

La masa del electrón y la cinemática relativista a través de colisiones entre fotones y electrones

Carla Romano^{a)} y Cecilia López^{b)}
 Laboratorio 5 – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
 Universidad de Buenos Aires

Febrero de 2001

Las altas velocidades implicadas en las colisiones entre fotones y electrones que se suceden durante la detección de la radiación gama en la materia dan cabida al redescubrimiento de la cinemática relativista. A través del estudio de la dispersión de Compton es posible contrastar los modelos clásico y relativista y medir la masa en reposo del electrón. Se obtuvo para m_0c^2 un valor de (507 ± 13) KeV. Asimismo se desarrollan aquí los contenidos básicos sobre el proceso de medición de la radiación, imprescindibles para la óptima observación de los fenómenos implicados, y se vuelcan los resultados en diversas relaciones relativistas que ilustran el tema.

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo trata esencialmente de la interacción de la radiación gama (ver Fig. 1) con la materia y cómo la conservación del impulso y la energía durante estas interacciones lleva a contrastar los modelos clásico y relativista.

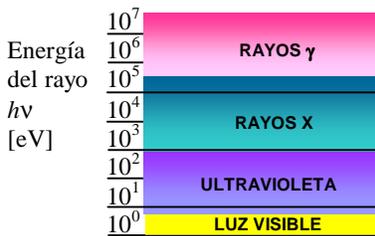


Fig. 1. Distintos tipos de radiación implicados en este trabajo.

Ubicando una fuente radioactiva frente a un detector, es posible obtener un espectro de energías que evidencia la respuesta del material del detector ante la radiación que recibe. En este caso, el detector consta de un cristal centellador¹ donde los fotones incidentes ceden total o parcialmente su energía a los electrones de los átomos que lo componen. Los mecanismos principales para este proceso son el efecto fotoeléctrico, la dispersión de Compton y la producción de pares.

Las fuentes emiten la mayor parte de su energía en frecuencias determinadas; seleccionándolas convenientemente puede cubrirse un rango de energías donde la dispersión de Compton es el efecto dominante y utilizarlo para medir la masa (en reposo) del electrón m_e y observar la dependencia relativista del momento p_e y la energía cinética T del electrón con su velocidad v_e .

La dispersión de Compton se produce cuando un fotón² colisiona contra un electrón libre (ver Fig. 2-b). La conservación del impulso demanda

$$p_\gamma = p_e \cos \phi + p_\gamma' \cos \theta$$

y

$$p_e \sin \phi = p_\gamma' \sin \theta$$

Reordenando términos, elevando al cuadrado ambas expresiones y sumándolas, se obtiene que

$$p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2 p_\gamma p_\gamma' \cos \theta = p_e^2 \quad (\text{Ec. 1})$$

La conservación de la energía requiere que $E_\gamma = T + E_\gamma'$; observando que para un fotón la energía es $E = hv = pc$, donde v y p son su frecuencia e impulso respectivamente, h es la constante de Planck y c la velocidad de la luz. Esto resulta en

$$p_\gamma c = T + p_\gamma' c \quad (\text{Ec. 2})$$

Suponiendo que el fotón es retrodispersado ($\theta = \pi$), la ec. 1 se convierte en $p_\gamma + p_\gamma' = p_e$, y reemplazando esto en la ec. 2, se obtiene

$$p_e c = 2 p_\gamma c - T = 2 E_\gamma - T \quad (\text{Ec. 3})$$

Es necesario ahora establecer la relación entre energía e impulso. Denominando m_{nr} a la masa no relativista del electrón, la relación clásica es

$$T = \frac{p_e^2}{2 m_{nr}} \quad (\text{Ec. 4})$$

mientras que la relación relativista está dada por

$$T = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (\text{Ec. 5})$$

Dentro del modelo clásico, de las ec. 3 y 4 resulta

$$m_{nr} c^2 = \frac{(2 E_\gamma - T)^2}{2 T} \quad (\text{Ec. 6})$$

En el marco relativista, las ecuaciones 3 y 5 dan

$$m_0 c^2 = \frac{2 E_\gamma (E_\gamma - T)}{T} \quad (\text{Ec. 7})$$

El objetivo en este punto del trabajo es medir E_γ y T en dispersiones de Compton donde $\theta = \pi$, para así contrastar las ec. 6 y 7. Para lograr esto, primeramente se discutirá en las secciones II y III la interacción de la radiación gama con la materia y su observación experimental, para luego presentar los datos obtenidos y avanzar hacia los resultados en la sección IV.

II. INTERACCIÓN DE LA RADIACIÓN GAMA CON LA MATERIA Y SU DETECCIÓN

Como ya fue mencionado, la detección de la radiación se basa aquí en la pérdida de energía por parte de los rayos incidentes al colisionar con los átomos de un cristal de NaI(Tl). Estos eventos se suceden hasta producir radiación en el espectro visible/ultravioleta (V/UV), la cual es captada por un fotocátodo³ y posteriormente contabilizada. Antes de avanzar en el mecanismo experimental, es pertinente volver sobre los tres fenómenos que dominan su física:

□ **Efecto fotoeléctrico** (predomina a bajas energías: rayos X y rayos γ con energías hasta varios cientos de KeV)

(Ver Fig. 2-a). El electrón absorbe toda la energía del fotón, y sale expulsado con una energía cinética $E_e = (E_\gamma - W_0)/q_e$, siendo q_e la carga del electrón y W_0 la energía necesaria para remover el electrón de su átomo (energía de ligadura). La vacancia creada por la eyección del electrón obliga a un reacomodo en la configuración, provocando la emisión de un fotón.

□ **Dispersión de Compton** (predomina a energías intermedias: rayos gama)

(Ver Fig. 2-b). El fotón es dispersado al colisionar con un electrón libre inicialmente en reposo. Esto puede pasar con electrones ligados al considerar que la energía de un rayo X o γ es mayor, por varios órdenes de magnitud, que la energía con la que el electrón está ligado a su núcleo (la cual es comparable con la energía de un rayo UV). El fotón dispersado tiene una energía $E_\gamma' = h\nu' < E_\gamma = h\nu$ y puede nuevamente producir una colisión tipo dispersión de Compton o bien tipo efecto fotoeléctrico. Por conservación, el electrón eyectado tiene una energía $E_e = E_\gamma - E_\gamma'$. Haciendo uso de la ec. 1 (conservación del momento) y de la ec. 5 (expresión relativista de la energía), se obtiene que

$$E_e = h\nu \left[\frac{\alpha (1 - \cos \theta)}{1 + \alpha (1 - \cos \theta)} \right] \quad (\text{Ec. 8})$$

siendo $\alpha = h\nu/m_0 c^2$. Claramente, la energía del electrón depende de θ , resultando máxima si $\theta = \pi$: para un dado valor de E_γ , existe una $E_{\max} = E_\gamma 2\alpha/(1+2\alpha)$.

□ **Producción de pares** (predomina a energías mayores a 5-10 MeV).

(Ver Fig. 2-c). Un rayo de energía mayor a 1.02 MeV (i.e., la energía de dos electrones en reposo) puede producir un par electrón-positrón al colisionar con el núcleo y desaparecer. Ambos irán perdiendo su energía cinética debido a otras colisiones con átomos; el positrón eventualmente se aniquilará con otro electrón produciendo dos fotones de baja energía (0.511 MeV) los cuales podrán producir colisiones tipo dispersión de Compton o tipo efecto fotoeléctrico.

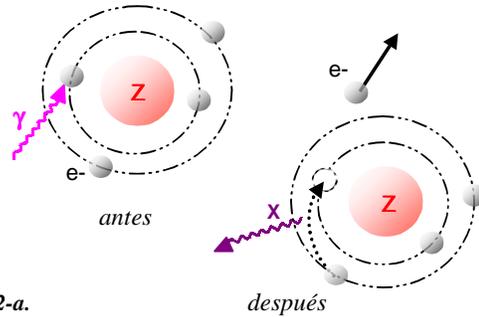


Fig. 2-a.
Efecto fotoeléctrico



Fig. 2-b.
Dispersión de Compton

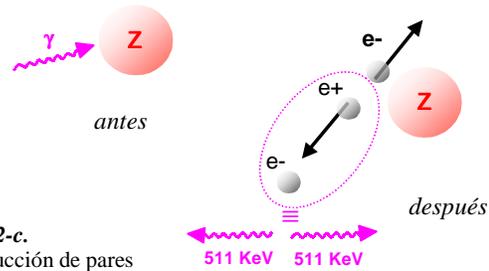
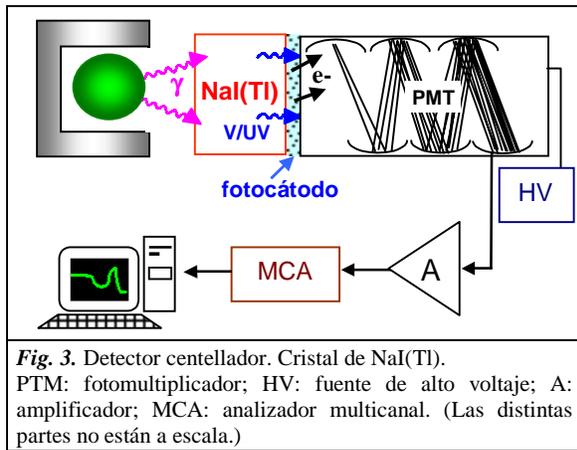


Fig. 2-c.
Producción de pares

Las tres interacciones producen electrones con alguna energía. Estos electrones interactuarán con el material centellador para producir electrones adicionales y fotones V/UV; este proceso es llamado "emisión secundaria de electrones", ya que las sucesivas colisiones liberarán electrones del centellador resultando en reacomodos electrónicos que emitirán U/UV. La cadena se detiene cuando el electrón liberado sólo logró adquirir una energía menor a W_0 .

La siguiente etapa en la detección de la radiación será la conversión de los fotones V/UV en fotoelectrones, lo cual es realizado por el fotocátodo. Esta superficie fotosensitiva está diseñada para tener máxima sensibilidad en la región V/UV. Aún así, la eficiencia de la conversión está lejos de ser perfecta. Sin embargo, la eficiencia absoluta no será necesariamente importante en los resultados siempre que: (1) la eficiencia de la conversión sea constante en el tiempo, y (2) se produzcan un número suficiente de fotoelectrones para el conteo.

La Fig. 3 muestra esquemáticamente la detección (representa asimismo el dispositivo utilizado en el trabajo experimental de este informe). La serie de dinodos en el tubo fotomultiplicador (PMT) multiplica el fotoelectrón entregado por el fotocátodo, y la cantidad final de electrones es proporcional a la energía del fotón convertido. Los dinodos están a mayor



potencial sucesivamente, lo cual guía a los electrones en su trayecto. Finalmente, los electrones producen una corriente y ésta una caída de voltaje V sobre una resistencia, la cual es amplificada y registrada por el analizador multi-canal (MCA). A cada voltaje, se le asigna proporcionalmente un canal dentro de un total prefijado por el alto voltaje (HV) y la ganancia del amplificador. Resumiendo,

$$\# \text{ Canal} \propto \text{Voltaje } V \propto \# \text{ fotoelectrones} \propto \# \text{ fotones}$$

$$V/UV \propto \text{energía de radiación cedida a electrones}$$

El proceso de detección se completa formado un histograma que contabiliza la cantidad de eventos (cuentas) según la energía (# Canal) que les asocia el MCA. La relación energía y # Canal es lineal, y se obtiene calibrando el detector (procedimiento que será descrito más adelante).

En el rango de emisión trabajado (0.3-1.3 MeV) la producción de pares es poco probable. Si sólo se consideraran absorciones por efecto fotoeléctrico y eventos Compton simples (es decir, una dispersión Compton donde el rayo γ' producido no vuelve a interactuar), la computadora adquiriría un histograma "ideal" como el de la Fig. 4. Este histograma corresponde a una fuente que emite toda su energía en una sola frecuencia ν (fuente monoenergética); fuentes que emiten en varias frecuencias producen sendos histogramas ideales como el de la Fig. 4.

El cociente "área bajo el fotopico/área de la meseta Compton" (llamado fotofracción) depende de las características del detector y no tiene relevancia en este trabajo. La información que se extrae del histograma es la siguiente:

- El fotopico corresponde a eventos de absorción fotoeléctrica. Por lo tanto, la energía cedida aquí es igual a la energía del rayo gamma emitido por la fuente.
- La meseta Compton corresponde a eventos Compton simples, donde la energía cedida a los electrones depende del ángulo de dispersión θ . La energía más alta implicada es la energía que corresponde a la retrodispersión.

Por lo tanto, basta sólo con registrar la energía del fotopico y la energía del borde Compton (que son la

energía del rayo gamma incidente y la energía del electrón eyectado en una dispersión de Compton) para reemplazar en las ec. 6 y 7 y proceder con el análisis de los resultados.

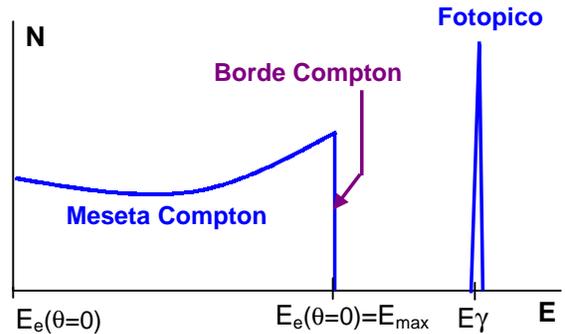


Fig. 4. Histograma "ideal". Las energías de la meseta Compton son proporcionales a las energías E_e (una por cada valor de θ) dadas por la ec. 8; la curva se obtiene aplicando la distribución angular de Klein-Nishina. La energía correspondiente al fotopico es la energía del rayo gamma emitido por la fuente.

Sin embargo, los histogramas reales son más complicados de interpretar, como se verá a continuación.

III. RESPUESTA REAL DE LOS DETECTORES

La Fig. 5 muestra diversos fenómenos que se dan en la detección real de la radiación, en este caso en un detector por centelleo de NaI(Tl).

Pueden verse los eventos Compton simple y absorción fotoeléctrica. Pero también pueden darse:

- Eventos Compton múltiples, que se suceden cuando el rayo gamma dispersado vuelve a colisionar provocando un nuevo efecto Compton; el resultado observable neto es un único evento Compton de mayor energía.
- Escapes simples o dobles: si $E_\gamma > 1.02$ MeV, puede darse (aunque poco probable hasta los 5 MeV) la producción de pares. En tal caso, los rayos gamma producidos en la consecuente aniquilación positrón-electrón pueden "escapar", es decir, atravesar el centellador sin interactuar con ningún electrón.

No menos importantes son los efectos debido a los materiales que rodean al detector. Entre ellos se encuentran (ver Fig. 6):

- El registro de rayos X.
- El pico de *backscattering*, debido a la radiación gamma generada por dispersión de Compton fuera del centellador y que incide en el centellador. La posición del pico y su ensanchamiento obedece a la geometría del entorno, ya que energía asociada a la radiación producida obedece la ec. 8, y puede analizarse qué ángulos de dispersión permitirán que el rayo penetre en el centellador.
- La aparición de un "pico de aniquilación" debido a la radiación de baja energía que se genera por producción de pares fuera del centellador y lo penetra.

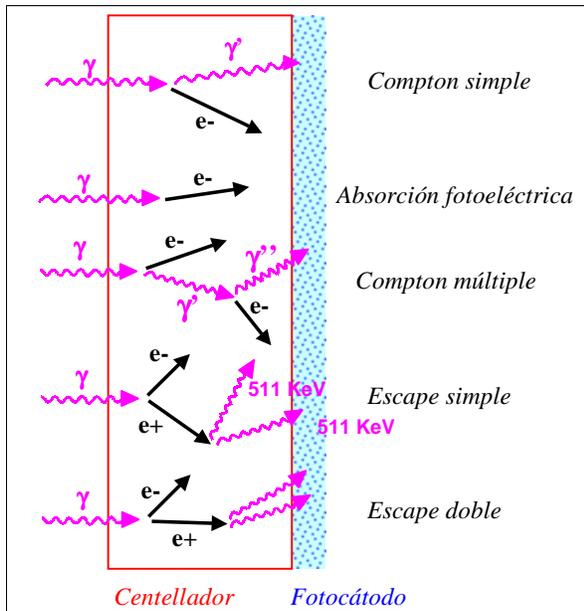


Fig. 5. La detección se ve afectada por otros eventos además de la dispersión de Compton simple y la absorción fotoeléctrica.

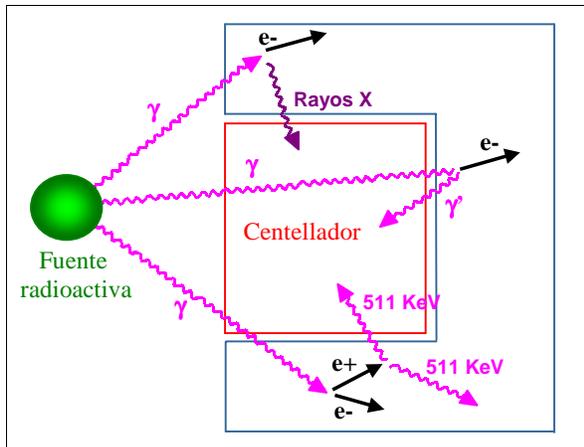


Fig. 6. Efectos debido al entorno. De arriba hacia abajo: registro de rayos X, backscattering, radiación por aniquilación en el exterior.

El análisis precedente se basa en la suposición de que la dispersión de Compton involucra electrones libres. En los materiales detectores reales, la energía de ligadura del electrón previa al proceso de dispersión tiene efectos medibles en la forma de la meseta Compton. Estos involucran el redondeo del ascenso de la meseta Compton cerca de su extremo máximo y la aparición de una pendiente en lo que era la caída abrupta del borde Compton. La baja resolución de un detector puede llegar a enmascarar este proceso, pero se hace evidente al aumentar la resolución.

Asimismo se evidencia un ensanchamiento del fotopico. La diseminación estadística es la causa más importante de este ensanchamiento en los detectores de NaI. Las fluctuaciones estadísticas se dan en el punto en que el número de portadores de información es mínimo; para los centelladores, este punto se da luego

de la conversión de los fotones V/UV en electrones por parte del fotocátodo.

Finalmente, debido a todos los efectos anteriores, un continuo o fondo suele superponerse al histograma.

El efecto de todos los eventos aquí mencionados (a los que aún pueden agregárseles otros que no han sido considerados de relevancia en este trabajo) puede observarse en las Fig. 7 y 8. Se han incluido los fenómenos de escape y aniquilación, aunque no se los considerará relevantes en el análisis de los espectros recogidos, dado el rango de emisión de las fuentes utilizadas.

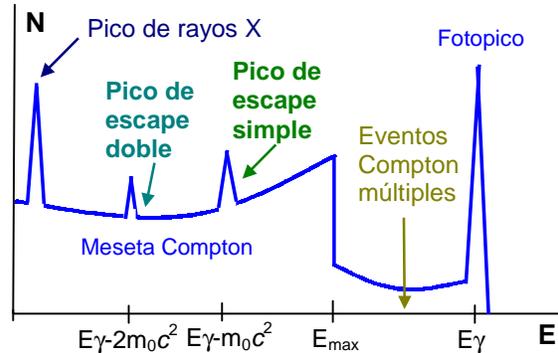


Fig. 7. Representación esquemática de distintos fenómenos de interacción con la materia que se manifiestan en un histograma real.

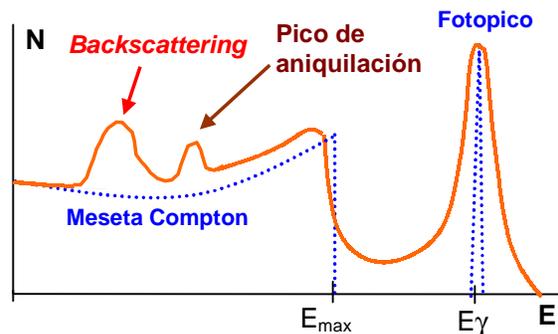


Fig. 8. Efectos debido al medio (backscattering, pico de aniquilación), ensanchamiento (estadístico) y deformación del borde Compton.

La determinación del borde Compton y del fotopico en un histograma real no es, entonces, tan sencilla.

Para la determinación del fotopico, ha sido demostrado⁴ que una curva gaussiana, basada en los puntos que yacen dentro de la desviación estándar a los lados del pico, representa la forma del fotopico de un centellador de NaI(Tl) en una variedad de condiciones de conteo y geometría de las fuentes. Para realizar este ajuste, a veces fue necesario remover el continuo que se superponía con el fotopico. Una interpolación lineal entre los valores del continuo a los lados del pico es la forma más fácil de resolver el problema.

El error en la determinación del fotopico está dado por el error en la estimación del centro de la gaussiana que ajusta los datos.

Para la determinación del borde Compton, se tomó el criterio establecido por Jolivet y Rouze⁵, basado en una simulación de Monte Carlo del fenómeno⁶. El resultado es que el borde Compton se

encuentra a una altura y_c , siendo $\frac{y_c - y_f}{y_s - y_f} = 0.54$, y_f la

altura del fondo del borde Compton (donde termina la pendiente y empieza el continuo) e y_s la altura del máximo de la meseta. El error que los autores asignan a este método es

$$\Delta y_c = 0.04 (y_s - y_f) \quad (\text{Ec. 9})$$

IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Con las consideraciones explicadas anteriormente, se pudo determinar el fotopico y el borde Compton de los histogramas de cinco fuentes (¹³⁷Cs, ¹³³Ba, ²⁰⁷Bi, ⁶⁰Co, ²²Na) adquiridos con el detector centellador de NaI(Tl).

La calibración del detector se realizó determinando el canal correspondiente al fotopico mediante el ajuste por una gaussiana, y asignándole el valor de energía tabulado (ver Tabla 1). El error relativo en la determinación del canal resultó el doble del error relativo de la energía de los fotopicos, por lo cual se interpoló una recta de calibración ajustando los datos por cuadrados mínimos ponderados en el error de la determinación del canal. Un coeficiente de correlación de 0.99988 confirmó la linealidad en la respuesta del detector.

Fuente	E γ * [KeV]	Error E γ * [KeV]	T [KeV]	Error T [KeV]
²⁰⁷ Bi	569.63	0.08	405	38
²⁰⁷ Bi	1063.58	0.06	862	83
¹³⁷ Cs	661.595	0.076	463	43
²² Na	511.006	0.002	339	31
²² Na	1274.53	0.10	1062	103
⁶⁰ Co	1332.483	0.046	1150	112
⁶⁰ Co	1173.230	0.040	999	97
¹³³ Ba	356.00	0.05	219	19
¹⁵² Eu	1408.132	0.008	1192	24
²⁴¹ Am	59.50	0.01	11.3	0.2

Tabla 1. Energías de los rayos gamma emitidos por la fuente y correspondientes energías cinéticas T de los electrones colisionados.

* Fuente: Lederer et al., *Table of Isotopes*, 6th ed., John Wiley & Sons, 1967.

Posteriormente se determinó el borde Compton, de acuerdo a lo descrito en la sección precedente. En los casos del ⁶⁰Co y ¹³³Ba se observó la superposición de bordes Compton, lo cual dificultó la medición. Para todos los casos, se consideró el error dado por la ec. 9, un error cualitativo al asignar a y_c un canal (mayor para el ⁶⁰Co y el ¹³³Ba), y luego el error al calcular la energía correspondiente por calibración.

Se agregaron además los datos de dos fuentes que no estaban disponibles en el laboratorio, pero cuyos

histogramas fueron obtenidos del Laboratorio Cero del TANDAR (CNEA) y se encontraban a disposición de los autores. Estas fuentes son ¹⁵²Eu y ²⁴¹Am; la medición se realizó con un detector de estado sólido⁷ y fue necesario el uso de un absorbente de rayos X para detectar los rayos gamma de bajas energías. Los datos finales se encuentran en la Tabla 1.

Los datos registrados indican que la masa no relativista del electrón (dada por la ec. 6) no permanece invariante ante variaciones en la energía cinética T, es decir, depende de v_e . Esto puede observarse en la Fig. 9. Este resultado conduce a abandonar la ec. 6 y tomar el modelo relativista dado por la ec. 7.

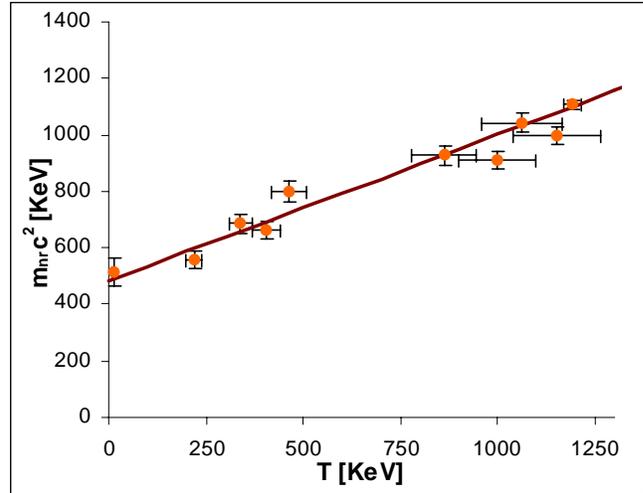


Fig. 9. Gráfico de la masa no relativista en función de T, donde se observa una relación lineal. Pendiente: 0.52 ± 0.04 . Ordenada al origen: (484 ± 27) KeV. Como los errores son comparables, se aplicó cuadrados mínimos ponderados en un error $(\Delta X^2 + \Delta Y^2)^{1/2}$.

Graficando $m_0 c^2$ en función de T (ec. 7), puede verse que permanece constante. El ajuste de esta relación da el valor de la masa en reposo del electrón: $m_0 c^2 = (507 \pm 13)$ Kev. (Ver Fig. 10.) Se observa que

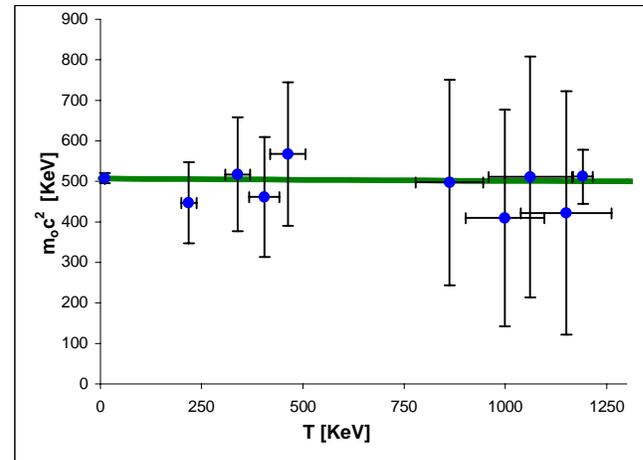


Fig. 10. Relación relativista para la masa en reposo del electrón. El ajuste se realizó por cuadrados mínimos ponderados en Y. Pendiente: -0.01 ± 0.05 . Ordenada al origen: (507 ± 13) KeV.

las barras de error en el eje Y son mayores que en el eje X, lo cual respalda el uso de cuadrados mínimos ponderados en Y para el ajuste.

Ahora pueden demostrarse diversas relaciones relativistas al ver que ajustan los datos experimentales. Ejemplos de esto se muestran en las Fig. 11 y 12. En la Fig. 11 se ajusta la expresión

$$T = \frac{2 E \gamma^2}{m_0 c^2 + 2 E \gamma} \quad (\text{Ec.10})$$

la cual se obtiene despejando T de la ec. 7. En la Fig. 12 se muestra la relación entre las magnitudes relativistas

$$\gamma = \frac{m_0 c^2 + T}{m_0 c^2} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{p c}{m_0 c^2 + T} ;$$

la dependencia de γ y β en función de E_γ y T puede obtenerse a partir de las ec. 1, 2, 3 y 5.

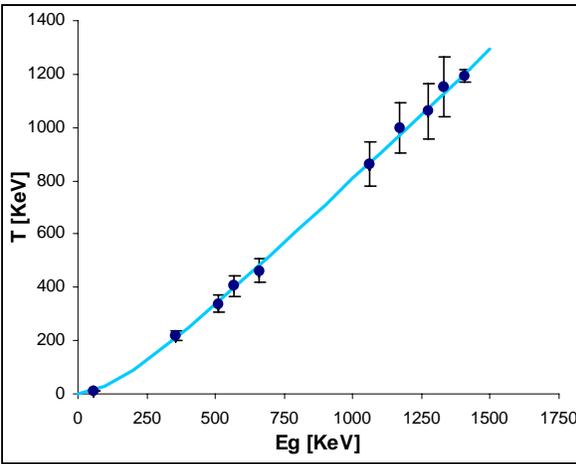


Fig. 11. Relación $T(E_\gamma)$. Ajustando la ec. 10 a los puntos experimentales se obtiene un valor estadístico para el parámetro $m_0 c^2$, el cual es (479 ± 26) KeV. El error en X es mucho menor comparado con las demás magnitudes.

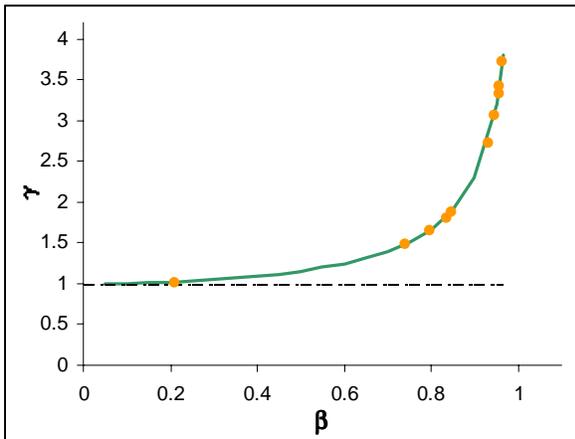


Fig. 12. Relación relativista para γ vs. β . Los puntos se modelaron con una curva de la forma $\gamma = 1 / (a + b \beta^2)^{1/2}$. Como era de esperarse, los parametros se ajustaron resultando $a = b = 1.0002$ con un error relativo menor al 1%.

V. CONCLUSIONES

Se ha medido la masa en reposo del electrón con un error del 3% y se han verificado diversas relaciones relativistas. Es importante recalcar que la mejor estimación de $m_0 c^2$ es la que involucra los errores experimentales, por ello es que ha de tomarse como referencia el ajuste de la ec. 7 y no, por ejemplo, el ajuste de la ec. 10, que sólo implica errores estadísticos de ajuste.

Es interesante observar la Fig. 12, donde se evidencia que para velocidades menores a $0.3 c$ la variación de masa es despreciable. La sonda Voyager, que viaja a $56,000$ km/h, es uno de los artefactos mecánicos más rápidos que se conocen, y aún así está lejos de alcanzar velocidades relativistas: no sorprende, entonces, que el contacto con la relatividad se manifieste más en colisiones de partículas a altas velocidades que en la cinemática de objetos macroscópicos. Por ello, un experimento en el campo de la cinemática relativista (como lo es la medición de $m_0 c^2$) está más cerca de los fenómenos cuánticos que de la macrofísica con la que se está acostumbrado a trabajar, y una adecuada noción de física moderna (en este caso, interacción de la radiación con la materia y su detección) es imprescindible para concretar cualquier tarea en este campo.

VI. NOTA BIBLIOGRÁFICA

Las secciones II y III se han basado esencialmente en tres fuentes, las cuales se encuentra conveniente citar manera general:

1. G. KNOLL, *Radiation Detection and Measurement*, John Wiley & Sons.
2. R. M. Eisberg, *Fundamentos de física moderna*, Ed. Limusa, 1999.
3. *Dinámica relativista – Colisiones de fotones y electrones – Efecto Compton*, Física re-Creativa - S.Gil y E.Rodríguez-Prentice Hall , Buenos Aires 2001.

a) E-mail: carlar@sinectis.com.ar

b) E-mail: ceciliaclopez@infovia.com.ar

¹ Una sustancia centelladora cumple la función de convertir la energía cinética de partículas cargadas en radiación lumínica y/o ultravioleta; esencialmente se trata de convertir el movimiento de electrones en los llamados fotoelectrones. Un cristal centellador debe, además, cumplir otras propiedades (por ejemplo, ser transparente en la frecuencia que centellea) que lo habilitan para formar parte de un dispositivo capaz de medir radiación. Otros materiales centelladores son: yoduro de cesio dopado con talio (CsI(Tl)), yoduro de cesio dopado con sodio (CsI(Na)), fluoruro de calcio dopado con europio (CaF₂(Eu)).

² Fotón y rayo/radiación serán tomados como sinónimos a lo largo de este trabajo. La cuantización de

la energía de radiación electromagnética se toma como marco para los resultados de este trabajo.

³ Un fotocátodo es una superficie que cumple la función de convertir radiación visible/ultravioleta (fotoelectrones) en electrones. Usualmente el fotocátodo es semi-transparente y consiste en una fina capa de un evaporado de cesio, antimonio, potasio o mezclas de estos.

⁴ G. KNOLL, *Radiation Detection and Measurement*, John Wiley & Sons, p. 346.

⁵ P. L. Jolivette y N. Rouze, *Compton scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment*, Am. J. Phys. **62**, 3, 266-271 (1994).

⁶ La simulación está diseñada para una geometría de un detector de semiconductor de germanio hiperpuro (HPGe). Algunas de las ideas principales son: (1) rayos monoenergéticos entran en el detector; (2) el punto de la interacción es seleccionado al azar pero observando la atenuación por parte del material; (3) si el rayo gama resultante no escapa del detector, el siguiente tipo de

interacción es elegido al azar pero observando la sección de scattering; (4) la trayectoria de un rayo gamma resultante de un evento Compton es calculada al azar pero observando la distribución angular de Klein-Nishina; (5) el cálculo para un fotón dado se termina cuando se produce la absorción fotoeléctrica; (6) en la producción de pares, los rayos de 0.511 MeV generados por aniquilación salen en direcciones opuestas; (7) los electrones no se escapan, su energía eventualmente queda en el detector; (8) se ignoró la posibilidad de radiación X.

⁷ Los detectores de estado sólido difieren en su funcionamiento de los detectores centelladores, comentados en este trabajo. Su resolución es generalmente mayor.