

**Estructura de la Materia 2**  
**Primer cuatrimestre de 2011**  
**Guía 2: Electrones libres**

1. TEORIA CLASICA DE UN GAS DE ELECTRONES (MODELO DE DRUDE)

Tomemos un metal típico, el K, como ejemplo.

- i) Calcule cuál es la densidad de electrones de conducción, suponiendo  $Z=1$ . Encuentre cuál es el valor de  $r_s$  (compare con la distancia a primeros vecinos  $4.53 \text{ \AA}$ )
- ii) Encuentre como varía el tiempo de relajación en función de  $T$ , sabiendo que  $\rho(77\text{K}) = 1.38 \text{ m}\Omega\cdot\text{cm}$  y  $\rho(273\text{K}) = 6.1 \text{ m}\Omega\cdot\text{cm}$
- iii) A partir de la relación  $1/2mv_o^2=3/2k_bT$ , calcule el camino libre medio electrónico en este modelo.
- iv) Calcule la constante Hall y compare con el valor experimental ( $R_H=-4.964 \cdot 10^{-24} \text{ CGS}$ ). Densidad del K= $0.91 \text{ g cm}^{-3}$ .  $N_A=6.02217 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .  $A = 39$ .

2. ELECTRONES LIBRES

- i) Demuestre que la energía cinética de un gas tridimensional de  $N$  electrones libres a  $T = 0\text{K}$  es  $E_o=3/5 N E_F$ , donde  $E_F$  es la energía de Fermi del sistema.
- ii) Derive la relación que conecta la presión y el volumen para un gas de electrones a  $0 \text{ K}$ . Note que puede ser escrita como  $p = (2/3)(E_o/V)$
- iii) Muestre que el módulo de bulk de un gas de electrones a  $0 \text{ K}$  es  $B = 5p/3 = 10E_o/9V$

3. Estime la temperatura de Fermi de:

- i)  ${}^3\text{He}$  líquido (densidad  $81 \text{ kg m}^{-3}$ )
- ii) los neutrones en una estrella de neutrones (densidad  $10^{17} \text{ kg m}^{-3}$ )

4. DENSIDAD DE NIVELES Y DE ESTADOS

Para un gas de electrones libres calcule la densidad de niveles en el espacio  $\mathbf{k}$  y la densidad de estados en función de la energía para los siguientes casos:

- i) una caja unidimensional de longitud  $L$ .
- ii) una caja bidimensional cuadrada de lado  $L$ .
- iii) una caja tridimensional cúbica de arista  $L$ .

Tenga en cuenta el spin de los electrones.

## 5. GAS DE ELECTRONES BIDIMENSIONAL

Sea un gas de electrones libres bidimensional:

i) ¿Cuál es la relación entre  $n$  y  $k_F$ ?

ii) Utilizando la densidad de estados calculada en el punto ii) del item anterior, encuentre que

$$\mu + k_B T \ln(1 + e^{-\mu/k_B T}) = E_F$$

iii) Repita el cálculo a partir de la expansión de Sommerfeld. Explique que sucede.

## 6. SUSCEPTIBILIDAD DE PAULI

Analice la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad magnética de un metal a  $T = 0K$ . Para ello suponga que los mismos son libres y considere un campo magnético aplicado  $\mathbf{H}$  según  $\hat{z}$ . Descomponga la densidad total de estados en una suma de dos contribuciones,  $g_{\uparrow}(E)$  y  $g_{\downarrow}(E)$ , que representen la contribución de electrones con spin paralelo y antiparalelo al campo magnético aplicado. Recuerde que la energía de un electrón en presencia de un campo magnético  $\mathbf{H}$  es

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - g\mu_B \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{H}}{\hbar},$$

donde  $g=2$  es el factor giromagnético y  $\mu_B$  es el magnetón de Bohr.

i) Calcule el número de electrones con ‘spin up’  $N_{\uparrow}$  y con ‘spin down’  $N_{\downarrow}$  en función del campo  $\mathbf{H}$ .

ii) Calcule la magnetización total  $\mathbf{M} = \mu_B(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})\hat{z}$  en función de  $\mathbf{H}$ .

iii) Calcule la susceptibilidad magnética  $\chi = M/H$ .

## 7. CALOR ESPECIFICO DE METALES

i) Demuestre que el calor específico de un gas de electrones libres depende linealmente de la temperatura.

ii) Calcule la contribución de los electrones de conducción a la energía libre de Helmholtz y al coeficiente de expansión térmica de un metal.