

Relación de calores específicos a presión y volumen constante para gases ideales: Método de Clément y Désormes y Rüchardt

Objetivo

El objeto de este experimento es determinar la relación entre calores específicos a presión y volumen constante para gases ideales, $\gamma = c_p / c_v$, usando el método Clément y Désormes.^[1]

Proyecto 1.- Relación entre calores específicos γ para gases ideales

Equipamiento recomendado: Sensor de presión conectado a un sistema de adquisición de datos. Un recipiente de vidrio o plástico de unos 5 a 20 litros, dotado de un tapón con conexión para el sensor de presión y válvula que permita ser presurizado hasta aproximadamente 1 at.

El arreglo experimental para realizar este experimento consiste en un recipiente de vidrio o plástico con un volumen de 5 a 20 litros. Un bidón o damajuana pueden ser adecuados. Es necesario que el tapón del recinto tenga una salida que permita la conexión del sensor de presión. También, el tapón debe permitir presurizar el recinto hasta aproximadamente 1 at por sobre la presión atmosférica.

El experimento consiste en presurizar el recipiente y medir la presión inicial P_i del gas que se halla a la temperatura ambiente T_0 . Seguidamente, se remueve súbitamente el tapón y se permite que el gas se expanda adiabáticamente hasta la presión atmosférica ambiente P_0 . Durante este proceso, el gas se enfría a una temperatura $T_f (< T_0)$. Inmediatamente se tapa de nuevo el recipiente y se deja que el gas se termalice a la temperatura ambiente T_0 . En la Fig. 1 se muestra un esquema del método propuesto.

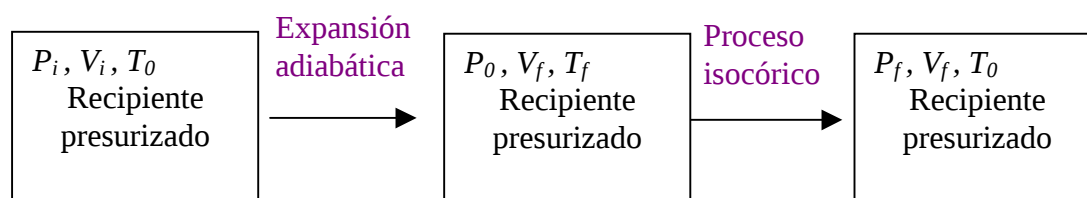


Fig.1 Diagrama esquemático del método experimental de Clément y Désormes.

Durante el proceso adiabático tenemos:

$$P_i \cdot V_i^\gamma = P_0 \cdot V_f^\gamma \quad (1)$$

En el siguiente proceso, el gas se calienta isocóricamente, como la temperatura inicial y final son iguales, tenemos:

$$P_i \cdot V_i = P_f \cdot V_f \quad (2)$$

De las ec.(1) y (2) , eliminando los volúmenes tenemos:

$$\frac{P_i}{P_0} = \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^\gamma \quad (3)$$

Por lo tanto:

$$\gamma = \frac{\ln(P_i/P_0)}{\ln(P_i/P_f)} \quad (4)$$

Esta expresión nos permite calcular γ midiendo las tres presiones P_i , P_0 y P_f .

- ✓ Realice por lo menos 5 determinaciones de γ para el aire, obtenga el mejor valor y realice una estimación de la incertidumbre de esta medición.
- ✓ Compare sus resultados experimentales con los valores de tabla.

Proyecto 2.- Relación entre calores específicos γ para gases ideales

Equipamiento recomendado: Sensor de presión conectado a un sistema de adquisición de datos. Una jeringa de plástico de 20 a 40 ml. Un dispositivo de madera o metal que permita posicionar el émbolo de la jeringa en posiciones bien definidas.

El arreglo experimental es similar la indicado en la Fig. 2. El dispositivo para fijar posición permite definir con precisión dos posiciones de la jeringa de modo de poder variar rápidamente el volumen de la misma entre dos posiciones bien definidas, V_i y V_f . Un pequeño bloque de madera o plástico puede usarse para definir estas dos posiciones. Para este experimento, es importante que previamente se calibre el sensor de presión de modo de medir presiones absolutas. El experimento se inicia con la jeringa con un volumen de aire u otro gas a presión atmosférica y con un volumen ligeramente superior al mayor volumen, V_f . Se comprime el gas hasta el mínimo volumen, V_i , y se deja en esta posición hasta que el gas se termalice con el medio, a la temperatura T_0 . En estas condiciones se inicia la adquisición de datos. Un indicio de que la temperatura se equilibró se puede obtener notando que la presión se ha equilibrado (alcanza un mínimo relativo estable, siempre y cuando no haya pérdidas de

gas). Esta presión la designamos por P_i . Seguidamente, se permite una expansión rápida, adiabática, al volumen V_f . Inmediatamente después de la expansión adiabática, la presión alcanza el valor mínimo P_1 y se deja que el gas vuelva a termalizarse con la temperatura ambiente. Cuando esto ocurre, el valor de la presión será P_f . En la Fig. 3 se indica esquemáticamente el proceso en un diagrama PV .

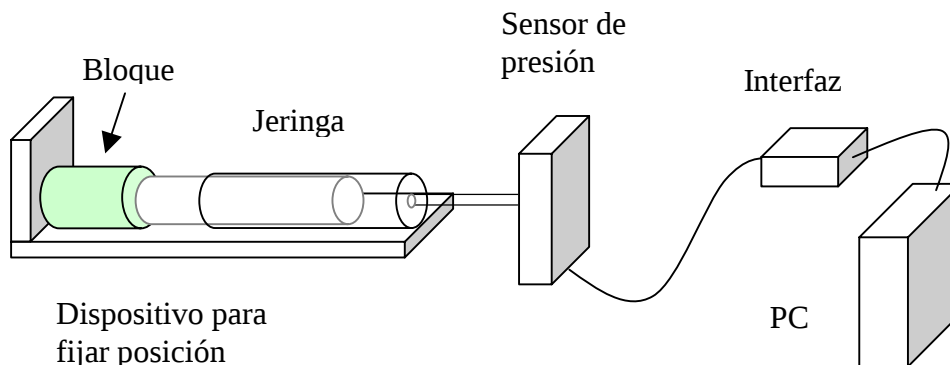


Figura 2: Otra realización del experimento de Clément y Désormes, usando una jeringa de plástico y un sensor de presión conectado a un sistema de adquisición de datos con computadora.

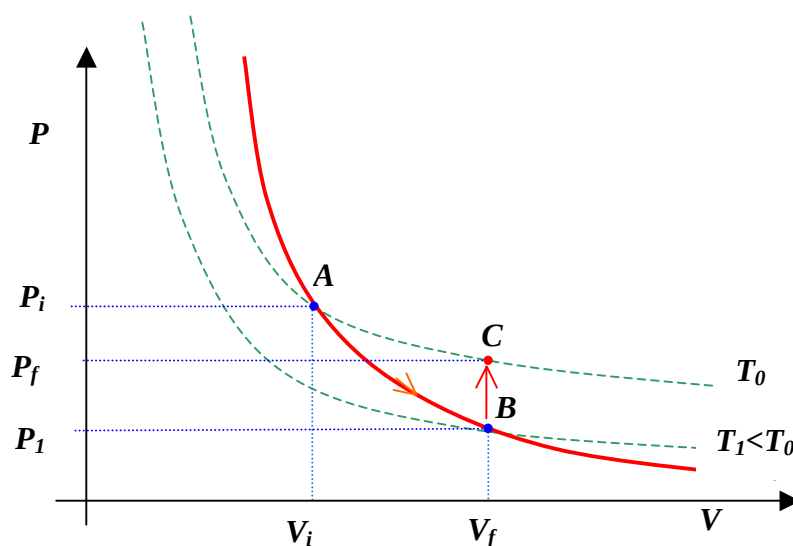


Figura 3: Diagrama PV del proceso (ABC) realizado por el gas de la jeringa.

Durante el proceso adiabático de A a B tenemos:

$$P_i \cdot V_i^\gamma = P_1 \cdot V_f^\gamma \quad (5)$$

En el siguiente proceso, el gas se enfría isocóricamente de B a C , como la temperatura en C y A es la misma, tenemos:

$$P_i \cdot V_i = P_f \cdot V_f \quad (6)$$

De las ecuaciones (5) y (6) , eliminando los volúmenes tenemos:

$$\frac{P_i}{P_1} = \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^\gamma. \quad (7)$$

Por lo tanto:

$$\gamma = \frac{\ln(P_i/P_1)}{\ln(P_i/P_f)}. \quad (8)$$

Esta expresión nos permite calcular γ midiendo las tres presiones P_i , P_I y P_f .

- ✓ Realice por lo menos 5 determinaciones de γ para el aire, obtenga el mejor valor y realice una estimación de la incertidumbre de la medición.
- ✓ Compare sus resultados experimentales con los valores de tabla.

Referencias

[1] Zemansky M., *Calor y termodinámica*, Bilbao, Ed. Aguilar, 1964, p. 136–138.

Medición del cociente entre los calores específicos de un gas: Experimento de Rüchardt

Introducción

En un gas se distinguen el calor específico a presión constante c_P y el calor específico a volumen constante c_V , definidos como:^[1]

$$c_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P \quad c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (1)$$

donde U es la energía interna del gas. El cociente entre los calores específicos de un gas se denomina usualmente γ :

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} . \quad (2)$$

El calor específico c_P siempre es mayor que c_V . Para gases ideales, la diferencia entre ambos es la constante universal de los gases R :

$$c_P - c_V = R. \quad (3)$$

Para gases ideales, el parámetro termodinámico γ caracteriza la curva presión–volumen (P – V) en un proceso adiabático a través de la ecuación de Poisson:

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad (4)$$

La teoría cinética de los gases ideales predice que el valor de γ es $\gamma = 1 + 2/\nu$, donde ν es el número de grados de libertad de las partículas que constituyen el gas en consideración.^[2] Para un gas monoatómico, cuya molécula tiene solamente tres grados de libertad traslacionales, $\nu = 3$ y se predice $\gamma = 5/3 = 1,66$. Para un gas diatómico, $\nu = 5$ ya que las moléculas diatómicas tienen tres grados de libertad traslacionales y dos rotacionales, por lo que resulta $\gamma = 7/5 = 1,4$.

En 1929 Rüchardt propuso un ingenioso método para determinar el cociente entre los calores específicos de un gas.^[1] Hoy en día podemos llevar a cabo versiones modernizadas del experimento,^[3-5] y aquí proponemos una realización utilizando materiales y sensores disponibles en el laboratorio de enseñanza universitario, complementados con un sistema de adquisición de datos con computadora. Este experimento nos permitirá integrar conceptos de mecánica estudiados previamente (oscilaciones libres y amortiguadas) con conceptos de termodinámica (calor específico, procesos termodinámicos) mediante un experimento simple y a la vez vistoso.

Experimento de Rüchardt

El experimento de Rüchardt^[1,3-5] tiene como objetivo la determinación del parámetro γ . En el diseño original de Rüchardt, una bola de metal se inserta en un tubo de vidrio vertical conectado con un recipiente de mayor volumen (figura 1). La observación muestra que cuando esta bola se deja caer por el tubo, realiza una serie de oscilaciones antes de alcanzar su posición de equilibrio.

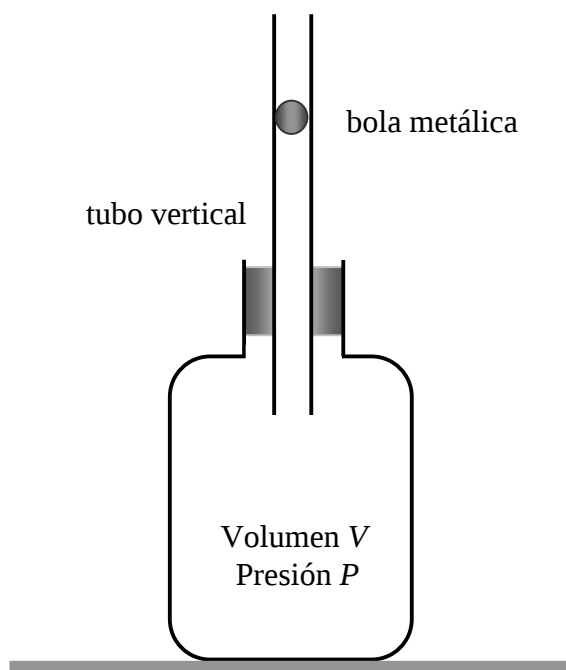


Figura 1: Experimento de Rüchardt

Suponiendo que no existe fricción ni pérdida de gas entre la esfera y el tubo (no es difícil intuir que esto no es cierto en la práctica), se puede considerar que el gas interactúa con el medio exterior sólo a través de la esfera, que actúa como un pistón. Si este pistón, de masa m , es insertado en el tubo a presión atmosférica P_0 , la condición de equilibrio se consigue en el campo gravitacional por una presión P apenas mayor que P_0 :

$$P = P_0 + mg / A \quad (5)$$

donde A es el área de la sección transversal del tubo y g es la aceleración de la gravedad.

Tomando como eje de referencia x a la vertical (figura 2), la fuerza total sobre el pistón está dada por $F = (P - P_0)A - mg = 0$. Desplazando el pistón una distancia x de su posición de equilibrio, se provoca un cambio de volumen en el sistema:

$$\Delta V = xA \quad (6)$$

y, por lo tanto, la fuerza que actúa sobre el pistón es ahora:

$$F = A \cdot \Delta P \quad (7)$$

Si consideramos solamente cambios pequeños tanto en la presión como en el volumen, se puede suponer que el proceso es reversible, y que un cambio infinitesimal en la presión, dP , se relaciona con un cambio infinitesimal en el volumen, dV , a través de la forma diferencial de la ecuación de Poisson:

$$dP = -(\gamma P / V) dV \quad (8)$$

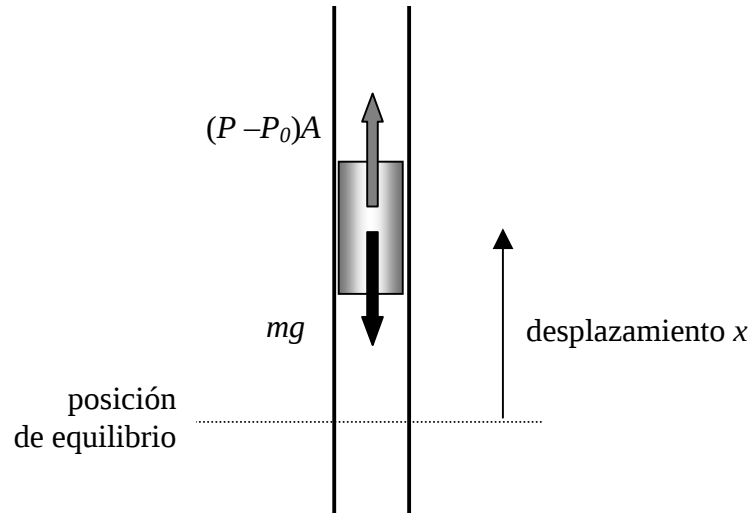


Figura 2: Diagrama de fuerzas sobre el pistón en el tubo.

La fuerza F que actúa sobre el pistón, cuando el desplazamiento x del mismo produce un cambio dP en la presión del gas, puede escribirse de la siguiente forma:

$$F = AdP = -A(\gamma P / V) dV = -A^2(\gamma P / V)x \quad (9)$$

De la ecuación (9) se ve que la fuerza es cuasielástica (es decir, tiene la forma $F = -kx$, donde la “constante elástica” en este caso es $k = \gamma A^2 P / V$). El parámetro k no es estrictamente una constante porque depende del cociente P / V , pero se puede aproximar a una constante si los cambios relativos dP y dV son pequeños. La oscilación libre del pistón en el tubo debe ser por lo tanto aproximadamente armónica, por lo cual obedece a la siguiente ecuación diferencial partiendo de $a = F / m$:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\gamma P A^2}{mV} x = -\omega^2 x \quad (10)$$

donde la frecuencia angular o frecuencia natural de oscilación $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ es:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\gamma P A^2}{mV}} \quad (11)$$

T es el período de oscilación del pistón.

El coeficiente γ puede expresarse en función de cantidades medibles del experimento:

$$\gamma = \frac{mV}{A^2 P} \cdot \omega_0^2 = \frac{4\pi^2 mV}{A^2 P T^2} \quad (12)$$

Proyecto 3.- Determinación de γ para gases ideales

Equipamiento recomendado: Sensor de presión conectado a un sistema de adquisición de datos. Una jeringa de vidrio de 20 a 40 ml y poco roce entre sus partes.

Una realización posible del experimento del experimento de Rüchardt consiste en usar una jeringa^[4] de vidrio, en lo posible con un émbolo que se deslice con el menor roce posible. Una jeringa de vidrio unos 15 a 30 ml es adecuada para este experimento. Se conecta la misma al sensor de presión como se indica esquemáticamente en la Fig. 4.

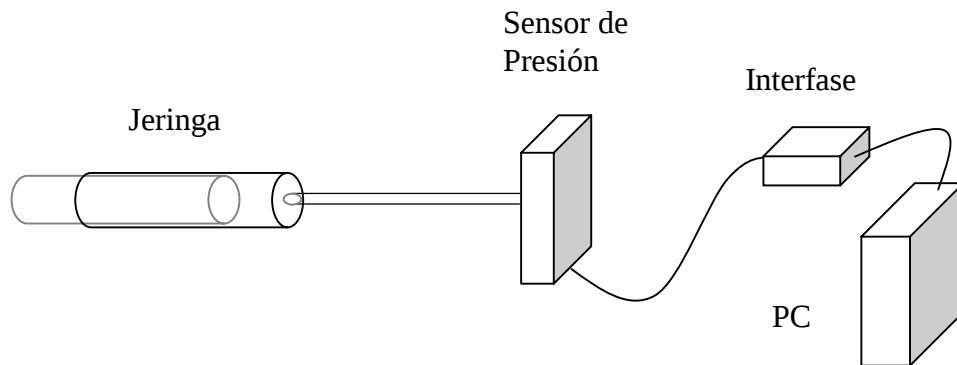


Figura 4: Otra realización del experimento de Rüchardt, usando una jeringa de vidrio y un sensor de presión conectado a un sistema de adquisición de datos con computadora. La orientación de la jeringa puede ser vertical u horizontal.

En este experimento podemos usar aire (que consideramos diatómico, por ser una mezcla de $\approx 80\%$ nitrógeno y $\approx 20\%$ oxígeno, ambos gases diatómicos), argón o helio (gases monoatómicos) y butano (el gas que tenemos dentro de un encendedor) que es poliatómico.

Con un dispositivo típico ($V \approx 30$ ml, $m \approx 5$ g, $D \approx 5$ mm) logramos oscilaciones de período $T \approx 0.1$ s, lo que corresponde a aproximadamente 10 oscilaciones por segundo, que son lo suficientemente rápidas como para mantenernos dentro de las condiciones de “adiabaticidad” que impusimos para el desarrollo que lleva a la ecuación (12). Con estas

oscilaciones de “alta frecuencia” logramos reemplazar mediante un *proceso rápido* al *proceso (ideal) adiabático*.

Experimento

- Analice la ecuación (12) y establezca cuáles son las variables que deban determinarse con la menor incertidumbre relativa. Elija, entonces, el instrumental necesario para realizar este experimento.
- Usando preferentemente una balanza de precisión, mida la masa m del pistón.
- Determine el diámetro interno del embolo de la jeringa de vidrio y calcule el área A de la sección transversal. Dado que el pistón calza muy bien en el tubo, puede medir el diámetro D del pistón y con este dato calcular el área $A = \pi D^2 / 4$.
- Determine el volumen V que ocupa el gas. Tenga en cuenta que V es el volumen del tubo desde la posición de equilibrio del pistón hasta su extremo inferior, más el *volumen de la manguera que lo conecta al sensor*. Si usa la jeringa de vidrio, comprima el embolo, inicie la adquisición de datos. Inmediatamente después deje en libertad el embolo para que oscile horizontalmente. Cuando llegue a su posición de reposo, mida el volumen del gas en la jeringa.
- Una técnica útil para conocer el volumen de la manguera y el recinto del sensor de presión,^[6] consiste en conectar la jeringa con el pistón insertado totalmente, o sea con volumen cero al sensor de presión. Luego se expande suavemente el pistón, hasta que la presión disminuya a la mitad de su valor inicial. El volumen medido en la jeringa en estas condiciones, es el volumen de la manguera más el del recinto de sensor. Justifique y comente este procedimiento.^[6]
- En el caso de la jeringa, es conveniente que la misma esté horizontal.
- Mida con el sensor la variación de presión del gas cuando el pistón oscila. Optimice la medición de la presión eligiendo con el sistema de adquisición una frecuencia de lectura de unos 130 Hz. Es conveniente que por período de oscilación haya al menos 10 puntos de medición. Esto le asegurará obtener curvas $P(t)$ bien definidas en el lapso que duren las oscilaciones.
- Analice el tipo de oscilación que observa. En general la oscilación de la presión del gas está amortiguada. En este caso se puede hacer un ajuste de los datos de la presión en función del tiempo con una ecuación que tenga en cuenta el amortiguamiento, y una manera de hacer esto es suponer *a priori* un decaimiento exponencial:

$$P(t) = P_1 + P_2 e^{-bt} \cos(\omega t + \phi) \quad (13)$$

En la ecuación (13) P_1 es la presión de equilibrio, P_2 la amplitud de oscilación, b la constante del amortiguamiento, ω es la frecuencia angular de oscilación y ϕ la fase. La frecuencia natural de oscilación será:

$$\omega_0^2 = \omega^2 + b^2 \quad (14)$$

- Del ajuste de la ecuación (13) a sus datos experimentales, determine ω y la constante de amortiguación b . A partir de estos datos, y usando ec. (14) obtenga ω_0 y el período de oscilación $T(=2\pi/\omega_0)$.

- Si utiliza una jeringa para realizar el experimento, realice las mediciones con la jeringa en posición vertical y horizontal. ¿Se observa alguna variación en el valor de γ ? Compare y discuta sus resultados.
- Justifique teóricamente las expresiones (13) y (14).
Obtenga el valor de γ de cada gas que use. Por propagación de la ecuación (12) determine la incertidumbre de cada valor de γ . Compare sus resultados con datos de la bibliografía y con las predicciones de la teoría cinética.

Referencias

- [1] Zemansky M., *Calor y termodinámica*, Bilbao, Ed. Aguilar, 1964, p. 136–138.
- [2] Sears F., Zemansky M., Fredman y Young, *Física universitaria*, vol. 1, 9ª edición, México, 1999.
- [3] Severn G.D. and Steffenson T., “A simple extension of Rüchardt’s method for measuring the ratio of specific heats of air using microcomputer-based laboratory sensors”, *Am. J. Phys.* **69**, 2001, p. 387–388.
- [4] Hunt J.L., “Accurate experiment for measuring the ratio of specific heats of gases using an accelerometer”, *Am. J. Phys.* **53**, 1985, p. 696–697.
- [5] Smith D.G., “Simple c_p / c_v resonance apparatus suitable for the physics teaching laboratory”, *Am. J. Phys.* **47**, 1979, p. 593–596.
- [6] David P. Jacksona and Priscilla W. Laws “Syringe thermodynamics: The many uses of a glass syringe,” *Am. J. Phys.* **74** (2), 2006, p. 94–101.