Estructura de la Materia 4 (2c/11)
Práctica 9: Modelo Estándar y mecanismo de Higgs

1. Considere el lagrangiano de QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = \overline{\Psi}(x)(i\partial\!\!\!/ I - M)\Psi(x) + g\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu T_a \Psi(x) G^a_\mu - \frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$ y $G^a_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu - g\, f_{abc} G^b_\mu G^c_\nu$, que es invariante ante transformaciones del grupo SU(3) local de color

$$\begin{cases} \Psi(x) \to e^{i\,g\alpha_a(x)T^a}\,\Psi(x) \\ G^a_\mu \to G^a_\mu - \partial_\mu \alpha^a(x) - g\, f_{abc}\alpha^b(x) G^c_\mu \end{cases}$$

a) Distribuya la derivada covariante e identifique el término de interacción entre quarks y gluones.

b) Expanda el término de gluones $-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a$ en el lagrangiano e indentifique los términos del lagrangiano que corresponden a los acoplamientos de tres y cuatro gluones y dibuje los cuatro diagramas que, a orden más bajo, α_s^2, contribuyen al proceso de scattering gluón-gluón, $gg \to gg$.

2. A partir de la sustitución de los campos vectoriales W^0_μ y B_μ por los campos A_μ y Z_μ

$$\begin{aligned} A_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \left(g_2\, B_\mu - g_1\, Y_L\, W^0_\mu \right) \\ Z_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \left(g_2\, W^0_\mu + g_1\, Y_L\, B_\mu \right) \end{aligned}$$

en los términos de interacción asociados a la simetría U(1) de hipercarga y SU(2) de isospín débil:

$$\mathcal{L}^{U(1)}_{int} = \frac{g_1}{2} \left[Y_L \left(\overline{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \overline{e}_L \gamma^\mu e_L \right) + Y_R \left(\overline{e}_R \gamma^\mu e_R \right) \right] B_\mu$$

$$\mathcal{L}^{SU(2)}_{int} = \frac{g_2}{2} \left[\overline{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L\, W^0_\mu - \sqrt{2}\, \overline{\nu}_L \gamma^\mu e_L\, W^+_\mu - \sqrt{2}\, \overline{e}_L \gamma^\mu \nu_L\, W^-_\mu - \overline{e}_L \gamma^\mu e_L\, W^0_\mu \right]$$

a) Muestre que el acoplamiento entre los electrones y el campo A_μ es el usual de QED

$$q_e \left\{ \overline{e}_L \gamma^\mu e_L + \overline{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} A_\mu$$

provisto que g_1 y g_2 estén relacionadas con la carga eléctrica q_e según

$$q_e = g_1 \cos\theta_W$$

con

$$\cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

b) Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{q_e}{\cos\theta_W \sin\theta_W} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \sin^2\theta_W\right) \overline{e}_L \gamma^\mu e_L - \left(\sin^2\theta_W\right) \overline{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} Z^0_\mu$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{q_e}{2\,\cos\theta_W \sin\theta_W} \left\{ \overline{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right\} Z^0_\mu$$

c) Interprete en términos de vértices de interacción, y de sus correspondientes diagramas de Feynman, los términos de acoplamiento entre las componentes left de los electrones, los neutrinos, y los bosones W^+ y W^-. Analice la conservación de la carga eléctrica y de la helicidad en cada vértice y deduzca a partir de ello la carga eléctrica y spin de los bosones.

3. Considere un campo escalar real no masivo $\phi(x)$ en presencia de un potencial V

$$V = \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right)$$

con $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$, tal que su lagrangiano resulta

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right)$$

a) Muestre que desarrollando el campo $\phi(x)$ alrededor de cualquiera de los mínimos v del potencial según

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$

donde $v \equiv \pm\sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$, el lagrangiano se reduce al de un campo masivo η de masa $m_\eta^2 = 2\,\lambda\,v^2 = -2\,\mu^2$.

b) Discuta el origen de la masa del campo η y la pérdida de simetría ante reflexiones ($\phi(x) = \phi(-x)$) del campo original.

4. Repita el ejercicio anterior pero para un campo escalar complejo ϕ, tal que su lagrangiano

$$\mathcal{L}^{U(1)} = (\mathcal{D}_\mu\phi)^* (\mathcal{D}^\mu\phi) - \mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

($\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$) es invariante ante transformaciones locales del grupo U(1)

$$\begin{cases} \phi(x) \to e^{i\,\chi(x)}\phi(x) \\ A_\mu \to A_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu\chi(x) \end{cases}$$

pero desarrollando el campo $\phi(x)$ según

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(v + h(x))$$

donde $h(x)$ es real. Muestre que en el lagrangiano resultante tanto A_μ como h cuentan ahora con términos de masa.

5. Muestre que en el caso de un doblete de campos escalares complejos, $\Phi(x)$, invariante ante transformaciones locales de SU(2) (ejercicio 4 de la práctica 7) los tres bosones de gauge W adquieren masa.

6. Muestre que el mecanismo de Higgs aplicado al modelo de Weinberg-Salam predice masas para los bosones $W^\pm$ y Z relacionadas entre si tal que

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2\,\cos^2\theta_W} = 1$$

7. Verifique que introduciendo un término de interacción entre electrones, neutrinos y el doblete de campos escalares complejos $\Phi(x)$ según

$$-g_e \left\{ (\overline{\nu}_e, \overline{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \overline{e}_R \left(\phi^-, \overline{\phi^0}\right) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right\}$$

el mecanismo de Higgs genera un término masa para los electrones y otro de interacción entre los electrones y el campo escalar h

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{g_e\,v}{\sqrt{2}}\,(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L) - \frac{g_e}{\sqrt{2}}\,(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L)\;h \\ &= -m_e\,\overline{e}e - \frac{m_e}{v}\overline{e}e\,h \end{aligned}$$