

Dinámica relativista - Efecto Compton

Nicolás Di Fiori – Federico Foieri – Matías Rodríguez

nicolasdf@fibertel.com.ar, fedefoieri@hotmail.com, srv@labs.df.uba.ar

Laboratorio 5 – FCEyN – UBA, Octubre de 2001

Se analizó el efecto Compton producido en el detector de centelleo de NaI(Tl) entre rayos gamas provenientes de fuentes radiactivas ^{22}Na , ^{60}Co , ^{133}Ba , ^{137}Cs y ^{207}Bi y electrones para mostrar la necesidad de un tratamiento relativista en la relación entre energía y momento.

Introducción

En 1923 Compton descubrió que cuando un haz de rayos X de una longitud de onda λ_0 es dispersado por un ángulo θ al enviarlo a través de una lámina metálica, la radiación dispersada contiene una componente de una longitud de onda λ_1 que es mayor que λ_0 . A este fenómeno se lo denomina efecto Compton. En nuestro caso, utilizamos radiación gamma en lugar de rayos X, y analizamos su interacción con el dispositivo que se utiliza para detectarla.

Una colisión entre un fotón y un electrón se caracteriza utilizando sólo unos pocos parámetros, como por ejemplo: E_γ (energía del fotón incidente), P_e (momento del electrón luego de colisionar) y $E'_\gamma(\theta)$ (energía del fotón luego de la colisión que depende del ángulo de dispersión).

Cuando la colisión es unidimensional, es decir, para el caso en que el ángulo de salida del fotón es $\theta=180^\circ$, y considerando la conservación de la energía y el momento se obtiene la siguiente relación:

$$P_e c = 2E_\gamma - T \quad (1)$$

Donde c es la velocidad de la luz y T la energía cinética del electrón después de la interacción.

La expresión relativista de la energía cinética es:

$$T = \sqrt{p_e^2 c^4 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \quad (2)$$

donde m_e es la masa en reposo del electrón. Combinando estas dos últimas ecuaciones obtenemos la siguiente expresión para la masa en reposo del electrón:

$$m_e c^2 = \frac{2E_\gamma (2E_\gamma - T)}{T} \quad (3)$$

Análogamente podemos obtener una expresión clásica para la masa en reposo del electrón, considerando la siguiente relación entre la energía cinética y el momento:

$$T = \frac{P_e^2}{2m_{rep}} \quad (3)$$

combinando (1) y (3) tenemos:

$$m_{rep} c^2 = \frac{(2E_\gamma - T)^2}{2T} \quad (4)$$

Esta expresión nos permite obtener la masa en reposo del electrón en la aproximación clásica, en términos de la energía del fotón incidente E_γ y la energía cinética T luego de una interacción del tipo Compton.

Desarrollo Experimental y Resultados

En la Fig.1 se muestra el dispositivo utilizado para la obtención de los espectros de rayos gamma de fuentes radiactivas. El centellador de NaI(Tl) es esencialmente el mismo que se utilizó en la práctica de 40K. Obtuvieron así los espectros de las siguientes fuentes: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{133}Ba , ^{137}Cs y ^{207}Bi .

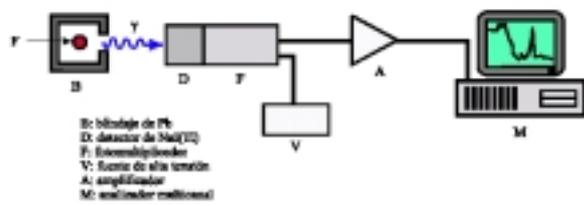


Figura 1 - Esquema del dispositivo experimental para obtener espectros de rayos gama.

Luego de obtener los espectros de las fuentes, se calibraron los mismos utilizando las energías de los rayos gama tabuladas y las respectivas posiciones de los centroides de los fotopicos. Dicha calibración está representada en la Fig.2. Es necesario tomar en cuenta que la resolución en energía de un detector del tipo NaI se define como el ancho a la mitad del máximo del fotopico dividido por la abscisa correspondiente al punto medio. En este caso, se obtiene una resolución del 10%¹.

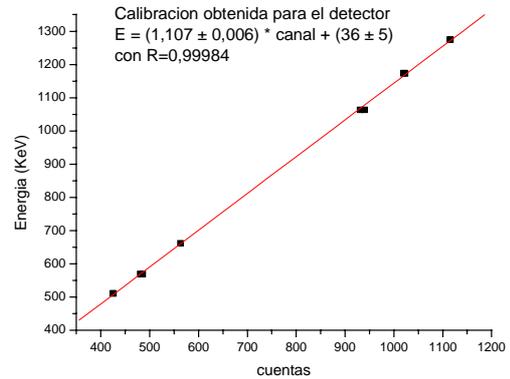


Figura 2 - Curva de calibración en energía del sistema espectroscópico.

Debido a la existencia de la ligadura de los electrones con el núcleo se producen efectos medibles sobre la forma del continuo Compton. Así, se genera un *redondeamiento* del pico en el continuo cerca de su extremo derecho y provoca la introducción de una pendiente finita en la caída abrupta del borde Compton, como puede verse en cualquiera de los espectros obtenidos.

A continuación, para hacer un análisis de los datos es necesario establecer un criterio para la determinación del borde Compton. El mismo consiste en tomar al borde de Compton como el valor de energía en que la meseta decae a un 54% de su diferencia máxima de valores².

Análisis de los espectros

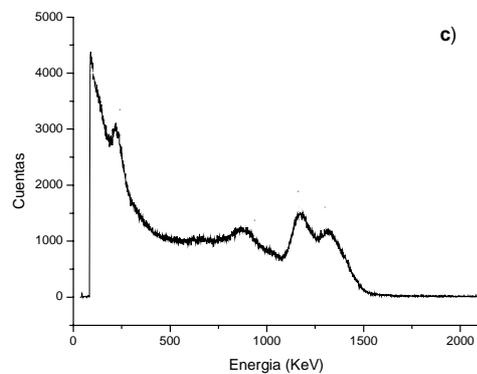
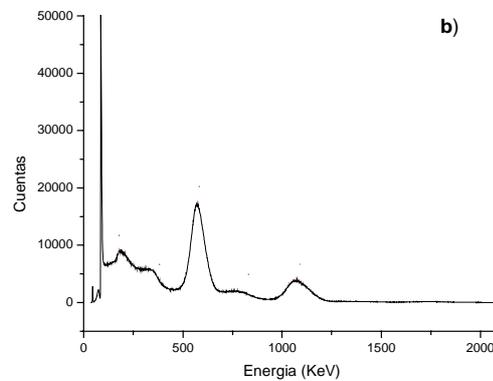
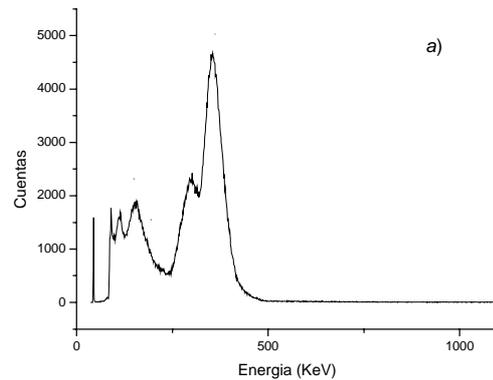
En la Fig.3(a) se muestra el espectro correspondiente al ^{133}Ba . Los picos **1** y **2** corresponden al fotopico y al borde Compton, respectivamente, del rayo gama con una energía de 356 KeV. El pico **3**, con una energía de (157 ± 10) KeV, corresponde al pico de *backscattering* producido por el mismo rayo gama.

En la Fig.3(b) se muestra el espectro del ^{207}Bi , los picos **1** y **2** corresponden al fotopico y al borde Compton, del rayo gama con una energía de 1063,7 KeV. Así mismo, los picos **3** y **4** corresponden al fotopico y borde Compton, respectivamente, del rayo gama proveniente de radiación de aniquilación, con una energía de 569,7 KeV. El pico **5**, con una energía de (183 ± 10) KeV, corresponde al pico de *backscattering* producido por el mismo rayo gama.

En la Fig.3(c) se muestra el espectro del ^{60}Co . Los picos **1** y **2** corresponden a los fotopicos de los rayos gama con energías de 1332,5 y 1173,2 KeV. El pico **3** es el borde Compton correspondiente al rayo gama con una energía de 1173,2 KeV. Por ultimo, la referencia **4**, con una energía de (223 ± 10) KeV, corresponde a un pico de *backscattering* producido por el mismo rayo gama.

En la Fig.3(d) se muestra el espectro del ^{137}Cs . Los picos **1** y **2** corresponden nuevamente al fotopico y al borde Compton del rayo gama con una energía de 661,7 KeV. La referencia **3** de la misma figura, con una energía de (206 ± 10) KeV, corresponde a un pico de *backscattering* producido por el mismo rayo gama.

Finalmente, en la Fig.3(e) se muestra el espectro del ^{22}Na . Los picos **1** y **2** corresponden al fotopico y al borde Compton del rayo gama con una energía de 1274,5 KeV. Por otro lado, los picos **3** y **4** corresponden al fotopico y borde Compton, respectivamente, del rayo gama proveniente de radiación de aniquilación, con una energía de 511 KeV. El pico **5**, con una energía de (182 ± 10) KeV, corresponde al pico de *backscattering* producido por el mismo rayo gama.



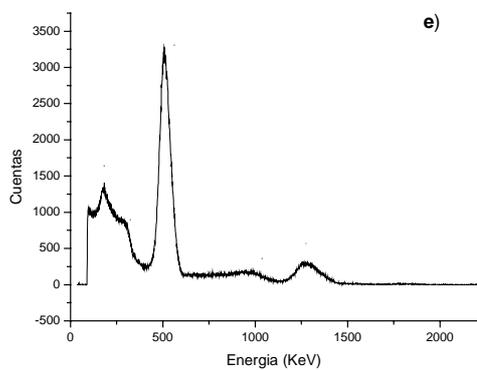
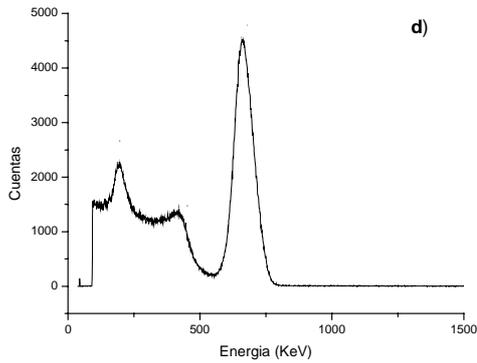


Figura 3 – (a) Espectro del ^{133}Ba ; (b) Espectro del ^{207}Bi ; (c) Espectro del ^{60}Co ; (d) Espectro del ^{137}Cs , (e) Espectro del ^{22}Na .

A partir de las mediciones de la energía cinética del electrón (borde Compton) y de la energía del fotón gama se realizó un ajuste con la ecuación

$$T = \frac{2E_{\gamma}^2}{2E_{\gamma} + m_0c^2}$$

con la cual se determinó la masa en reposo del electrón $m_0c^2 = (514 \pm 14) \text{ KeV}$.

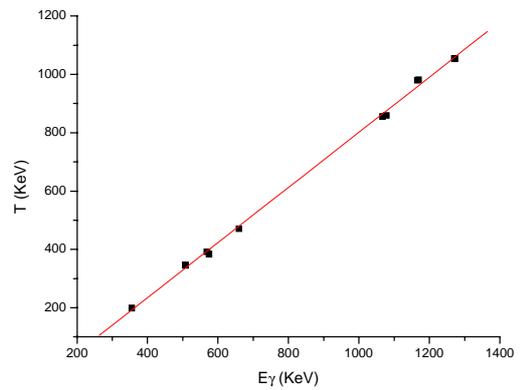


Figura 4 - Energía cinética del electrón (T) en función de la energía del fotón gama (E_{γ}).

En la Fig.5 se representa la masa del electrón en función de su energía cinética, para esta relación se utilizó el cálculo clásico con la Ec.4. Estos puntos pueden ser ajustados por una recta, en la cual la ordenada al origen es la masa en reposo del electrón. De esta manera, se obtuvo $m_{nr}.c^2 = (537 \pm 28) \text{ KeV}$.

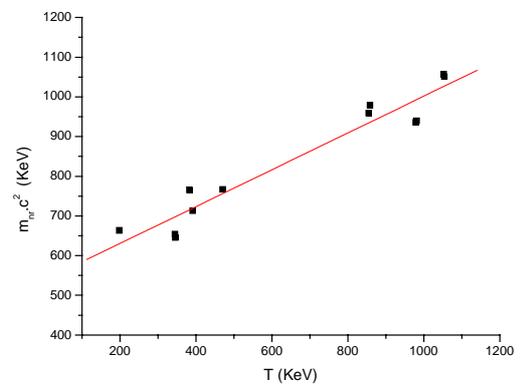


Figura 5 - Masa clásica obtenida vs. energía cinética del electrón.

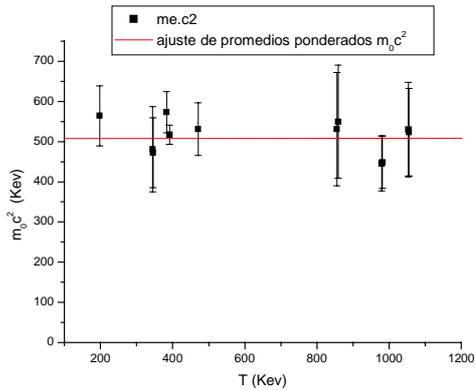


Figura 6 - Masa del electrón obtenida vs. energía cinética del electrón. (aproximación relativista)

De la ecuación invariante relativista obtenemos la expresión del impulso lineal por la velocidad de la luz como:

$$p_e c = \sqrt{(T + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}$$

y la expresión clásica es:

$$p_e c = \sqrt{2m_e T}$$

A partir de los resultados se graficó y comparó la relación 1 con ambas expresiones de pc (impulso por velocidad de la luz) en función de la energía cinética para determinar cual ajusta mejor los datos obtenidos.

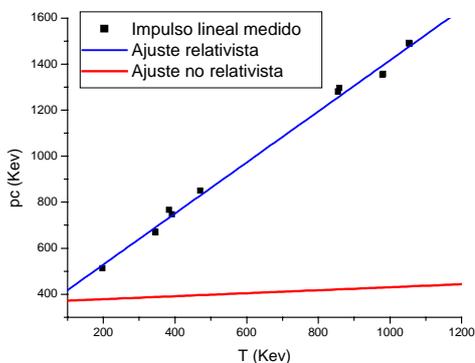


Figura 7 - Impulso del electrón en función de su energía cinética y los ajustes clásico y relativista.

Conclusiones

Se observó que el efecto Compton es descrito adecuadamente por un choque elástico empleando la dinámica relativista, puesto que la dinámica clásica es insuficiente para estudiar estos fenómenos. Ello es debido a que la m_{nr} crece linealmente con la energía cinética, y no se mantiene constante como ocurre en la aproximación relativista.

Se determinó la masa en reposo del electrón como $m_0 c^2 = (514 \pm 14)$ KeV, no existiendo diferencias significativas con el valor tabulado. Por lo tanto, el criterio usado para la ubicación del borde Compton resultó efectivo.

Referencias

- ¹ W. B. Mann y S. B. Garfinkel, *Radioactividad y su medida*, Editorial Reverte Mexicana, México(1968), pagina 167.
- ² P. L. Jolivet y N. Rouze, *Compton scattering, the electron mass and relativity : A laboratory experiment*, Am. J. Phys. **62** (1994), page 266.