2^{do}cuatrimestre 2007

Segundo Parcial (7/12/2007)

1. *(6p)* Considere la siguiente lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 + \bar{\psi}\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - M\right)\psi - g\bar{\psi}\psi\phi.$$

   (a) *(0.2p)* ¿Qué tipo de partículas describe dicho lagrangiano?

   (b) *(0.3p)* Indique cuáles son los términos *libres* y cuáles los de interacción. Dibuje los vértices posibles.

   (c) *(0.25p)* Diga cuáles son las simetrías internas globales en $\mathcal{L}$ y aclare de qué grupo se trata.

   (d) *(1p)* Haga las modificaciones pertinentes para localizar la simetría considerada en c). Repita los puntos a) y b) para el nuevo lagrangiano.

   (e) *(1.20p)* Halle las ecuaciones de movimiento para el lagrangiano hallado en el punto anterior.

   (f) *(1.50p)* A partir del Lagrangiano hallado en d), diga si los siguientes procesos al orden indicado son posibles. Si fuesen posibles dibuje los diagramas de Feynman correspondientes, si no, justifique su respuesta.

      i. *(0.50p)* El proceso $\phi\phi \to \phi\phi$ a primer, segundo y cuarto orden (un diagrama para cada orden).

      ii. *(0.50p)* El proceso $e\bar{e} \to e\bar{e}$ a segundo y cuarto orden (dos diagramas para cada orden).

      iii. *(0.50p)* El proceso $e + \bar{e} + \phi + \phi \to \gamma$ a tercer orden (un diagrama).

   Considere ahora la siguiente lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \lambda\phi^4 + \bar{\Psi}\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - M\right)\Psi - g\bar{\Psi}\Psi\phi,$$

   donde ahora Ψ corresponde a un doblete de espinores.

   (g) *(0.25p)* En la expresión $\bar{\Psi}\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - M\right)\Psi$ señale qué tipo de objeto es cada cosa (matrices, números, etc.) y de qué tamaño.

   (h) *(1.3p)* Diga cuál es la simetría interna global, modifique el L con el fin de localizarla y haga explícito todo lo que considere conveniente (por ejemplo la cantidad de bosones de gauge).

2. *(4p)* Considere la siguente pieza de la lagrangiana del Modelo Estándar invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$\Delta\mathcal{L} = -\lambda\bar{t}_L\phi^+ b_R - \lambda\bar{b}_L\phi^0 X_? + h.c.,$$

   donde t y b se refiere a los quarks *top* y *bottom*, respectívamente, ϕ^+ y ϕ^0 a las componentes del doblete de Higgs y X a algún quark a averiguar,

   (a) *(0.8p)* Indique qué quark debe ser X y cuál su quiralidad (L o R).

   (b) *(1p)* Halle la hipercarga de todos los campos en cuestión y muestre explícitamente que, en efecto, esta pieza de lagrangiana es invariante ante $U(1)_Y$.

   (c) *(0.8p)* Suponga que se rompe espontáneamente la simetría y que el Higgs adquiere su valor de expectación en vacío usual. Muestre que éste término da lugar a un término de masas para un quark. ¿A qué quark le da masa? y ¿cuánto vale esta masa en término de los parámetros utilizados hasta ahora?

   (d) *(0.8p)* Suponiendo que la simetría ya está rota, agregue a $\Delta\mathcal{L}$ los términos que le dan masa e interacción con el Higgs $h(x)$ al otro quark. Con esta nueva lagrangiana dibuje los diagramas de Feynman a menor orden posible para los procesos $h \to b\bar{b}$ y $h \to t\bar{t}$ y diga que esperaría más: ¿b_L's o b_R's?

   (e) *(0.6p)* Supongamos el caso hipotético de un Higgs con masa de $1\,TeV$. ¿Qué proceso sería más posible, $h \to b\bar{b}$ o $h \to t\bar{t}$?

3. *(1p extras)* Escriba la parte del lagrangiano del Modelo Estándar que corresponde a los quarks *up* y *down*. (Sea muy claro con toda la notación, abreviaciones y sumatorias y aclare si lo está escribiendo antes o después de romper la simetría.)

Los generadores del grupo $SU(2)$ son $t^a = \frac{1}{2}\sigma^a$, donde σ^a son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Los generadores del grupo $SU(3)$ son $t^a = \frac{1}{2}\lambda^a$, donde λ^a son las matrices de Gell-Mann,

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Algunas fórmulas que no tendría sentido que se las acuerde de memoria:

$$\begin{aligned} [t^a, t^b] &= i f^{abc} t^c \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g A_\mu^a t^a \\ A_\mu^a &\to A_\mu^a + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha^a + f^{abc} A_\mu^b \alpha^c \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \\ Q &= T_3 + \frac{Y}{2}. \end{aligned}$$

Nota: Tiene $3:00\,hs$. para resolver el examen. En cada item de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado $-$", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con la nota del primer examen; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.