2^{do}cuatrimestre 2009

Primer Recuperatorio (22/12/2009)

1. *(3p)* En el acelerador $PEP\,II$ que funciona en el SLAC, Stanford (EEUU), colisionan en forma asimétrica un electrón y un positrón (cuyas masas son $m = 0.511\,MeV$) con energías de $9.1\,GeV$ y $3.1\,GeV$, respectivamente.

   (a) *(1p)* ¿Cuál es la energía total del sistema en el sistema centro de momentos? (Esta es la energía disponible para la creación de nuevas partículas!)

   (b) *(1p)* Supongamos que luego de esta colisión se forman sólo n partículas no masivas. ¿Cuáles son los posibles valores de n?

   (c) *(1p)* Supongamos ahora que como producto de esta colisión se forma la partícula $\Upsilon(4S)$ cuya masa es $10.6\,GeV$. ¿A qué velocidad se moverá esta partícula en el sistema del laboratorio? ¿Y en el sistema centro de momentos?

2. *(3.5p)* Utilizando el modelo de quarks en los bariones:

   (a) *(1)* Diga cuáles de los bariones de espín $3/2$ tienen extrañeza no nula.

   (b) *(1.5)* De estos, halle aquellos cuyo momento magnético es positivo (use que $m_u = m_d = 360$ MeV y $m_s = 540$ MeV).

   (c) *(1)* Ahora considere aquellos bariones de espín $3/2$ sin extrañeza. ¿Alguno tiene momento magnético nulo?

   Nota: no es necesario que identifique los bariones con su nombre, basta con su composición en el modelo de quarks.

3. *(3.5p)* La ecuación de Dirac es

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) = 0.$$

   (a) *(1p)* Utilizando la representación de Weyl (ver *fórmulas*), halle la forma explícita de las soluciones a la ecuación de Dirac para partículas en reposo ($\vec{p} = 0$). (*Ayuda: si hace las cosas bien deberá hallar cuatro soluciones, dos con energía positiva y dos con energía negativa.*)

   (b) *(0.9p)* Muestre una de las virtudes de la representación de Weyl: muestre que, en esta representación, para partículas no masivas, y/o muy relativistas, la ecuación de Dirac se desacopla en dos ecuaciones independientes para el bi-espinor superior y el bi-espinor inferior.

   (c) *(0.8p)* Muestre que –independientemente de la representación– los operadores de proyección sobre quiralidad *left* y *right*

$$P_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2}$$

   forman un conjunto completo y ortogonal de operadores de proyección. (Se dice que una partícula tiene quiralidad definida *left* o *right* cuando su cuadri-espinor es autofunción de P_L o P_R, respectivamente.)

   (d) *(0.8p)* Muestre que las soluciones halladas en (a) no tienen quiralidad definida *(0.4p)*, pero si $m = 0$, o sea $\vec{p} \neq 0$, sí existen soluciones de ondas planas de quiralidad definida *(0.4p)*. (Conclusiones de yapa: (i) las soluciones de Dirac para partículas masivas no tienen quiralidad definida, y (ii) la representación de Weyl es ideal para estudiar partículas con quiralidad definida que, como Usted ya sabe, va a ser el caso de los fermiones elementales del Modelo Estándar que son no masivos y de quiralidad definida!)

4. *(extra punto (1p))* En el LHC los protones serán acelerados hasta una energía de 7 TeV. Suponga que de algún modo lo llegan a acelerar a la velocidad a la que se mueve un protón dentro del *beam* del LHC, pero en modo lineal no circular. Si usted mide que se mueve a esa velocidad durante un año y despues lo dejan quieto. Suponiendo que los efectos de aceleración y desaceleración se pudiesen despreciar, ¿en qué año se hallaría al cabo de este experimento?

Representación de Weyl: al igual que la representación usual (que se llama de Dirac), existen otras representaciones para las matrices γ^μ que también satisfacen la condición

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\, g^{\mu\nu},$$

y por lo tanto se pueden utilizar exactamente igual que las matrices usuales para resolver la ecuación de Dirac. En la representación de Weyl tenemos:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Donde σ^i son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Producto directo de tres representaciones fundamentales de los grupos $SU(2)$ y $SU(3)$:

$$\begin{array}{lrcl} SU(2): & 2 \otimes 2 \otimes 2 & = & 4_S \oplus 2_{M_S} \oplus 2_{M_A} \\ SU(3): & 3 \otimes 3 \otimes 3 & = & 10_S \oplus 8_{M_S} \oplus 8_{M_A} \oplus 1_A \end{array} \tag{3}$$

Momento magnético de un fermión: un fermión de carga q y masa m posee un momento magnético

$$\mu = \frac{q}{2m} \tag{4}$$

Nota: Tiene $3:30\,hs$. para resolver el examen. En cada item de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Cualquier ambigüedad será tomada como incorrect. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado $-$", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con el segundo examen o recuperatorio; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.