

Actividad VI.63 – Propiedades irreversibles de superconductores

Objetivo

Estudio de las propiedades irreversibles de un superconductor. Estudio de la magnetización en función de la temperatura, el campo magnético y el tiempo. Determinación de la línea de irreversibilidad magnética. Cuantificación de la relajación magnética. Obtención del ciclo de histéresis magnético.

Introducción

Un superconductor colocado en un campo magnético bajo crea corrientes eléctricas que circulan sin disipación y que están confinadas cerca de la superficie del material; estas corrientes generan un campo magnético interno que se opone y cancela en el interior del material al campo aplicado externamente. Es decir, un cuerpo superconductor puede excluir un campo magnético externo de modo de producir $B = 0$ en su interior (diamagnetismo perfecto). Este comportamiento se conoce como efecto Meissner.^[1-3]

Los superconductores Tipo I presentan efecto Meissner hasta un campo crítico termodinámico H_c al cual la superconductividad se destruye y el campo penetra totalmente en el volumen del material. Para valores superiores a este campo crítico, el material está en el estado normal. Los elementos puros superconductores, como por ejemplo Pb, Sn y Ag, pertenecen a esta categoría.^[1,2]

En los superconductores Tipo II, en cambio, el efecto Meissner solo se observa para campos magnéticos por debajo de un campo crítico inferior H_{c1} ; la superconductividad se destruye si el campo supera un campo crítico superior H_{c2} ($H_{c2} > H_{c1}$). Para campos entre estos dos campos críticos, el material no es perfectamente diamagnético. En esta situación, el campo penetra en el superconductor en la forma de líneas de flujo magnético. Cada línea de flujo tiene asociado un cuanto de flujo, $\phi_0 = h/2e = 2.07 \cdot 10^{-15}$ Wb, que se mantiene confinado por la circulación de vórtices de corrientes superconductoras que rodean a un

núcleo o corazón normal. Cuando estas líneas de flujo (o vórtices) están presentes se dice que el material superconductor se encuentra en el estado mixto. A esta familia de superconductores Tipo II pertenecen los elementos con impurezas, las aleaciones (por ejemplo, NbTi₃ con el que se fabrican alambres superconductores que se usan en bobinados para generar altos campos magnéticos) y los superconductores de alta temperatura crítica (YBa₂Cu₃O_{7-x} y Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x} entre otros).^[1,2]

Imaginemos que tenemos uno de estos superconductores de Tipo II en una forma perfecta, es decir, supongamos que es perfecto en el sentido que tiene una estructura cristalina perfectamente ordenada y que está libre de cualquier tipo de defectos. En este superconductor ideal las líneas de flujo magnético formarán también una red perfecta. Cuando apliquemos una corriente eléctrica a este material ideal en una dirección que no es paralelo a las líneas de flujo, éstas inmediatamente empezarán a moverse bajo la acción de la fuerza de Lorentz actuante. Este movimiento de flujo llevará a que aparezca un voltaje en la dirección de la corriente y, por tanto, se desarrollará una resistencia finita y habrá disipación de energía. Esto no es lo que pasa usualmente en un superconductor real, donde la red cristalina tiene imperfecciones. Son estas imperfecciones las que interactúan con las líneas de flujo, impidiendo así su movimiento. La razón para que esto suceda es que, en los lugares donde el material tiene defectos es donde mejor se acomoda la zona central normal asociada a cada línea de flujo. En las zonas defectuosas la superconductividad ya está deprimida y, por tanto, es más favorable que allí se instale la región normal. Los defectos efectivos para “anclar” las líneas de flujo son de diversas clases: vacantes, impurezas, dislocaciones, fallas de apilamiento de la red, agregados de fases no superconductoras sobre la matriz superconductora, defectos creados por irradiación con iones de alta energía, etc. En presencia de defectos, cuando circula una corriente, la fuerza de Lorentz F_L actuante está contrarrestada por la fuerza de interacción vórtice–defecto, llamada fuerza de anclaje, F_p . La fuerza de Lorentz por unidad de volumen está dada por^[1]

$$F_L = j \times B,$$

donde B es el campo magnético y j es la densidad de corriente. La máxima densidad de corriente que puede aplicarse al material sin que se produzca disipación corresponde a la condición $F_L = F_p$, de donde se deduce que la densidad de corriente crítica del material es $j_c = F_p/B$. Esta densidad de corriente crítica j_c es una medida de la intensidad de la fijación de las líneas de flujo a los defectos del material y es el parámetro tecnológicamente importante para las aplicaciones de un superconductor.

Cuando se aplica un campo magnético, los vórtices que ingresan al material superconductor no se distribuyen homogéneamente debido a que, como vimos, existe una fuerza crítica para moverlos ($j_c B$). Esto resulta en una distribución de vórtices fuera del equilibrio, lo que es equivalente a tener un gradiente de campo magnético, el cual, por la ley de Ampere ($\nabla \times B = \mu_0 j$), lleva a que aparezca en el material una densidad de corriente j . La consecuencia más significativa de la presencia de defectos en el material (que constituyen centros de anclaje para los vórtices) es que la magnetización –asociada con esta j – depende de la historia magnética de la muestra. Esto lleva a que se observe un fenómeno de histéresis magnética, que está asociado a un comportamiento irreversible cuando la muestra se cicla en un campo magnético.

También es importante considerar el efecto de la temperatura. Cuanto más alta es la temperatura, menos efectiva es la influencia de los defectos sobre las líneas de flujo. Esto puede verse de manera sencilla si se considera que los defectos crean pozos de potencial efectivos donde “atrapan” (anclan) a los vórtices, y que la profundidad de estos pozos de potencial es función decreciente de la temperatura. Por ejemplo, una característica notable de los superconductores de alta temperatura crítica es que la influencia de los defectos sobre los vórtices es insignificante por arriba de una temperatura de irreversibilidad que depende del campo aplicado, $T_{irr}(H)$. Es decir, solo por debajo de T_{irr} la magnetización es irreversible, observándose un comportamiento reversible a $T > T_{irr}(H)$.

Otra consecuencia del estado de no-equilibrio de la distribución de vórtices en una muestra es la relajación espontánea de la distribución de flujo hacia un estado de equilibrio. Una manera para que esta relajación se lleve a cabo es a través de un proceso de activación

térmica, por el cual los vórtices escapan de los pozos de potencial. Este movimiento de vórtices reacomoda la distribución interna de campos en la muestra, lo que se manifiesta globalmente como un cambio en el momento magnético de la muestra.

De la discusión precedente surge que, para estudiar el comportamiento magnético de un superconductor y caracterizar a través de él la interacción vórtice–defecto de la que dependen sus propiedades irreversibles, la magnitud relevante a medir es la magnetización de la muestra. En esta actividad explotaremos la posibilidad de determinar la magnetización de un superconductor midiendo la fuerza de interacción entre una muestra superconductora con un imán permanente (a la vez fuente del campo magnético que se aplica). De las mediciones de fuerza obtendremos las características más salientes del comportamiento magnético del superconductor.

Principio de la medición

En general, la fuerza F de interacción entre una distribución de corrientes j y un campo magnético H está dada por:^[4]

$$F = \mu_0 \int (j \times H) dV \quad (63.1)$$

Si las corrientes están en un volumen V donde el campo magnético es suficientemente uniforme, entonces podemos asociar a las corrientes una magnetización homogénea M . Por otra parte, si las corrientes están circulando en un plano perpendicular al campo magnético, la fuerza será paralela al campo. Si el campo está en la dirección z , $\mathbf{H} = H_z$, la fuerza estará dada por:

$$F_z = \mu_0 M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} V \quad (63.2)$$

La Ec.(62.2) indica que si medimos la fuerza de interacción entre una muestra magnética y el campo magnético (inhomogéneo) aplicado, podemos evaluar la magnetización M si conocemos el valor del gradiente del campo, $\partial H_z / \partial z \equiv H'_z(z)$. Vemos también que la medición de fuerza lleva en sí toda la información concerniente al comportamiento de la magnetización del material magnético en estudio. En el caso de un material superconductor esta magnetización es inducida por el campo magnético.

Dispositivo experimental

La Fig. 63.1 muestra un dispositivo adecuado para estos experimentos.^[5] Una balanza electrónica se usa para medir la fuerza de interacción entre una muestra superconductora y un imán permanente. El imán es la fuente de campo magnético inhomogéneo. Puede usarse un imán de tierras raras (Sm-Co o Nd-Fe-B) de 3 kG a 5 kG. Típicamente estos imanes son de forma cilíndrica, con un diámetro de 10 a 20 mm y una altura de entre 5 y 15 mm. El imán se coloca sobre un recipiente de plástico o un bloque de madera de unos 10 cm de altura, que debe fijarse sobre el plato de la balanza (puede usarse cinta engomada). De esta manera el imán queda alejado de las piezas de la balanza, evitando así el riesgo de estropearla en caso de que tenga componentes magnéticas.

La muestra superconductora se coloca en un vaso de poliuretano expandido (vaso de café) que pueda llenarse con no menos de 150 cm^3 de nitrógeno líquido ($T_{N_2} = 77 \text{ K}$) para enfriar la muestra por debajo de su temperatura crítica. Este volumen de líquido es suficiente para realizar un experimento continuo por cada llenado del vaso. Es conveniente que el fondo del vaso tenga poco espesor, de modo de poder acercar bastante la muestra a la cara superior del imán y aplicarle así el mayor campo magnético posible. Para este dispositivo criogénico simple, la muestra tiene que ser un superconductor de alta temperatura crítica con $T_c \approx 90 \text{ K}$. Una muestra de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ o $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ que tenga un volumen aproximado de 0.5 cm^3 o mayor es adecuada para todos estos experimentos.^[6]

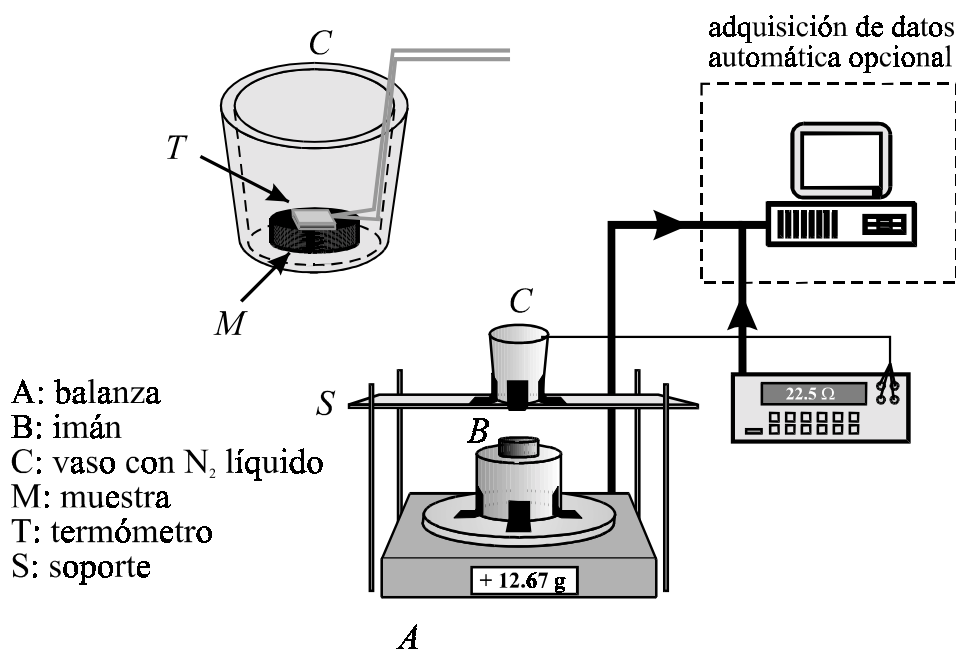


Figura 63.1 Esquema del dispositivo experimental para medir la fuerza de interacción entre una muestra superconductora y un imán permanente.

La muestra debe pegarse muy bien al fondo del vaso de poliuretano. Para esto, las alternativas son el uso de un barniz que no se quiebre a bajas temperaturas (por ejemplo, GE7031, de uso criogénico), o el pegado de la muestra con una cinta de papel engomado. Usualmente el barniz da mejores resultados. El papel suele despegarse después de varios ciclos térmicos y hay que renovarlo, lo que le quita continuidad a los experimentos. Las grasas siliconadas de uso en electrónica no son adecuadas para pegar la muestra, porque se endurecen cuando se las enfría, se vuelven muy rígidas y, por tanto, pierden adhesión. Asimismo, si el imán interactúa con la muestra con una fuerza grande, la muestra puede despegarse del vaso. También es conveniente que el vaso donde esté la muestra esté ubicado firmemente en un soporte de material no magnético. Si se elige un metal, el aluminio es, por ejemplo, adecuado. Un modo de ver si el material del soporte interactúa apreciablemente con el imán consiste en acercarlo al imán y medir la fuerza de la interacción con la balanza cuando la muestra está ausente. El soporte también tiene que ser rígido para poder soportar, sin flexionarse, la fuerza que el imán le ejerza a la muestra, de lo contrario la flexión cambiará la distancia de la muestra al imán. Para algunos experimentos es necesario que el vaso pueda colocarse a distintas alturas z arriba del imán. De esta manera, al cambiar la posición del vaso respecto del imán, la muestra quedará ubicada en

lugares donde haya un valor distinto de campo magnético. Para cuando se realice un barrido de campo magnético (para esto debe cambiarse la posición vertical de la muestra sobre el imán) es útil contar con un dispositivo mecánico que permita un desplazamiento continuo o de a pasos del soporte donde está el vaso con la muestra. Para esto, por ejemplo, puede usarse un sistema que tenga un tornillo sinfín u otro dispositivo mecánico adecuado.

Para las mediciones en función de la temperatura se debe contar con un termómetro en buen contacto térmico con la muestra. Puede usarse un Pt-100 o un diodo calibrado que se peguen a la muestra (ver Actividades III.29 y VI.62).

Los experimentos que pueden realizarse son:

- $F(T)$, medición de fuerza en función de la temperatura con distintos campos magnéticos, para la obtención de la temperatura de irreversibilidad $T_{irr}(H)$,
- $F(t)$, medición de fuerza en función del tiempo a campo y temperatura fijos, para la observación de la relajación magnética,
- $F(z)$, medición de fuerza en función de la distancia muestra-imán a temperatura constante, de donde se obtiene $F(H)$, y obtención del ciclo de histéresis $M(H)$ por inversión de la Ec. (63.2).

En todos los casos debe tararse la balanza antes de cada experimento. Por ejemplo, la tara puede hacerse antes de enfriar la muestra, es decir, cuando la muestra está en el estado normal y no interactúa magnéticamente con el imán; o bien cuando la muestra está en el estado superconductor pero bien alejada del imán. Los experimentos de fuerza pueden realizarse tomando manualmente las lecturas de la balanza. No obstante, los experimentos pueden automatizarse en caso de disponer de una balanza electrónica con conexión a una computadora, una opción que muchas balanzas modernas ya tienen incorporada.

Proyecto 1.- Caracterización del imán permanente

Equipamiento recomendado: Un imán de tierras raras (3 a 5 kG). Una balanza que aprecie 0.1 g o mejor. Una bobina plana de unas 20 espiras de aproximadamente 5 mm de diámetro. Una fuente de corriente de hasta 100 mA. Una sonda Hall o gaussímetro.

Para todos estos experimentos es importante conocer el campo magnético axial del imán en función de la distancia, $H_z(z)$, y el gradiente del campo, $H_z'(z)$. Para obtener $H_z(z)$ puede medirse el campo magnético con una sonda Hall o con un gaussímetro. También, si se conoce el valor del momento magnético del imán (Actividad III.35), la dependencia espacial $H_z(z)$ puede modelarse usando la Ec. (35.9). El gradiente del campo magnético puede obtenerse por derivación numérica de los datos experimentales o de la derivación de la función $H_z(z)$ representativa del imán.

Otra alternativa para obtener el gradiente del campo consiste en medir con la balanza la fuerza entre el imán y una bobina plana por la que circule corriente, en función de la distancia de separación z bobina-imán. Para una bobina de N vueltas que lleva una corriente I , el momento magnético es $M = N I A$, donde A es el área transversal de la bobina. Si la bobina tiene su área perpendicular al eje del imán en la dirección z , la fuerza de interacción vertical está dada por la Ec.(62.3), de donde el gradiente se obtiene como:

$$H_z'(z) = F(z) / (\mu_0 N I A) \quad (63.3)$$

Puede usarse una bobina de unas 20 espiras de 5 mm de diámetro aproximadamente, por la que se haga circular una corriente entre 10 y 100 mA. Para este experimento puede usarse el mismo dispositivo de la Fig. 63.1 colocando la bobina en lugar de la muestra.

- Caracterice el imán permanente que usará en los experimentos. Obtenga $H_z(z)$ y el gradiente $H_z'(z)$ usando el método que le resulte más adecuado o accesible.

Si usa una bobina para determinar el gradiente del campo, asegúrese que ésta esté siempre horizontal y centrada con el imán para que tenga validez la Ec.(63.3).

Proyecto 2.- Experimento $F(T)$ – Determinación de la línea de irreversibilidad

Equipamiento recomendado: Un imán de tierras raras (3 a 5 kG). Una muestra de un superconductor de alta temperatura crítica con $T_c \approx 90$ K. Una balanza que aprecie 0.1 g o mejor. Un termómetro que mida en el rango 77 K y 100 K. Nitrógeno líquido.

En este proyecto se propone medir la fuerza de interacción superconductor–imán en función de la temperatura, en distintas condiciones de la historia magnética de la muestra y para distintos campos aplicados. De estos experimentos se busca reconocer las regiones de comportamiento irreversible y reversible, y determinar la línea de irreversibilidad magnética $H(T_{irr})$.

Para un mismo valor del campo aplicado, los experimentos a realizar son:

- A) Experimento ZFC (por *zero field cooling*): Se enfría la muestra a campo magnético cero (muestra alejada del imán) y, una vez que está fría a la menor temperatura posible y en el estado superconductor, se le aplica el campo magnético. Con el dispositivo de la Fig. 63.1 esto se consigue acercando la muestra al imán y colocándola en una posición z arriba del imán). La fuerza se mide en función de la temperatura mientras la muestra se calienta lentamente.
- B) Experimento FC (por *field cooling*): La muestra se enfría en presencia del campo magnético. Para esto, la muestra cerca del imán en la misma posición z que se fijó anteriormente). Cuando la muestra se va calentando, se procede a medir la fuerza en función de la temperatura.

- Realice experimentos ZFC y FC para distintos valores del campo magnético aplicado. Recorra a la curva $H_z(z)$ obtenida en el Proyecto 1 para fijar una posición de la muestra y aplicar así el campo magnético que desee. Para medir en función de la temperatura, espere a que el nitrógeno líquido del vaso se evapore y el vaso y la muestra empiecen a calentarse naturalmente.
- Para cada campo aplicado, es decir, para cada posición z de la muestra sobre el imán, determine las regiones de comportamiento magnético irreversible y reversible de la muestra superconductora. Para ello represente en un mismo gráfico las fuerzas obtenidas en los dos experimentos y observe en qué rango de temperatura las curvas $F_{ZFC}(T)$ y $F_{FC}(T)$ son distintas y dónde se superponen. ¿Cuál fuerza es mayor en la región irreversible? Argumente sobre esta diferencia entre las fuerzas ZFC y FC analizando el comportamiento de la magnetización en cada caso.
- Para cada campo aplicado, defina la temperatura de irreversibilidad T_{irr} como la temperatura a partir de la cual las curvas de fuerza ZFC y FC son iguales, lo que es indicativo que el superconductor entró en la región de comportamiento magnético reversible. En lo posible, realice varios barridos de temperatura para un mismo campo aplicado, analice la dispersión de los valores T_{irr} y con esto defina la incertidumbre de esta determinación.
- Represente gráficamente el valor del campo aplicado H en función de T_{irr} , con lo que obtiene la línea de irreversibilidad del superconductor estudiado. Proponga para la línea de irreversibilidad la dependencia fenomenológica: ^[1-3]

$$H = H_0 \cdot \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^n \quad (63.4)$$

y trate de ajustar esta dependencia a sus datos. Si conoce la temperatura crítica T_c de la muestra (ver Actividad VI.62), fije ese parámetro y ajuste los dos restantes: H_0 y el exponente n . Compare el exponente con el valor $n \approx 3/2$ que usualmente se encuentra en superconductores de alta temperatura crítica a campos magnéticos bajos ($H < 10$ kOe).^[1-3] El valor H_0 depende, entre otros factores, del grado de desorden de la muestra.

Proyecto 3.- Experimento $F(t)$ – Relajación magnética

Equipamiento recomendado: Un imán de tierras raras (3 a 5 kG). Una muestra de un superconductor de alta temperatura crítica con $T_c \approx 90$ K. Una balanza que aprecie 0.1 g o mejor. Nitrógeno líquido. Un cronómetro.

Cuando se enfría una muestra superconductora en ausencia de campo magnético y luego se aplica el campo, el número de líneas de flujo, N , que ingresan en el material no es el número de líneas de equilibrio, N_{eq} , siendo $N < N_{eq}$. Esto es debido al fenómeno de anclaje de los vórtices a los defectos y tiene como consecuencia que la magnetización de la muestra tampoco tenga su valor de equilibrio, valor al que tenderá con el transcurso del tiempo.^[1,4] Para observar este fenómeno se propone medir la fuerza de interacción superconductor–imán en función del tiempo cuando la muestra está a una temperatura constante y en un dado campo magnético.

- Manteniendo la muestra sumergida en nitrógeno líquido mida la fuerza de interacción superconductor–imán en función del tiempo. Para ello realice un procedimiento ZFC (definido en el Proyecto 2) y mida la lectura de la balanza a partir del momento en que ubica la muestra a una altura z fija. Mida por lo menos durante tres minutos, tomando datos a intervalos de no menos de 5 segundos, sobre todo al comienzo del experimento.

- ✓ ¿Puede decir si observa un cambio en la magnetización de la muestra a medida que transcurre el tiempo? En las condiciones en que realizó el experimento, ¿la magnetización aumenta o disminuye con el transcurso del tiempo? ¿Qué significa esto en términos del número de vórtices en la muestra?
 - ✓ Repita el experimento para otros campos magnéticos (distintas alturas z) y analice si la relajación de la magnetización depende del valor del campo magnético.
- Para un proceso de relajación magnética del superconductor, favorecido por la activación térmica, puede demostrarse que la magnetización de la muestra cambia logarítmicamente según: ^[1]

$$M(t; T, H) = M_0 [1 - \beta \ln(t/t_0)] \quad (63.5)$$

M_0 es la magnetización de la muestra a tiempo muy corto y comparables a t_0 que es un tiempo característico. El parámetro β depende del campo y de la temperatura

$$\beta(T, H) = k T / U(T, H) \quad (63.6)$$

donde k es la constante de Boltzmann y $U(T, H)$ es la energía de anclaje dependiente de campo y temperatura, que debe superarse por activación térmica. Según la Ec.(63.2) deberíamos esperar que la fuerza relaje con la misma variación logarítmica:

$$F = F_0 [1 - \beta \ln(t/t_0)] \quad (63.7)$$

- ✓ Represente gráficamente la fuerza en función del tiempo, con el eje de tiempo en escala semilogarítmica. Discuta si puede considerar al modelo de la Ec. (63.5) como válido para caracterizar la relajación

magnética de su muestra en las condiciones en que realizó el experimento. Para ello, para cada campo aplicado determine el valor de t_0 que mejor linealice la representación semilogarítmica (63.5). Obtenga también $\beta(H)$ y compare la dependencia que encuentre con la dependencia dada por la Ec. (63.6). Una discusión detallada de la relajación magnética en superconductores de alta temperatura crítica puede verse en la Ref.[7].

Proyecto 4.- Experimento $F(z)$ [o $F(H)$] – Ciclo de histéresis

Equipamiento recomendado: Un imán de tierras raras (3 a 5 kG). Una muestra de un superconductor de alta temperatura crítica con $T_c \approx 90$ K. Una balanza que aprecie 0.1 g o mejor. Nitrógeno líquido.

Enfríe la muestra a 77 K a campo nulo (experimento ZFC, muestra lejos del imán). Mida la fuerza superconductor–imán mientras aproxima la muestra al imán, desplazándola en pasos de no menos de 1 mm, con lo cual irá aumentando el campo aplicado sobre la muestra. Obtenga la curva $F(z)$ entre la mayor y menor distancias de separación que pueda. Al aproximar la muestra, cuide de no poner en contacto el fondo del vaso donde está la muestra con el imán para no obtener lecturas espurias. Luego, aleje la muestra del imán mientras sigue midiendo $F(z)$ (a campo magnético decreciente), hasta retirar la muestra del campo del imán (retorno a campo nulo).

- Represente gráficamente $F(z)$ para todo el recorrido de la muestra. Analice el signo de la fuerza medida en los distintos tramos. Observe en qué tramo la fuerza es de atracción, y en cuál es de repulsión. Trate de explicar este comportamiento en términos del comportamiento de la magnetización de la muestra superconductora cuando se le aplica o retira el campo magnético.
- Usando las curvas de calibración del imán, $H_z(z)$ y $H_z'(z)$, invierta la Ec. (63.2) y determine $M(H)$. Para esto es útil que use una planilla de cálculo. Represente

gráficamente el ciclo de histéresis obtenido $M(H)$. Analice el ciclo de histéresis y trate de dar cuenta del comportamiento observado. Para un análisis detallado del ciclo de histéresis puede consultar las Refs. [1], [4] y [8].

Bibliografía

1. M. Thinkam, *Introduction to superconductivity* (McGraw Hill, New York, 1996).
2. C.P. Poole, Jr., H.A. Farach and R.J. Creswick, *Superconductivity* (Academic Press, San Diego, 1995).
3. G. Burns, *High-Temperature Superconductivity, an Introduction* (Academic Press, San Diego, 1992).
4. J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, 2nd ed. (John Wiley & Sons Inc., New York, 1975).
5. S. O. Valenzuela, G. A. Jorge and E. Rodríguez, “Measuring the interaction force between a high temperature superconductor and a permanent magnet,” *Am. J. Phys.* **67**, 1001 (1999).
6. Entre las firmas proveedoras de muestras superconductoras están: Arbor Scientific: <http://www.arborsci.com/>, y Superconductive Components: <http://www.superconductivecomp.com/>. Una lista mas extensa de proveedores la encontrará en APS Buying Guide: <http://www.aps.org/pt/guide>.
7. Y. Yeshurun, A. P. Malozemoff and A. Shaulov, “Magnetic relaxation in high-temperature superconductors,” *Rev. Mod. Phys.* **68**, 911 (1996).
8. E. H. Brandt, “Rigid levitation of high-temperature superconductors by magnets,” *Am. J. Phys.* **58**, 43 (1990).