

Estructura de la materia IV

2^{do} cuatrimestre 2009

Primer Parcial (16/10/2009)

1. (4p) Cuando se comenzó a estudiar el decaimiento beta se observaba que un neutrón decaía en un protón y una partícula beta (que es un electrón).
 - (a) (1p) De medir el espectro de la energía del electrón saliente (ver figura) se puede deducir con argumentos puramente cinéticos que en el decaimiento había al menos una partícula más que no se estaba detectando. Aclare bien qué hipótesis debe utilizar para reproducir este razonamiento y reprodúzcalo a partir de la figura.
 - (b) (1,5p) En la actualidad en el experimento KATRIN (Alemania, 2009-2012) se está intentando medir la masa del neutrino a través de mediciones que buscan los electrones más energéticos provenientes de decaimientos beta. Halle un sistema de ecuaciones exacto a resolver (no se pide que lo resuelva!) que tenga como una de sus soluciones la máxima energía que puede tener un electrón proveniente de un decaimiento beta. Concluya que a partir de estudiar la energía de los electrones más energéticos del decaimiento beta se puede en principio medir la masa del neutrino.
 - (c) (1,5p) Usando razonamientos y aproximaciones razonables muestre que los electrones más energéticos corresponden a cuando el protón se lleva prácticamente el mismo momento que el electrón, pero en sentido opuesto. Con este resultado replantee el objetivo del punto anterior y averigüe –dentro de las aproximaciones usadas– cuál es el momento máximo que puede llevarse un electrón de decaimiento beta en función de la masa del neutrino y los demás parámetros conocidos.

2. (3p) Sabor e isospín.

(a) Halle la relación entre las siguientes secciones eficaces:

i. (1p) $\sigma(\pi^- p \rightarrow \Lambda^0 K^0) / \sigma(\pi^+ n \rightarrow \Lambda^0 K^+)$

ii. (1p) $\sigma(p d \rightarrow {}^3\text{He} \pi^0) / \sigma(p d \rightarrow {}^3\text{H} \pi^+)$

(b) (1p) Muestre que una partícula de espín 1 no puede decaer en $\pi^0 \pi^0$, pero en principio sí en $\pi^+ \pi^-$.

3. (3p) La siguiente expresión puede aparecer cuando se calculan ciertas amplitudes de probabilidad en las cuales entra un fermión 1 y sale un fermión 2 (además de otras partículas que aquí no se mencionan),

$$f^\mu = \bar{u}(\vec{p}_2, s_2) \lambda^2 \frac{\not{p}_1 - \not{p}_2 + M}{p_1^2 - M^2} \gamma^\mu u(p_1, s_1).$$

Aquí el fermión 1 lleva cuadrimomento p_1 y tiene espín s_1 (esto indica que es una de las dos soluciones de energía positiva); análogamente con el fermión 2. Se sabe que las masas de los fermiones 1 y 2 son mucho más pequeñas que la masa M .

(a) (1,5p) Muestre que en los límites mencionados f^μ se reduce a

$$f^\mu \approx \bar{u}(\vec{p}_1, s_1) \frac{-\lambda^2}{M} \gamma^\mu u(p_2, s_2).$$

(b) (1,5p) Muestre que si el fermión 1 entra con quiralidad *Left* entonces el fermión 2 es favorable que salga con quiralidad *Left*, mientras que esta suprimido que salga con quiralidad *Right*. De qué orden de magnitud es esta supresión?

4. (1p extra) En el punto 1b se planteó un sistema de ecuaciones exacto entre cuyas soluciones se halla el momento máximo del electrón del decaimiento beta. Enuncie el código de Mathematica, MatLab, o cualquier programa que resolvería tal sistema de ecuaciones.

Algunas fórmulas y ayudas

Ecuación de Dirac:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (1)$$

La representación de Dirac viene dada por

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3. \quad (2)$$

Donde σ^i son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

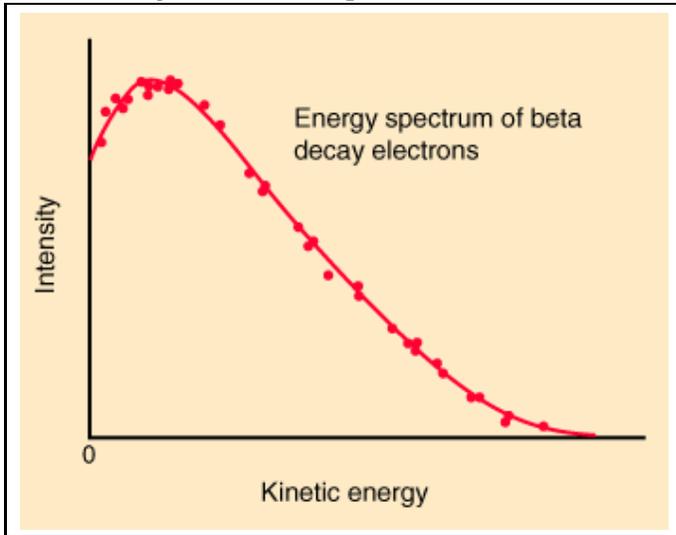
Producto directo de tres representaciones fundamentales de los grupos $SU(2)$ y $SU(3)$:

$$\begin{aligned} SU(2) : & \quad 2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S \oplus 2_{M_S} \oplus 2_{M_A} \\ SU(3) : & \quad 3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S \oplus 8_{M_S} \oplus 8_{M_A} \oplus 1_A \end{aligned} \quad (4)$$

Momento magnético de un fermión: un fermión de carga q y masa m posee un momento magnético

$$\mu = \frac{q}{2m} \quad (5)$$

Espectro de energía de electrones provenientes de decaimiento beta



Nota: Tiene 4 : 00 hs. para resolver el examen. En cada ítem de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Cualquier ambigüedad es tomada como incorrecta. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado -", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con el segundo examen; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen. La nota se redondea a la décima de punto superior más próxima.