

# Capítulo 5

## Circuitos Puente

Un circuito puente permite determinar, por ejemplo, el valor de una resistencia, capacidad o inductancia que lo integre, si se conoce el valor de los restantes componentes del mismo, y si se dispone además de una fuente y de un instrumento detector de cero, esto es, de uno que permita detectar el equilibrio eléctrico entre sus bornes (por ejemplo, equipotencialidad en el caso de un voltímetro, o ausencia de circulación de corriente en el caso de un amperímetro). Los puentes más elaborados permiten determinar inductancias mutuas e incluso la frecuencia de la fuente de alimentación. El más sencillo es el de Wheatstone, y es el que se verá a continuación.

### 5.1. Puente de Wheatstone

Está formado por un conjunto de cuatro resistencias en disposición serie – paralelo, alimentado por una fuente de tensión continua, como se ilustra en la figura 5.1. Tres de las resistencias son conocidas mientras que la cuarta es incógnita. Se emplea un instrumento sensible para medir la diferencia de potencial (idealmente nula) entre los puntos medios de sendas ramas que constituyen el puente.

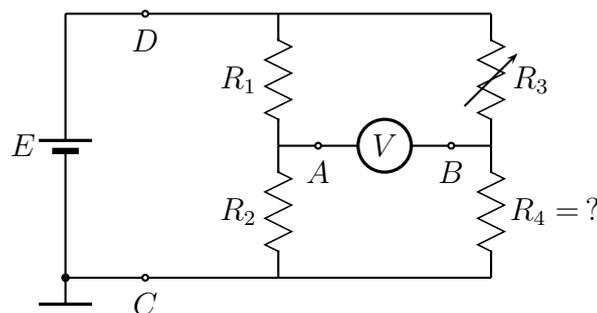


Figura 5.1: *Puente de Wheatstone.*

Si el voltímetro es ideal, no circula corriente entre los puntos  $A$  y  $B$ . Luego

$$V_{CA} = V_A - V_C = V_{CD} R_2 / (R_1 + R_2) \quad (5.1)$$

$$V_{CB} = V_B - V_C = V_{CD} R_4 / (R_3 + R_4) \quad (5.2)$$

siendo  $V_{CD} = V_D - V_C$ . La diferencia de potencial entre  $A$  y  $B$  resulta

$$V_{AB} = V_B - V_A = V_{CD} \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = V_{DC} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (5.3)$$

la condición de equilibrio del puente ( $V_{AB} = 0$ ) equivale entonces a la condición

$$\boxed{R_1 R_4 = R_2 R_3} \quad (5.4)$$

Fijadas  $R_1$  y  $R_2$ , se puede variar  $R_3$  hasta lograr la condición de equilibrio, y de ella despejar la resistencia desconocida  $R_4$ .

### 5.1.1. Sensibilidad

Se define la *sensibilidad*  $S$  del puente como

$$S = \frac{\left. \frac{\Delta V_{AB}}{V_{CD}} \right|_{\text{eq}}}{\left. \frac{\Delta R_4}{R_4} \right|_{\text{eq}}} \quad (5.5)$$

esto es: como la variación de la lectura del voltímetro relativa a la variación de la resistencia incógnita  $R_4$ , debiéndose notar que dichas variaciones son relativas, a su vez, a la tensión de alimentación del circuito y al propio valor de  $R_4$ , respectivamente. La sensibilidad se define en el entorno de la condición de equilibrio del puente (pues resulta de escasa utilidad en otro caso) y puede calcularse como

$$S = \lim_{\Delta R_4 \rightarrow 0} \frac{R_4}{V_{CD}} \frac{\Delta V_{AB}}{\Delta R_4} \Bigg|_{\text{eq}} = \frac{R_4}{V_{CD}} \frac{dV_{AB}}{dR_4} \Bigg|_{\text{eq}} \quad (5.6)$$

y teniendo en cuenta las expresiones 5.3 y 5.4, puede demostrarse que la sensibilidad es máxima cuando

$$\boxed{R_1 = R_2 \quad \text{y} \quad R_3 = R_4} \quad (5.7)$$

## 5.2. Puentes de corriente alterna

Los circuitos puente alimentados por fuentes alternas permiten determinar componentes reactivos tales como inductancias, capacitancias, inductancias mutuas, etc. Desde el punto de vista matemático se tratan igual que los de continua, con la salvedad de reemplazar

las resistencias consideradas en el puente de Wheatstone por impedancias. Hay varias configuraciones de puentes de corriente alterna, dado que hay varias maneras de construir ramas reactivas en un circuito. En la figura 5.2 se ilustra, por ejemplo, el denominado *puente de Maxwell*, que permite determinar el valor de una inductancia desconocida  $L_x$ , juntamente con el de su resistencia interna serie,  $R_x$ , si se conocen los valores de tres resistencias y un capacitor que equilibren el puente. La *condición de equilibrio de*

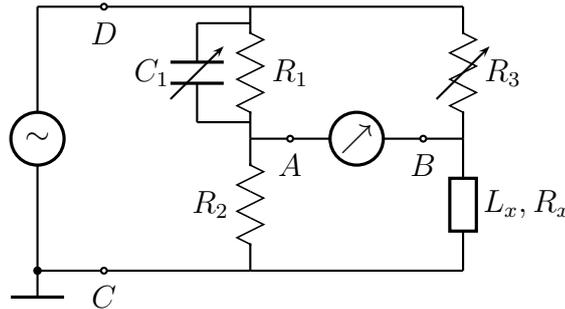


Figura 5.2: *Puente de Maxwell*. Permite determinar el valor de una inductancia incógnita,  $L_x$ , y el de su resistencia interna serie,  $R_x$ .

un puente de corriente alterna se desprende inmediatamente de lo ya estudiado para el puente de Wheatstone, y se expresa

$$\boxed{Z_1 Z_x = Z_2 Z_3} \quad (5.8)$$

simbolizando  $Z$  la impedancia correspondiente a cada una de las cuatro ramas del puente. Dado que  $Z \in \mathbb{C}$ , la igualdad anterior implica dos igualdades de números reales que deben cumplirse simultáneamente. Para el puente de Maxwell resulta

$$\boxed{R_x = R_2 R_3 / R_1 \quad \text{y} \quad L_x = R_2 R_3 C_1} \quad (5.9)$$

### 5.3. Preguntas

1. La condición de equilibrio del puente de Wheatstone, expresada por la ecuación 5.4, no depende de la resistencia interna del detector. Explique por qué. Tenga presente que dicha condición se obtuvo partiendo de dos ecuaciones (la 5.1 y 5.2) que son válidas si y sólo si la resistencia interna del detector es infinita.
2. Dependen la condición de equilibrio y/o la sensibilidad del puente de Wheatstone de la resistencia interna de la fuente?. Fundamente en cada caso su respuesta.
3. Se puede usar un amperímetro, en lugar de un voltímetro, como detector de cero en el puente de Wheatstone?
4. Cómo interviene el error de lectura del instrumento en la incerteza de la determinación de  $R_4$ ?

5. Es necesario que la fuente que alimenta al puente de Wheatstone sea de tensión continua?
6. Observando la ecuación de equilibrio del puente de Wheatstone puede concluirse que es lo mismo alcanzarla variando  $R_1$ ,  $R_2$  o  $R_3$  (asumiendo que la incógnita es  $R_4$ ). Sin embargo, tanto en el texto como en el esquema de la figura 5.1 se sugiere variar  $R_3$ . Realmente da igual variar cualquiera de las tres?. Encuentra alguna ventaja en variar sólo  $R_3$ ?
7. Se desea emplear la configuración tipo puente de Maxwell para determinar el valor de una capacidad desconocida,  $C_x$ , y su resistencia espúrea (conectada en paralelo con  $C_x$ ). Se puede?. Si se puede, qué se necesita?
8. Para alcanzar el equilibrio en el puente de Maxwell se deben variar los valores de **dos** elementos. Debido a la pérdida de tiempo involucrada, no parece sensato hacerlo sin tener una estrategia.Cuál sería la suya?

## 5.4. Parte Computacional

1. Simule un circuito puente de Wheatstone como el de la figura 5.1 pero incluyendo las resistencias internas de la fuente y del detector, y luego:
  - a) Verifique que la condición de equilibrio no depende de dichas resistencias.
  - b) Verifique que cuando dichas resistencias son nulas, la máxima sensibilidad del puente se obtiene bajo la condición 5.7
2. Empleando el circuito de la simulación anterior, determine cómo influye el error de lectura del instrumento en la indeterminación del valor de  $R_4$ .

## 5.5. Parte Experimental

1. Arme un puente de Wheatstone con una fuente que le permita experimentar con al menos tres valores de tensión de alimentación (comience con el más bajo) y luego
  - a) Verifique la condición de equilibrio.
  - b) Mida lo necesario para graficar la sensibilidad del puente en función de  $\Delta R_4/R_4$  para tres valores distintos del cociente  $R_1/R_2$  que permitan comprobar que la sensibilidad es máxima cuando  $R_1 = R_2$ .
  - c) Estime la incerteza con que puede determinar  $R_4$  en cada una de las situaciones del punto anterior.

- d)* Explore la conveniencia/inconveniencia de emplear un amperímetro en lugar de un voltímetro (RECUERDE APAGAR LA FUENTE, O DESCONECTAR EL MULTÍMETRO, ANTES DE CAMBIAR A ÉSTE ÚLTIMO DE FUNCIÓN).
2. Arme un puente de Maxwell y estúdielo experimentalmente. Observe que probablemente deberá emplear un osciloscopio para medir la diferencia  $V_{AB}$ , y que ninguno de los dos puntos involucrados está al potencial de referencia ( $V_C$ ). Cómo se mide entonces  $V_{AB}$ ?

2016.c2

César Moreno, Departamento de Física-FCEyN-UBA e INFIP-CONICET.