

1 Fermiones no masivos

Problema 1: Escriba los términos de masas del electrón y el neutrino,

$$\Delta\mathcal{L} = \bar{e} m_e e + \bar{\nu} m_\nu \nu,$$

en función de los campos e_L , e_R , ν_L y ν_R . Muestre que esta pieza de lagrangiano no es invariante ante $SU(2)_L$, grupo que transforma a $\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ en la representación **2** de $SU(2)$ y a e_R y a ν_R en la representación trivial de $SU(2)$.

Problema 2: Escriba el lagrangiano para un e_L y un ν_L no masivos y en él:

- Halle el grupo de simetrías internas (o sea, no de espacio-tiempo) de este lagrangiano y cociéntelo con $U(1)$ (¿por qué hacemos esto?). Al grupo de simetría que le quedo, fuércele que sea local con todo lo que esto implica.
- Escriba el lagrangiano resultante y en él aisle la parte de interacción de los leptones con los bosones de gauge que surgieron de localizar la simetría. Escriba este lagrangiano de interacción en función de los campos W^+ , W^- y W^3 , y luego identifique y dibuje los posibles vértices. Distinga los vértices de corrientes cargadas de los de corrientes neutras.
- Aisle ahora en el lagrangiano total la parte libre y la parte de auto-interacción de los bosones de gauge. Dibuje los posibles vértices.

Problema 3: Considere el lagrangiano de QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\Psi}(x)(i\partial\!\!\!/ - M)\Psi(x) + g\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu T_a \Psi(x)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$ y $G_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$, que es invariante ante transformaciones del grupo $SU(3)$ local de color

$$\begin{cases} \Psi(x) \rightarrow e^{i g \alpha_a(x) T^a} \Psi(x) \\ G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \partial_\mu \alpha^a(x) - g f_{abc} \alpha^b(x) G_\mu^c \end{cases}$$

- Distribuya la derivada covariante e identifique el término de interacción entre quarks y gluones.
- Expanda el término de gluones $-\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$ en el lagrangiano e indentifique los términos del lagrangiano que corresponden a los acoplamientos de tres y cuatro gluones.

Problema 4: A partir de la sustitución de los campos vectoriales W_μ^3 y B_μ por los campos A_μ y Z_μ

$$\begin{aligned} A_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} (g_1 W_\mu^3 + g_2 B_\mu) \\ Z_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} (g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu) \end{aligned}$$

en los términos de interacción asociados a la simetría U(1) de hipercarga y SU(2) de isospín débil,

$$\mathcal{L}_{int}^{U(1)} = \frac{g_1}{2} [Y_L (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + Y_R (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)] B_\mu$$

$$\mathcal{L}_{int}^{SU(2)} = \frac{g_2}{2} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^3 + \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \sqrt{2} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^3 \right];$$

donde $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2)$ (ojo al signo!). *Notación:* $Q = T_3 + Y/2$

- Deduzca a partir de esta última ecuación cuál es la acción en términos de diagramas de Feynman de los campo W^+ y W^- en un término del lagrangiano: diga de cada uno si crea o destruye un W con carga positiva o negativa.
- Muestre que el acoplamiento entre los electrones y el campo A_μ es el usual de QED

$$q_e \{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \} A_\mu$$

provisto que g_1 y g_2 estén relacionadas con la carga eléctrica q_e según

$$q_e = g_1 \cos \theta_W$$

con

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

- Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{q_e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + (\sin^2 \theta_W) \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} Z_\mu^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{q_e}{2 \cos \theta_W \sin \theta_W} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \} Z_\mu^0$$

- Interprete en términos de vértices de interacción, y de sus correspondientes diagramas de Feynman, los términos de acoplamiento entre las componentes left de los electrones, los neutrinos, y los bosones W^+ y W^- . Analice la conservación de la carga eléctrica y de la helicidad en cada vértice y deduzca a partir de ello la carga eléctrica y spin de los bosones.

2 Mecanismo de Higgs y la masa de los fermiones

Problema 5:

Considere un campo escalar real no masivo $\phi(x)$ en presencia de un potencial V

$$V = \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right)$$

con $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$, tal que su lagrangiano resulta

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right)$$

- Muestre que desarrollando el campo $\phi(x)$ alrededor de cualquiera de los mínimos v del potencial según

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$

donde $v \equiv \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$, el lagrangiano se reduce al de un campo masivo η de masa $m_\eta^2 = 2 \lambda v^2 = -2 \mu^2$.

b) Discuta el origen de la masa del campo η y la pérdida de simetría ante reflexiones ($\phi(x) = \phi(-x)$) del campo original.

Problema 6: Repita el ejercicio anterior pero para un campo escalar complejo ϕ , tal que su lagrangiano

$$\mathcal{L}^{U(1)} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

($\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$) es invariante ante transformaciones locales del grupo U(1)

$$\begin{cases} \phi(x) \rightarrow e^{i\chi(x)} \phi(x) \\ A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \chi(x) \end{cases}$$

pero desarrollando el campo $\phi(x)$ según

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x))$$

donde $h(x)$ es real. Muestre que en el lagrangiano resultante tanto A_μ como h cuentan ahora con términos de masa.

Problema 7: Sea el lagrangiano

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2,$$

donde Φ es un doblete de campos escalares complejos. Suponiendo que Φ adquiere un valor de expectación en el vacío,

- Muestre que si sólo localiza el grupo de simetría $SU(2)$ del lagrangiano entonces los tres bosones de gauge W adquieren masa y es la misma para los tres.
- Muestre que si también localiza el grupo de simetría $U(1)$ del lagrangiano entonces sigue habiendo sólo tres bosones de gauge masivos (¿por qué no hay uno más?). Halle cuáles son.

Problema 8: Muestre que el mecanismo de Higgs aplicado al modelo de Weinberg-Salam predice masas para los bosones W^\pm y Z relacionadas entre sí tal que

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$$

Problema 9: Verifique que introduciendo un término de interacción entre electrones, neutrinos y el doblete de campos escalares complejos $\Phi(x)$ según

$$-g_e \left\{ (\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right\}$$

el mecanismo de Higgs genera un término masa para los electrones y otro de interacción entre los electrones y el campo escalar h

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{g_e v}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{g_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h \\ &= -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} \bar{e} e h. \end{aligned}$$

Muestre que el término añadido al lagrangiano es invariante ante $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, eligiendo adecuadamente la Y_ϕ . Discuta sobre posibles canales para detectar la existencia del Higgs en el LEP (Large Electron-Positron collider).

Problema 10: Producción del Higgs en el LHC. En el LHC colisionarán dos protones a una energía de centro de masa de $\sqrt{s} = 14$ TeV y, en algunas de estas colisiones, se espera que se produzcan Higgses. La Figura 1 indica (en unidades arbitrarias) la probabilidad de que se produzca el Higgs en tales colisiones según qué partículas fundamentales son las que entran en la

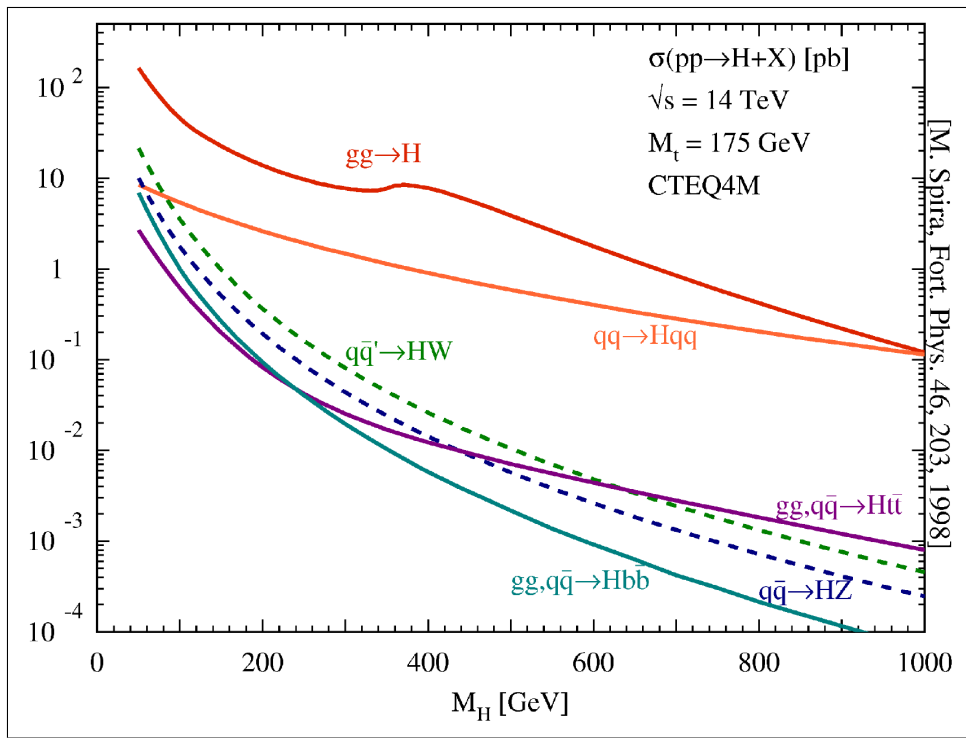


Figure 1: Canales de producción del Higgs en función de la masa del Higgs para el LHC.

reacción. Usted ha estudiado el Modelo Estándar, así que se le pide que halle el o los diagramas de Feynman más importantes encargados de cada uno de los procesos de producción de Higgs de la figura.

Problema 11: Detección del Higgs en el LHC. Los Higgs que se espera producir en el LHC –ver ejercicio anterior– van a decaer a través de diferentes canales de decaimiento. Según cuál fuese la masa del Higgs, estos canales serán más o menos importantes debido a sus anchuras. En la Figura 2 se ve cómo cambia la anchura de los diversos canales según la masa que tenga el Higgs. (Sepa que a efectos de detección del Higgs no sólo importa la anchura de los canales, sino que también cuánto background de ruido tienen estos canales.)

- Dibuje, a orden más bajo posible, los diagramas de Feynman de los procesos posibles indicados en la figura.
- Dado un Higgs liviano esperamos detectarlo a través del canal $H \rightarrow b\bar{b}$. Dado que los quarks no pueden observarse sueltos, ¿qué partículas finales esperaríamos observar en el LHC en este canal? (*) ¿Cómo son algunos de los diagramas posibles que generarían tales partículas finales?
- Para cada canal de decaimiento diga si las partículas creadas deben o pueden ser físicas o virtuales en cada región de la figura.
- ¿Por qué el canal $H \rightarrow t\bar{t}$ tiene un 'kink' en $m_H \approx 340$ GeV?
- (*) ¿Por qué el canal $H \rightarrow Z^0 Z^0$ tiene una supresión alrededor de $m_H \approx 160$ GeV y vuelve a recuperarse en $m_H \approx 180$ GeV?

Para discutir y reflexionar:

- En estas últimas dos guías se estudió el Modelo Estándar, basado en el artículo “*A model of Leptons*” (S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19:1264, 1967), y la violación de CP en Modelo Estándar, basada en el artículo “*CP violation in the*

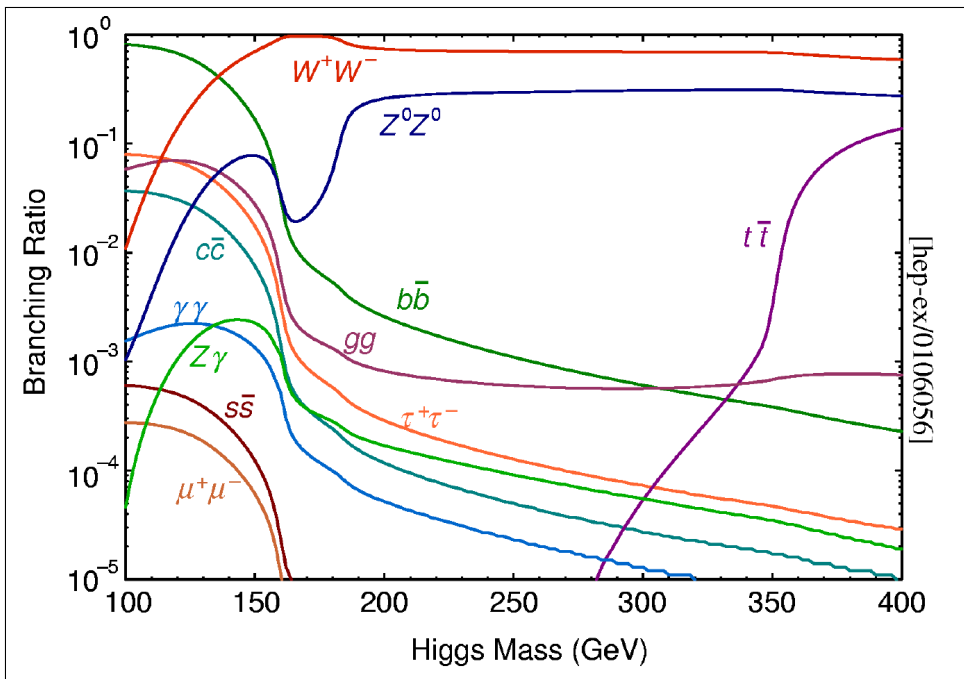


Figure 2: Anchuras de los diferentes canales de decaimiento del Higgs en función de la masa del Higgs.

renormalizable theory of weak interactions” (M. Kobayashi y T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49:652, 1973). ¿Sabía que estos dos son el primer y tercer artículos más citados de la historia de la física? ¿Sabe cuál es el segundo? Se sorprendería....

b) Muchas veces hallará el lagrangiano electrodébil sintetizado como

$$L = L(f, G) + L(f, H) + L(G, H) + L(G) - V(H),$$

donde f, G y H representan los fermiones, los bosones de gauge y el doblete escalar, respectivamente. Usted a esta altura debería poder visualizar que forma tiene cada término. ¿Puede?

c) ¿Tiene idea de cómo se detectó el bosón Z en el LEP? Lo debería poder razonar a partir de lo que sabe hasta ahora.

d) ¿Por qué es importante estudiar violación de CP?

e) ¿Por qué se buscan rastros de partículas de nueva física en los *loops* más que en encontrar en efecto las nuevas partículas?