1er cuatrimestre 2007 - Daniel De Florian

Segundo parcial (3/07/2007)

1. *(2p)* Dado el siguiente lagrangiano,

$$L(t) = \int d^3x \left(\frac{1}{2} \left(A_\mu \partial_\nu F^{\mu\nu} - (\partial_\mu A_\nu) F^{\mu\nu} \right) + \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right),$$

con $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, calcule la ecuación de movimiento para el campo A_μ. (Sea prolijo, explícito y ordenado.)

2. *(4p)* De los siguientes procesos: (i) diga cuáles son posibles y cuáles no dentro del Modelo Estándar yendo hasta nivel árbol (i.e. sin *loops*); y (ii) en los procesos posibles dibuje *todos* los diagramas de Feynman árbol que contribuyen al proceso e indique *en cada vértice* cómo el término del lagrangiano encargado del vértice; en los procesos no posibles explique por qué razón no son posibles.

$$\begin{array}{llll llll llll} (a) & n & \rightarrow & p\, e^-\, \bar{\nu}_e & (b) & e^- \bar{\nu}_e & \rightarrow & \mu^- \bar{\nu}_\mu & (c) & e^- & \rightarrow & \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_e \\ (d) & e^- e^+ & \rightarrow & u\, \bar{u} & (e) & \Upsilon(4S) & \rightarrow & B^0 \overline{B^0} & (f) & \gamma\gamma & \rightarrow & \mu^+ e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \end{array} \quad (1)$$

Ayudas: al escribir cada término del lagrangiano correspondiente a cada vértice, deje las contantes numéricas con una letra; no tenga en cuenta los diferentes colores de los quarks, en ningún caso tenga en cuenta diagramas en los que interviene el bosón de Higgs, y $\Upsilon(4S) = b\bar{b}$, $B^0 = d\bar{b}$. (Cada proceso vale 0.66 puntos.)

3. *(4p)* Considere la siguiente densidad lagrangiana,

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda \left(\Phi^\dagger \Phi \right)^2,$$

donde Φ es un triplete de $SU(3)$ de campos escalares complejos.

   (a) *(1 p)* Muestre que $\mathcal{L}$ es invariante frente a transformaciones globales de $SU(3)$.

   (b) *(1p)* Suponga que partiendo de esta teoría usted desea ahora obtener una teoría que sea invariante $SU(3)_{local}$. Escriba el nuevo lagrangiano, indique cuántos bosones de gauge hay que incorporar a la teoría y muestre explícitamente cómo deben ser los términos de interacción entre estos y Φ. *(Obs.: no hace falta que demuestre que la teoría resultante es invariante $SU(3)_{local}$.)*

   (c) *(1p)* Muestre que el estado

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2)$$

   es un estado vacío de la teoría para cierto valor de v y halle este valor.

   (d) *(1p)* Dada una ruptura espontánea de la simetría con el estado de vacío del punto anterior, diga y justifique cuántos bosones de gauge adquirirán masa. ¿Existe alguna simetría del lagrangiano que no se rompa espontáneamente con la elección de Φ_0 como estado de vacío? Si sí, enúnciela.

4. *(extra puntos[1]: (2p))* Escriba la parte electrodébil del lagrangiano del Modelo Estándar. *(Notas: lo puede escribir antes o después de la ruptura espontánea de simetría, como le sea más cómodo. Sea bien preciso con todas las sumatorias y la notación, aclare todo; las ambigüedades no se tomarán como correctas.)*

[1] Estos puntos son sólo válidos para la aprobación del examen, no cuentan para el final.

Los generadores del grupo $SU(3)$ son las matrices de Gell-Mann,

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Algunas fórmulas que no tendría sentido que se las recuerde de memoria:

$$\begin{aligned} [t^a, t^b] &= i f^{abc} t^c \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g A_\mu^a t^a \\ A_\mu^a &\to A_\mu^a + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a + f^{abc} A_\mu^b \alpha^c \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \end{aligned}$$

Nota: Tiene $3:30\,hs.$ para resolver el examen. En cada item de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado $-$", que quiere decir que tiene la oportunidad de recuperar la fracción de punto faltante con lo que le sobra de 6 en su nota del primer examen; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.