2^{do}cuatrimestre 2007

Segundo Recuperatorio (20/12/2007)

1. *(5p)* Considere la siguiente lagrangiana

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi\phi^* - \lambda \left(\phi\phi^*\right)^2 + \bar{\psi} \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - M\right) \psi - g\bar{\psi}\psi\phi\phi^*$$

   (a) *(0.2p)* ¿Qué tipo de partículas describe dicho lagrangiano?

   (b) *(0.3p)* Indique cuáles son los términos *libres* y cuáles los de interacción. Dibuje los vértices posibles.

   (c) *(0.5p)* Diga cuáles son las simetrías internas globales en $\mathcal{L}$ y aclare de qué grupo se trata.

   (d) *(1.2p)* Haga las modificaciones pertinentes para localizar la simetría considerada en c). Repita los puntos a) y b) para el nuevo lagrangiano.

   (e) *(1.2p)* Halle las ecuaciones de movimiento para el Lagrangiano hallado en el punto anterior.

   (f) *(1.2p)* A partir del Lagrangiano hallado en d), diga si los siguientes procesos al orden indicado son posibles. Si fuesen posibles dibuje los diagramas de feynman correspondientes, si no, justifique su respuesta

      i. *(0.4p)* Un diagrama a primer orden y tres a segundo orden para el proceso $\phi\phi^*$ yendo a $\phi\phi^*$

      ii. *(0.4p)* Dos diagramas a segundo orden y uno a cuarto orden para el proceso $e\bar{e}$ yendo a $e\bar{e}$

      iii. *(0.4p)* Un diagrama a segundo orden para el proceso $\phi\phi^*$ yendo a un bosón de gauge.

   (g) *(0.4p)* Analice si el lagangiano inicial (antes de localizar las simetrias) es invariante frente a las transformación $\psi \to e^{i\gamma^5}\psi$, $\phi \to -\phi$

2. *(5p)* De los siguientes procesos: (i) diga cuáles son posibles y cuáles no dentro del Modelo Estándar yendo hasta un *loop*; y (ii) en los procesos posibles dibuje al menos un diagrama de Feynman que contribuya al proceso e indique *en cada vértice* cómo es el término del lagrangiano encargado del vértice y de qué parte del lagrangiano del Modelo Estándar proviene; en los procesos no posibles explique por qué razón no son posibles. (Cada proceso vale $\frac{5}{6}p = 0.83p$ y se dará la totalidad de los puntos sólo cuando se dibujen el o los diagramas más probables de cada proceso.)

$$\begin{array}{llllllllllll} (a) & h & \to & \gamma\gamma & (b) & u\bar{d} & \to & W^+h & (c) & \Lambda & \to & p\pi^- \\ (d) & gg & \to & h & (e) & \Upsilon(4S) & \to & B^0\overline{B^0} & (f) & e^-e^+ & \to & \mu\,\bar{\mu} \end{array} \quad (1)$$

   (En (f) dibuje al menos tres diagramas, todos *tree*, que contribuyan al proceso.) *Ayudas: al escribir cada término del lagrangiano correspondiente a cada vértice, deje las contantes numéricas con una letra; no tenga en cuenta los diferentes colores de los quarks;* $\Lambda = uds$*;* $\Upsilon(4S) = b\bar{b}$ *y* $B^0 = d\bar{b}$*.*

3. *(1p extras)* Considere la siguente pieza de la lagrangiana del Modelo Estándar invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$\Delta\mathcal{L} = -\lambda\bar{t}_L\phi^+ b_R - \lambda\bar{b}_L\phi^0 X_? + h.c.,$$

   donde t y b se refiere a los quarks top y $bottom$, respectívamente, ϕ^+ y ϕ^0 a las componentes del doblete de Higgs y X a algún quark a averiguar,

   (a) *(0.2p)* Indique qué quark debe ser X y cuál su quiralidad (L o R).

   (b) *(0.4p)* Halle la hipercarga de todos los campos en cuestión y muestre explícitamente que, en efecto, esta pieza de lagrangiana es invariante ante $U(1)_Y$.

   (c) *(0.4p)* Suponga que se rompe espontáneamente la simetría y que el Higgs adquiere su valor de expectación en vacío usual. Muestre que éste término da lugar a un término de masas para un quark. ¿A qué quark le da masa? y ¿cuánto vale esta masa en término de los parámetros utilizados hasta ahora?

Los generadores del grupo $SU(2)$ son $t^a = \frac{1}{2}\sigma^a$, donde σ^a son las matrices de Pauli,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Los generadores del grupo $SU(3)$ son $t^a = \frac{1}{2}\lambda^a$, donde λ^a son las matrices de Gell-Mann,

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Algunas fórmulas que no tendría sentido que se las acuerde de memoria:

$$\begin{aligned} [t^a, t^b] &= i f^{abc} t^c \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g A^a_\mu t^a \\ A^a_\mu &\to A^a_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha^a + f^{abc} A^b_\mu \alpha^c \\ F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \\ Q &= T_3 + \frac{Y}{2}. \end{aligned}$$

Nota: Tiene $3:00\,hs$. para resolver el examen. En cada item de cada ejercicio, una justificación y un razonamiento correctos dan la mitad de los puntos, y un resultado correcto da la otra mitad. Se aprueba con 6 puntos o más; entre 5 y 6 puntos es un "Aprobado $-$", que quiere decir que se tiene la oportunidad de recuperar ese punto faltante con la nota del primer examen/recuperatorio; y con menos de 5 puntos no se aprueba el examen.