

## Estructura de la Materia 4 (2c/11)

### Práctica 6: Electrodinámica Cuántica.

1. Verifique que a partir del lagrangiano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

con  $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ , se obtienen las ecuaciones de Maxwell en el vacío mientras que con

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + i\bar{\Psi}(\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi + e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi A_\mu$$

se obtienen las ecuaciones acopladas de electrodinámica cuántica (QED).

2. Muestre que el lagrangiano de QED:

- a) es invariante Lorentz;
- b) es invariante ante una transformación de paridad.

3. Dibuje los diagramas de Feynman de orden más bajo para los siguientes procesos:

- a) aniquilación de pares:  $e^-e^+ \rightarrow \mu^+\mu^-$
- b) scattering  $e^-\mu^+$  con bremsstrahlung  $e^-\mu^+ \rightarrow e^-\mu^+\gamma$
- c) scattering fotón-fotón  $\gamma\gamma \rightarrow e^-e^+$

Analice todos los posibles estados de helicidad de los fermiones en los procesos anteriores.

4. En límite de energías altamente relativistas,

- a) Muestre que  $\mathcal{P}_\pm \equiv (1 \pm \gamma^5)/2$  son proyectores sobre subespacios de estados con helicidad definida.
- b) Muestre que  $u_R \equiv \mathcal{P}_+u(\vec{p})$  representa a una partícula de helicidad positiva. Qué representa  $v_L \equiv \mathcal{P}_+v(\vec{p})$ ?
- c) Muestre que  $\bar{u}_L\gamma^\mu u_R = \bar{u}_L\gamma^\mu v_L = \bar{v}_L\gamma^\mu u_L = \bar{v}_L\gamma^\mu v_R = 0$ , indicando las helicidades correspondientes.
- d) Indique las combinaciones de helicidad permitidas para el proceso  $e^-e^+ \rightarrow \mu^+\mu^-$
- e) Muestre que c) sigue valiendo en el caso de acoplamiento axiales  $\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\Psi$ , y en general  $\bar{u}_L(a\gamma^\mu + b\gamma^\mu\gamma^5)u_R = 0$ , etc. Estos son los acoplamientos de las fuerzas débiles.

5. La sección eficaz diferencial en el sistema c.m. para el proceso  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$  es  $d\sigma/d\Omega = (\alpha^2/16E^2)(1 + \cos^2 \theta)$ , donde  $E$  es la energía de los haces de electrones y positrones que colisionan, y  $\theta$  es el ángulo formado entre el  $\mu^-$  saliente y el  $e^-$  entrante.
- a) Dibuje el diagrama de Feynman de primer orden y muestre el origen del factor  $\alpha^2$ .
  - b) Utilizando conservación de la helicidad, muestre que el factor  $1 + \cos^2 \theta$ , es consecuencia directa del hecho que el fotón intermediario tiene espín 1.
  - c) ¿Cuál sería la dependencia angular si el fotón fuera una partícula de espín 2?