

Primer Parcial (9/10/2007)

1. (3p) Usted es un experimental que quiere medir la masa del muón a través de su decaimiento. Supongamos que logra crear muones en reposo y que sabe que decaen a través del canal $\mu \rightarrow e \nu_\mu \bar{\nu}_e$ y que usted detecta sólo el electrón saliente.
- (1p) ¿Cuál es la mínima energía que esperaría para el electrón saliente?
 - (1p) Si usted mide que la máxima energía con la que sale el electrón es de $E_e = 52.8 \text{ MeV}$, ¿cuál es la masa del muón?
 - (1p) Supongamos que ahora el decaimiento del muón es el mismo pero en vez del electrón hay una partícula de masa M mayor que la masa del muón, y para esto el muón no está más en reposo sino que se mueve con una velocidad v_μ . Si esto fuese posible, diga entonces cuál debería ser el mínimo valor para v_μ . Si no fuese posible, justifique por qué no.

2. (3p) Dado el octete de bariones (ver fórmulas):

- (1.5p) Deduzca la función de onda de sabor x spin del barión Σ^+ para alguna proyección del espín (y diga cuál es). ¿Podría escribir sólo la parte de sabor de la función de onda?
- (1.5p) Calcule el momento magnético del Σ^+ .

Ayuda: observe que la única diferencia entre el protón y el Σ^+ es cambiar un quark d por un s. (Si decide usar esta ayuda, entonces deduzca la función de onda del protón.)

3. (4p) Dado un espinor $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$ llamamos biespinor superior a $\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ y biespinor inferior a $\begin{pmatrix} \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$. Trabajando con la representación de Weyl (o quiral) para las matrices γ^μ (ver fórmulas):

- (0.75p) Muestre que un espinor con biespinor inferior nulo posee quiralidad definida. Idem con biespinor superior nulo.
 - (1.25p) Muestre que el biespinor superior transforma independientemente del inferior frente a transformaciones del grupo de Lorentz.
 - (1p) Muestre que para partículas ultrarelativistas la ecuación de Dirac se desacopla en dos ecuaciones diferentes para cada biespinor. Escriba estas ecuaciones.
 - (1p) Muestre que para partículas ultrarelativistas tanto el biespinor superior como el inferior poseen helicidad bien definida.
4. (1p extras) Calcule la relación entre los momentos magnéticos del Σ^+ y del protón a partir de sus cálculos del ej. 2, y compárela con la relación que viene de los datos experimentales. Expláyese.

Representación de Weyl: al igual que la representación usual (que se llama de Dirac), existen otras representaciones para las matrices γ^μ que también satisfacen la condición

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu},$$

y por lo tanto se pueden utilizar exactamente igual que las matrices usuales para resolver la ecuación de Dirac. En la representación de Weyl tenemos:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{2}\vec{\Sigma} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Donde $\frac{1}{2}\vec{\Sigma}$ es el operador de espín y σ^i son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

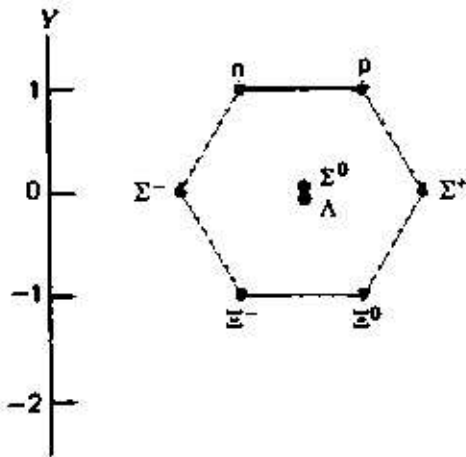
Producto directo de tres representaciones fundamentales de los grupos $SU(2)$ y $SU(3)$:

$$\begin{aligned} SU(2) : & \quad 2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S \oplus 2_{M_S} \oplus 2_{M_A} \\ SU(3) : & \quad 3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S \oplus 8_{M_S} \oplus 8_{M_A} \oplus 1_A \end{aligned} \quad (3)$$

Momento magnético de un fermión: un fermión de carga q y masa m posee un momento magnético

$$\mu = \frac{q}{2m} \quad (4)$$

Distribución de bariones en el octete



Nota: Tiene 3 : 30 hs. para resolver el examen. En cada ítem de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado -", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con el segundo examen; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.