entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4cm, para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? ¿Qué diferencia hay entre ubicarla en una u otra posición?.

12 - Halle la distancia focal de una lente sumergida en agua, sabiendo que su distancia focal en el aire es de 20cm. El índice de refracción del vidrio de la lente es 1,6.

13 - Determine el radio de curvatura de una lupa equiconvexa ( $n = 1.5$ ) para que su aumento sea 10X. ¿Dónde se encuentra la imagen, y el objeto? Calcule el aumento de la lupa cuando la imagen se encuentra a la distancia de visión nítida.

14 - Describa un microscopio compuesto, enumerando cada uno de los elementos que lo componen y la función que cumple cada uno de ellos. Indique también si en la práctica cada uno de estos elementos es un elemento simple o no. ¿Cómo se considera, a los efectos de resolución de esta guía, un microscopio compuesto?.

15 - Un ocular de Huygens está compuesto por dos lentes convergentes tales que:  $f_1 = f_2 = f$  y  $d = f$  (distancia entre lentes). Discuta porqué dicho ocular no puede ser usado como lupa.

16 - Un microscopio consta de un objetivo de 4mm de distancia focal y de un ocular de 30mm de distancia focal. La distancia entre el foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular es  $g = 18$ cm. Calcule:

a) el aumento normal del microscopio.

b) la distancia objeto-objetivo.

c) Sabiendo que el diámetro del objetivo es de 3mm, calcular su imagen a través del ocular

d) Calcular el mínimo diámetro del ocular para que sea el objetivo quien limite el cono de luz que atraviesa el sistema

17 - Un microscopio cuenta con tres objetivos diferentes cuyos aumentos laterales son: 4X, 10X y 40X, y un ocular cuyo aumento eficaz es 8X. La distancia platina-plano imagen primaria se mantiene constante y vale 18cm (suponga  $n=1$ ).

a) Para los tres objetivos calcule:

i) el aumento eficaz del microscopio.

ii) la distancia platina-objetivo.

iii) la distancia focal del objetivo.

iv) el largo del tubo óptico ( $g$ ) y el largo del tubo.

b) Si el microscopio se encuentra enfocado utilizando el objetivo 4X, calcule cuánto y en qué sentido debe modificarse la distancia platina-objetivo, si se coloca el de 10X. ¿Qué ocurre con la distancia platina-ocular?.

18 - Enumere los elementos básicos que componen un telescopio astronómico y los que componen un antejo de Galileo, indique qué función cumple cada uno de ellos. Establezca las ventajas y desventajas comparativas de estos dos instrumentos, como así también sus aplicaciones más inmediatas. Haga un trazado de rayos para un objeto en infinito.

19 - Una cámara fotográfica estándar tiene como objetivo una lente convergente de 50mm ( $f'$ ) y usa película de cuyo cuadro es de 36x24mm.

a) ¿A qué distancia del objetivo debe estar un hombre de 1.8 m de altura para ser registrado completo? ¿Cuál es la distancia objetivo película?

b) Si se quiere fotografiar objetos que disten del objetivo entre 1m e infinito, ¿qué longitud debe tener la rosca que lo mueve?.

c) La película se encuentra a la distancia focal de la lente. Si el diámetro de la lente es de  $d$  cm, ¿qué tamaño tiene sobre la película la mancha producida por un objeto puntual que está a 1 m de la lente? ¿Y si el diámetro fuese de 5mm?