2^{do}cuatrimestre 2009

Segundo Parcial (15/12/2009)

1. *(3p)* Sea el lagrangiano que resulta de aplicar el Mapa de Seiberg-Witten al lagrangiano de Maxwell no conmutativo de $U(1)$ a primer orden en θ:

$$\mathcal{L}_{Maxwell-NC} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}q\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{8}q\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

donde $\theta^{\alpha\beta}$ es un tensor antisimétrico cuyas componentes son constantes, q es la constante de acople que proviene del caracter no conmutativo de la teoria de Maxwell no conmutativa, manifestado en el conmutador del tensor de campo no conmutativo:

$$\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu - iq[\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]_*$$

Los campos con sombrero son los no conmutativos, mientras que los que aparecen en el $\mathcal{L}_{Maxwell-NC}$ son los usuales de U(1). De manera que el tensor de campo $F_{\mu\nu}$ es el usual del electromagnetismo.

   (a) *(1p Kevin in Honoris)* Obtenga las ecuaciones de Maxwell no conmutativas a partir de este lagrangiano, es decir obtenga las ecuaciones de movimiento. Si le ayuda considere el gauge de Lorentz para el campo A_μ ($\partial_\mu A^\mu = 0$).

   (b) *(1p)* Es este lagrangiano $\mathcal{L}_{Maxwell-NC}$ invariante de gauge local de $U(1)$? Justifique. (Recuerde que el tensor antisimétrico $\theta^{\alpha\beta}$ es una constante y no transforma bajo gauge.)

   (c) *(1p)* Halle qué clase de interacción permite esta teoría y dibuje el/los diagramas de Feynman correspondientes a los vértices de interacción (sólo el dibujo).

2. *(4p)* De los siguientes procesos: (i) diga cuáles son posibles y cuáles no *dentro del Modelo Estándar* yendo hasta nivel árbol (i.e. sin *loops*); y (ii) en los procesos posibles dibuje al menos un diagrama de Feynman que contribuya al proceso e indique *en cada vértice* cómo es el término del lagrangiano encargado del vértice; en los procesos no posibles explique por qué razón no son posibles.

$$\begin{array}{llllllllllll} (a) & \mu & \to & \nu\,\tau\,\bar{\nu}_\tau & (b) & B^0 & \to & K^0\gamma & (c) & h & \to & g\,g \\ (d) & t & \to & c\,Z & (e) & K^0 & \to & e^-\mu^+ & (f) & p\,p & \to & \mu^+\,\mu^-\,X \end{array} \tag{1}$$

Ayudas: al escribir cada término del lagrangiano correspondiente a cada vértice, deje las constantes numéricas con una letra; no tenga en cuenta los diferentes colores de los quarks; $K^0 = d\bar{s}$ *y* $B^0 = d\bar{b}$*;* X *es cualquier cosa. (Cada proceso vale* 0.66 *puntos.)*

3. *(3p)* El mecanismo de Higgs del Modelo Estándar es, dentro de una variedad de modelos análogos, el más simple de todos. Otro modelo, por ejemplo, es el *Two Higgs Doublet Standard Model (2HDSM)* que utiliza –entre otros– supersimetría. En este modelo, en vez de haber un doblete de Higgs, hay dos dobletes de Higgs que tienen dos diferentes valores de expectación en el vacío,

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}_1 \to \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ \Phi_2 &= \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}_2 \to \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Estos dobletes funcionan prácticamente igual que en el SM, sólo que el Φ_1 le da masa a los fermiones de abajo y Φ_2 a los de arriba. O sea, por ejemplo, los términos de masa para u y d serían ahora

$$g_d\bar{Q}_L \cdot \Phi_1\, d_r + g_u\bar{Q}_{L\,a}\epsilon_{ab}\Phi^\dagger_{2\,b}\, u_r + h.c.,$$

donde $Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ y ϵ_{ab} es el tensor antisimétrico.

   (a) *(0.75p)* Halle las masas de u y d en función de los parámetros de la teoría.

   (b) *(0.75p)* Halle cómo deben transformar $\Phi_{1,2}$ ante el grupo de simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para que los términos de masa sean invariantes. Halle la hipercarga de cada doblete.

   (c) *(1.5p)* Proponga un término cinético para $\Phi_{1,2}$ que sea invariante de gauge de éste grupo. (Sólo cinético, sin interacción.) Y halle la masa del W en función de los parámetros de la teoría.

4. *(1.5 extra-points)* Así como el 2HDSM, proponga una alternativa al Modelo Estándar en lo que respecta el sector de Higgs. Aclare qué campos nuevos habría y cómo se acoplarían y con qué. (Sólo se pide que marque las diferencias y analogías con el SM o el 2HDSM. También diga cómo transforma ante el grupo de simetrías cada campo nuevo que agrega.) Se pide que la teoría que proponga sea consistente e invariante de gauge.....claro!

5. *(3.5 extra-extra-points)* Si la extensión al Modelo Estándar que propuso en el ítem anterior es la descubierta por el LHC, puede pasar a cobrar sus *extra-extra-points* por mi oficina en el 2015!

Los generadores del grupo $SU(2)$ son $t^a = \frac{1}{2}\sigma^a$, donde σ^a son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Algunas fórmulas que no tendría sentido que se las acuerde de memoria:

$$\begin{aligned} [t^a, t^b] &= i f^{abc} t^c \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g A_\mu^a t^a \\ A_\mu^a &\to A_\mu^a + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha^a + f^{abc} A_\mu^b \alpha^c \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \\ Q &= T_3 + \frac{Y}{2}. \end{aligned}$$

Nota: Tiene 4:00 hs. para resolver el examen. En cada item de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Cualquier ambigüedad es tomada como incorrecta. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado $-$", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con la nota del primer examen; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.