

Actividad IV.38 – Resonadores de Helmholtz

Cavidades resonantes acústicas

Objetivo

Estudio experimental de ondas sonoras en cavidades resonantes. Análisis del fenómeno de resonancias en diversos sistemas y determinación de las frecuencias características. Medición de la velocidad del sonido. Estudio de ondas estacionarias.

Introducción

Es bien conocido el hecho de que al soplar por el borde de una botella es posible lograr que la misma vibre emitiendo un sonido característico. Esta es una propiedad general de todos los sistemas cerrados, los cuales tienen frecuencias de vibración bien definidas. A diferencia del caso de un tubo, donde es relativamente fácil determinar las frecuencias normales de oscilación, en el caso de una botella en general no es simple determinar las frecuencias de vibración. Para el caso de osciladores que tengan las características de una botella, es decir, que consistan de un volumen grande (el cuerpo de la botella) y un cuello pequeño, es posible calcular la frecuencia fundamental de oscilación usando un procedimiento muy ingenioso ideado por Helmholtz. Este modelo consiste en suponer que la botella está compuesta de dos volúmenes, de manera similar a como se indica en la Fig. 38.1. Más precisamente, usaremos como modelo de una botella el sistema que se representa en la parte derecha de la Fig. 38.1. Llamamos V al volumen del cuerpo de la botella, cilindro mayor, que supondremos tiene una altura L y una sección transversal de área A . Similarmente, suponemos que el cuello de la botella, cilindro menor, tiene un volumen v , longitud l y sección de área a . Si agregamos agua a la botella, podemos variar en forma simple las dimensiones de la misma (su volumen mayor), al mismo tiempo que mantener constante la geometría del cuello. El modelo que usaremos para calcular la frecuencia fundamental de oscilación de este sistema consiste en asimilar este sistema a la oscilación de un sistema masa-resorte, en la que la masa que vibra es el volumen del cuello (v) y el volumen mayor de aire actúa como resorte. Este sistema tiene una frecuencia de oscilación dada por:

$$\omega_0^2 = (2\pi \cdot f_0)^2 = \frac{k}{m} \quad (38.1)$$

Aquí f_0 es la frecuencia fundamental, k la constante elástica y m la masa del volumen de aire del cuello de la botella. Una justificación más detallada de este modelo puede encontrarse en la bibliografía^[2-4]. En nuestro caso evaluaremos la validez del modelo por su grado de acuerdo con los resultados experimentales que obtengamos. Recordemos que el módulo de compresibilidad κ de un gas se define como:^[1]

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}. \quad (38.2)$$

La velocidad del sonido C puede expresarse en términos del módulo de compresibilidad κ y de la densidad ρ como:^[1]

$$C^2 = \frac{1}{\kappa \cdot \rho}. \quad (38.3)$$

Si el volumen v se desplaza una distancia Δx , el volumen de aire del volumen inferior (volumen mayor) V , variará en $\Delta V = a \cdot \Delta x$, y la fuerza F que actuará sobre el volumen de cuello será, usando (38.2):

$$F = -a \cdot \Delta p = -\left(\frac{a^2}{\kappa \cdot V}\right) \cdot \Delta x = -k \cdot \Delta x. \quad (38.4)$$

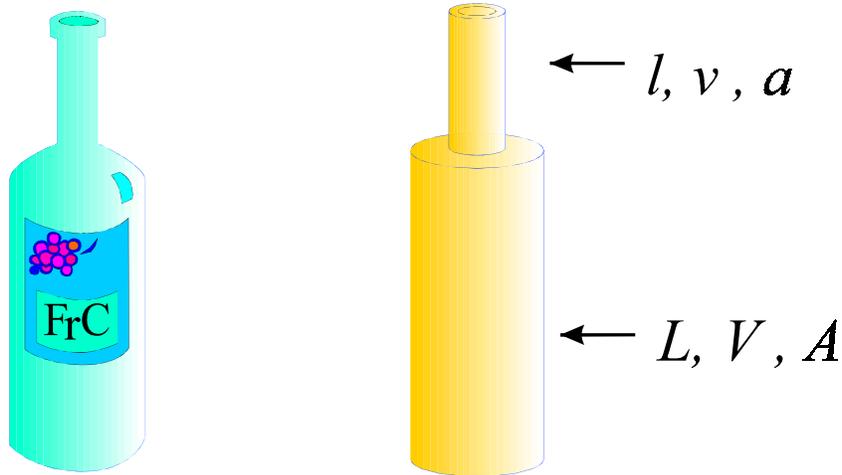


Figura 38.1 Modelo esquemático (derecha) de una botella real (izquierda). Suponemos que la botella contiene agua, de modo que el modelo se refiere a la región de la botella ocupada por aire. A , V y L representan el área de la sección transversal, el volumen y la altura del volumen mayor. a , v y l son los valores análogos para el cuello.

Por lo tanto, de la Ec. (38.1) tenemos:

$$\omega_0^2 = \frac{a^2 \cdot C^2}{v \cdot V} = \left(\frac{a}{A}\right) \cdot \left(\frac{C^2}{l \cdot L}\right). \quad (38.5)$$

Esta última expresión también puede escribirse en términos de la altura L' , medida desde el borde del cuello como indica la Fig. 38.1 como:

$$L' = L + l = \left(\frac{a \cdot C^2}{4\pi^2 \cdot l \cdot A}\right) \cdot \left(\frac{1}{f_0^2}\right) + l. \quad (38.6)$$

Por lo tanto, para poner a prueba experimental este modelo, lo que podemos hacer es variar el volumen de aire en la botella agregando agua a la misma. Para cada configuración de la botella medimos la altura L' y la frecuencia fundamental f_0 de oscilación. Si realizamos un gráfico de L' en función de $(1/f_0^2)$, si el modelo es adecuado, los datos experimentales deberían estar alineados en una recta. Además, la

pendiente de dicha recta esta relacionada con la geometría de la botella y la velocidad de sonido.

Proyecto 1.- Resonancias en una botella. Resonadores de Helmholtz

Equipamiento recomendado: Una botella de vidrio. Un parlante pequeño o audífono conectado a un generador de funciones y un micrófono. Un generador de funciones. Un osciloscopio de dos canales o bien un sistema de adquisición de datos conectado a una PC.

Para una botella de gaseosa, cerveza o whisky estudie los modos de resonancia. Una botella de volumen entre 350 cm^3 y 1000 cm^3 puede ser adecuada. Para estudiar las frecuencias fundamentales de oscilación de aire de la botella use el dispositivo ilustrado esquemáticamente en la Fig. 38.2.

Para determinar las frecuencias de resonancias fundamentales puede proceder de modo análogo a como se describe en la Actividad 37. Para ello, con el emisor y el receptor ubicados cerca de la boca de la botella (Fig. 38.2), realice un barrido en frecuencia y trate de ubicar las frecuencias de resonancia, controlando la frecuencia con el generador de funciones que alimenta el emisor. Cuide que la amplitud del generador de funciones sea constante, lo que puede controlarse si se monitorea la amplitud de la señal de entrada al emisor usando el segundo canal del osciloscopio o sistema de adquisición. Las resonancias se manifiestan por un pronunciado aumento de la amplitud de la señal de salida del receptor. Por lo regular las frecuencias de resonancia son inferiores a los 2 Khz. y, en general, en resonancia puede escucharse claramente el aumento de la intensidad del sonido.

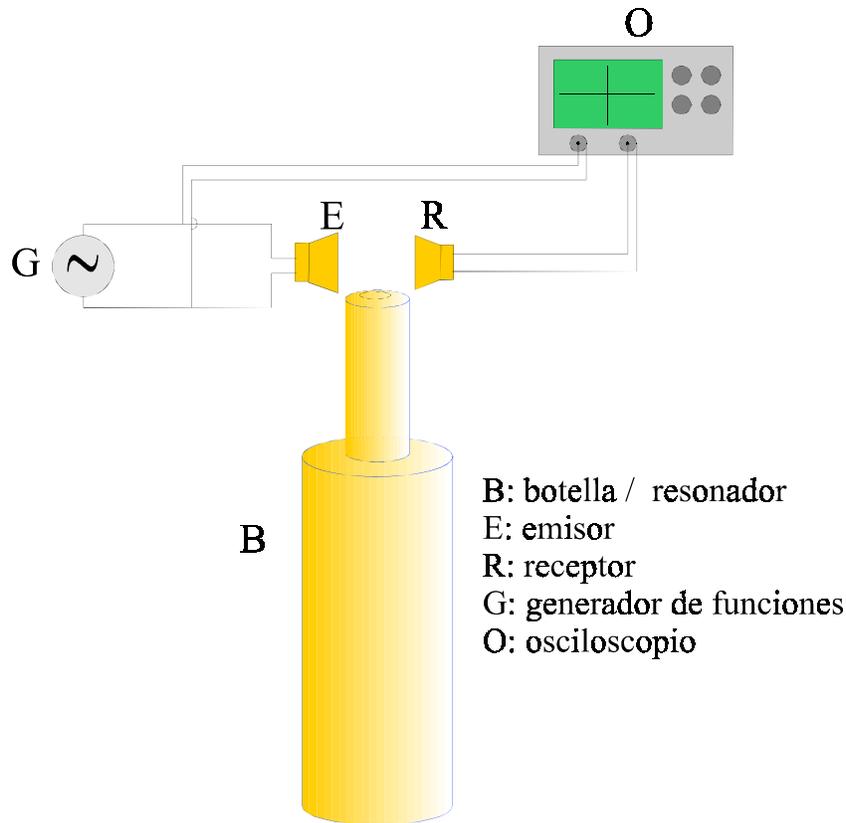


Figura 38.2 Dispositivo experimental para estudiar los modos de resonancias de una botella o un resonador de Helmholtz.

- A medida que va cargando la botella con agua, mida el valor de la altura L' y la frecuencia de resonancia más baja (frecuencia fundamental f_0). Realice un gráfico de L' en función de $1/f_0^2$. ¿Qué relación encuentra?
- Para determinar los valores de la geometría de la botella, puede medirlas directamente, aunque un método más adecuado es el siguiente. Comenzando con la botella vacía, se van agregando repetidamente volúmenes constantes de agua, ΔV_0 , y se va midiendo simultáneamente el valor de la altura L' . Luego se grafica el volumen acumulado de agua $V' = n \cdot \Delta V_0$ como función de L' . Para una botella de geometría estándar (geometría simple), se observará que esta

representación gráfica puede ser bien caracterizada por dos rectas de pendientes diferentes. Cada una de esas pendientes son directamente a y A : área del cuello y área del volumen inferior. El valor de L' donde estas dos rectas se cortan nos da una buena estimación de L y L .

- A partir del gráfico de L' en función de $1/f_0^2$, estime el valor de la velocidad del sonido y su incertidumbre. Compare el valor obtenido para C con los valores de velocidad del sonido obtenido de tablas, para las mismas condiciones de temperaturas que las usadas en el experimento.

Proyecto 2.- Resonadores de Helmholtz II

Equipamiento recomendado: Una modelo de botella formado por dos cilindros de distintos diámetros. Un parlante pequeño o audífono conectado a un generador de funciones y un micrófono. Un generador de funciones y un osciloscopio de dos canales o bien un sistema de adquisición de datos conectados a una PC.

Una forma de realizar un ensayo más detallado del modelo anterior consiste en fabricar un modelo de botella usando dos tubos de plástico, PVC o acrílico, con una tapa inferior (ver Fig. 38.1, derecha). Además es conveniente disponer de un sistema que tenga distintos largos de cuellos para controlar el efecto de la variación de este parámetro. Un modo alterativo de realizar este experimento es disponiendo de varias botellas de vidrio de cuello largo y homogéneo, a las que se les va cortando el cuello a distintas longitudes. En este caso debe tenerse mucho cuidado y experiencia para cortar el vidrio. Lo más aconsejable es que esta operación la realice un especialista en un taller de vidrio.

- Para cada largo del cuello, mida la frecuencia de resonancia más baja f_0 . Realice un gráfico de L' en función de $1/f_0^2$.
- Para cada largo de cuello, realice un gráfico similar al anterior y discuta sus resultados.
- Discuta la validez del modelo propuesto.

Bibliografía

1. M. Alonso y E. J. Finn, *Física vol.II, Campos y ondas* (Fondo Educativo Interamericano; ed. inglesa, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967).
2. P.M. Morse, *Vibration and sound*, 2nd ed. (Mc Graw Hill, New York, 1948).
3. G. Smith and P.D. Loly, "The great bear bottle experiment," *Am. J. Phys.* **47**, 515 (1979).
4. M.P. Silverman and E.R. Worrthy, "Musical mastery of a Coke bottle: physical modeling by analogy," *Phys. Teach.* **36**, 70 (1998).