

Estudio de las colisiones entre fotones y electrones.

Francisco Di Lorenzo y Alejandro Lazarte
Laboratorio 5 - 1er Cuatrimestre del 2000

Estudiamos el efecto Compton, es decir la interacción entre fotones y electrones. Analizamos este fenómeno clásica y relativísticamente, llegando a la conclusión de que es necesario emplear la cinemática relativista para describir adecuadamente esta situación. En base a este análisis determinamos la masa en reposo del electrón, el valor obtenido fue de $(9,20 \pm 0,15) \cdot 10^{-28}$ gramos.

Introducción.

Los fotones gamma interactúan con la materia de diversas formas, nosotros nos concentraremos en el proceso denominado Efecto Compton, es decir un “choque” con un electrón del material. Esta interacción puede modelarse como un choque elástico donde el fotón transfiere parte de su energía y momento al electrón. Este fenómeno produce una figura característica en los espectros gamma de la fuente llamada borde Compton (ver gráfico 1), la energía correspondiente al borde es la que se lleva el electrón cuando el fotón es dispersado 180° . Si el detector fuera perfecto, es decir ningún fotón escapara sin ser detectado, el borde debería ser abrupto presentando una caída discontinua a cero. La presencia de fotones que interactúan con los electrones del detector pero finalmente escapan provocan el ensanchamiento del pico al contribuir con energías mayores a la correspondiente al borde.

Análisis.

Como el Efecto Compton corresponde a un choque elástico, tanto la energía como el momento se conservan durante la interacción y es posible plantear las siguientes ecuaciones:

$$p_g = p - p'_g \quad \text{y} \quad p_g c = p'_g c + T$$

donde T es la energía cinética que se lleva el electrón y donde consideramos que el fotón se dispersa 180° . Si consideramos la interacción clásicamente, obtenemos el siguiente resultado (1) para la masa no relativista del electrón (ver referencia 1):

$$m_{nr} c^2 = \frac{(2E_g - T)^2}{2T} \quad (1)$$

donde E_g es la energía del fotón incidente y T la energía cinética que se lleva el electrón, es decir la energía correspondiente al borde Compton. En cambio modelando la interacción relativísticamente se obtiene la siguiente ecuación (2) para la masa en reposo del electrón:

$$m_0 c^2 = \frac{2E_g(E_g - T)}{T} \quad (2)$$

También es posible deducir la siguiente relación (3) entre la masa no relativista y la masa en reposo del electrón:

$$m_{nr}c^2 = m_0c^2 + \frac{T}{2} \quad (3)$$

Por lo tanto si graficamos la masa no relativista del electrón por la velocidad de la luz al cuadrado en función de la energía del borde Compton deberíamos obtener dos resultados distintos según cual análisis sea el correcto, el modelo clásico predice un resultado constante mientras que el modelo relativista predice una recta con pendiente $\frac{1}{2}$ y ordenada de origen igual a m_0c^2 .

También es posible determinar la velocidad que adquiere el electrón en el proceso mediante la siguiente ecuación (4):

$$b = \frac{T(2E_g - T)}{T^2 - 2TE_g + 2E_g^2} \quad (4)$$

Dispositivo experimental.

Para determinar la energía e intensidad de los fotones gamma utilizamos un dispositivo como el de la figura 1. Consiste en detector compuesto por un centellador de yoduro de sodio dopado con talio (NaI(Tl)), un fotomultiplicador (PMT), un amplificador y un analizador multi-canal (MCA).

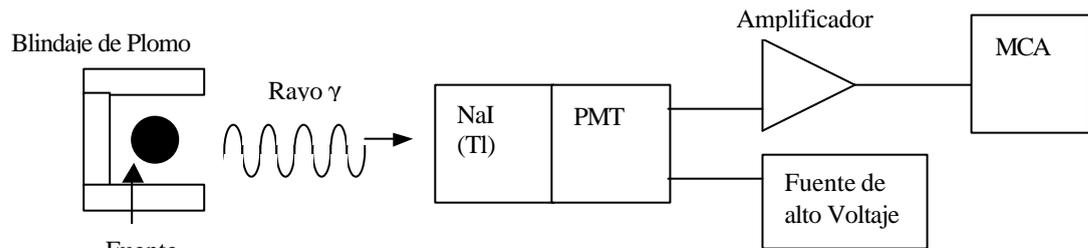


Figura 1: esquema del dispositivo experimental empleado

Al incidir el fotón sobre el centellador, estos interactúan con los electrones del material produciendo fotones ópticos, cuyo número es proporcional a la energía del fotón incidente. Estos fotones inciden sobre el fotomultiplicador donde liberan electrones mediante el proceso fotoeléctrico. Estos electrones son dirigidos hacia una serie de electrodos en donde al incidir un electrón se desprenden varios (entre 5 y 10), de esta forma se obtiene un efecto de amplificación. La señal que sale del PMT es un pulso de corriente cuya intensidad es proporcional a la energía del fotón gamma, esta señal es nuevamente amplificada y modulada por un amplificador para luego ser analizada por el MCA. Este convierte la señal analógica (intensidad de la corriente) en digital (número de canal), el número de canal representa la energía del fotón incidente. Esta señal es analizada por un software que realiza un histograma de la cantidad de fotones detectados en cada canal.

Procedimiento

Para poder determinar qué fórmula (la 1 o la 2) es la adecuada para determinar la masa del electrón, nos conviene barrer el mayor rango posible de energías. Para ello utilizamos fuentes radiactivas que emitieran en un rango de frecuencias lo más amplio posible. Por otra parte conviene que las fuentes emitan una única línea o que si emiten

fotones de varias energías distintas, éstas estén lo suficientemente separadas como para que no se superpongan los picos y los bordes Compton. Utilizamos ^{207}Bi y ^{22}Na que emiten líneas lo suficientemente separadas como para ver sus bordes Compton; ^{137}Cs y ^{57}Co que son monoenergéticos y ^{60}Co que tiene varias líneas, lamentablemente sólo pudimos determinar uno de los bordes Compton. Los espectros adquiridos tienen un aspecto similar a la figura 2.

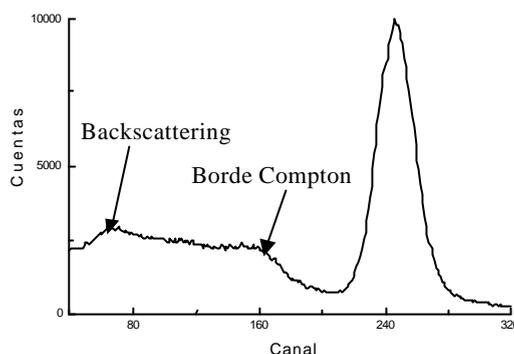


Figura 2: Espectro típico monoenergético, corresponde al ^{137}Cs . Se observa el pico y el borde Compton correspondiente. También es visible el pico de Backscattering, que corresponde a un choque en el que el fotón no es dispersado.

También tuvimos acceso a espectros tomados con otro detector (GMX) estos espectros tienen más resolución y cubren energías menores, esto nos permitió estudiar las líneas del ^{152}Eu y ^{133}Ba y sus correspondientes bordes. Por otra parte los espectros tomados con GMX incluían ruido proveniente de líneas de la radiación de fondo, que correspondían a muchas de los otros elementos estudiados, por ejemplo en el espectro de ^{60}Co se ven líneas de ^{137}Cs , ^{133}Ba , ^{152}Eu , ^{57}Co y ^{241}Am . De éste último elemento teníamos espectros pero no fueron útiles ya que, aunque se detectaba muy bien el pico, al corresponder a una energía muy baja, el borde Compton caía fuera del rango del detector.

Resultados

Una vez adquiridos todos los espectros, determinamos el canal correspondiente al pico y a su respectivo borde Compton. Para calibrar el detector usamos las energías conocidas de las líneas de los distintos elementos y en base a eso determinamos la energía de los bordes. Esto fue hecho independientemente para cada detector. Para definir qué canal correspondía a los picos ajustamos el histograma con una gaussiana sumada a una recta y tomamos como valor para el pico el centro de la gaussiana y su dispersión como error. Para asignarle una energía al borde Compton nos basamos en el método descrito en la referencia 1 determinado mediante una simulación numérica del fenómeno; esto se debe a que, como ya se mencionó, al no ser el detector ideal el borde no es abrupto sino que presenta una pendiente. Los autores concluyen que el borde Compton se haya aproximadamente a la mitad (54%) de dicha pendiente, por lo que nosotros tomamos como valor del borde el correspondiente a la mitad de la altura del borde y como error al 10% de su ancho. Tomamos en cuenta un error tan grande porque

en general era difícil determinar tanto el máximo como el mínimo correspondientes al borde, esto podría causar la aparición de errores sistemáticos al determinar el borde debido a una mala aplicación del método. Para compensar esto consideramos una incerteza grande, aunque resultó que en la mayor parte de los casos estas fueron sobreestimadas. Cabe mencionar que los datos obtenidos con el detector GMX eran mucho más precisos por lo que su incerteza resultó considerablemente menor al de los de NaI(Tl).

Con los datos obtenidos para la energía del pico (E gamma) y del borde Compton (E Compton) confeccionamos la tabla 1.

Elemento	E gamma (KeV)	E compton (KeV)	Detector
207Bi	569,7	388,7 ±25	NaI(Tl)
207Bi	1063,7	858,8 ±25	NaI(Tl)
207Bi	1770,2	1535,8 ±25	NaI(Tl)
137Cs	661,7	473,7 ±25	NaI(Tl)
22Na	511,0	338,2 ±25	NaI(Tl)
22Na	1274,5	1063,4 ±25	NaI(Tl)
60Co	1173,2	955,9 ±25	NaI(Tl)
137Cs	661,7	478,2 ±10	GMX
57Co	122,1	38,3 ±10	GMX
133Ba	356,0	209,3 ±10	GMX

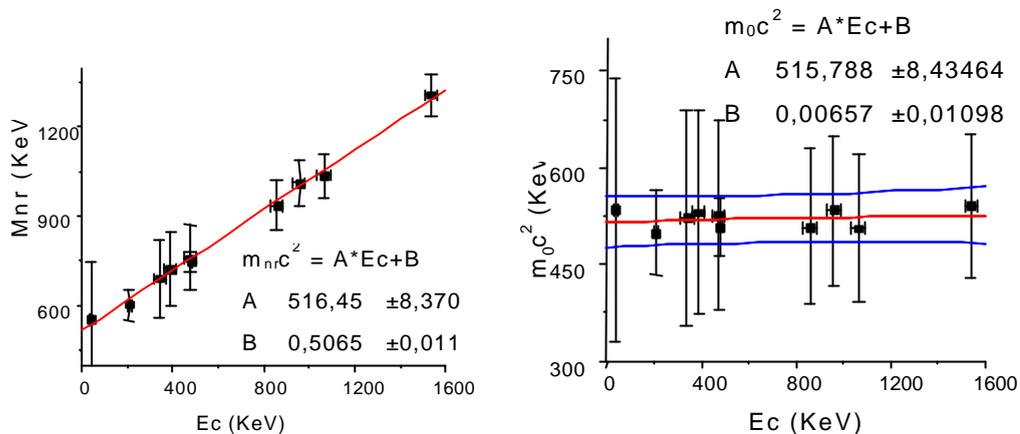
Tabla 1: Energía de los bordes Compton correspondiente a los picos de los distintos elementos estudiados.

Con estos datos calculamos la masa no relativista y la masa en reposo usando las ecuaciones 1 y 2 y las graficamos en función de T, como se puede ver en los gráficos 1 y 2. Se ve que la masa no relativista no es constante y que se ajusta bien por una función acorde a la fórmula 3. Los valores obtenidos relativísticamente para la masa en reposo se ajustan bien por una recta casi constante (la pendiente cero entra en el rango del error) con una ordenada de origen similar a la del cálculo clásico. Todo esto nos permite concluir que el análisis adecuado para esta situación es el relativista, ya que los resultados se ajustan a lo predicho por las fórmulas 2 y 3.

En el gráfico 2 se observa que los errores en la determinación de la masa exceden la banda de confianza ampliamente. Esto sumado a la proximidad de los resultados obtenidos para la masa en reposo y su valor obtenido de tablas ($9,11 \cdot 10^{-29}$) indican que no cometimos errores sistemáticos importantes en la determinación del borde Compton.

Para ver por qué el modelo clásico no es apropiado calculamos la velocidad que adquiere el electrón, o equivalentemente el parámetro relativista $\beta=v/c$ es decir la velocidad en unidades de la velocidad de la luz. También calculamos el parámetro $\gamma=E/m_0c^2$ donde E es la energía total del electrón: $E=T+m_0c^2$ y graficamos γ vs β (gráfico 3).

Se observa claramente que los valores que toma β son superiores a 0,7 en todos los casos excepto en la línea de menor energía (^{57}Co). Esto indica que las velocidades no son despreciables frente a la de la luz y por eso no vale la aproximación clásica.



Gráficos 1 y 2: masa no relativista y masa en reposo en función de la energía del electrón. Los datos se ajustan de acuerdo al modelo relativista y se obtienen valores para la masa en reposo del electrón de $(9,19 \pm 0,15) \cdot 10^{-29}$ g y $(9,21 \pm 0,14) \cdot 10^{-29}$ g para el ajuste del gráfico 1 y del 2 respectivamente. Las líneas azules corresponden a la banda de confianza del ajuste.

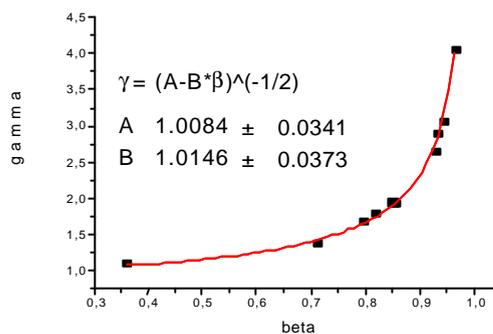


Gráfico 3: Ajuste de γ vs β con una curva de la forma $\gamma = (a - b\beta)^{-1/2}$. Los mejores valores de los parámetros resultan ser muy próximos a 1 como se espera.

Conclusiones

Podemos concluir que el Efecto Compton es descrito adecuadamente por un choque elástico si se emplea cinemática relativista, esto es necesario debido a las altas velocidades que adquiere el electrón en el proceso. En cuanto a la determinación de la masa del electrón, la medición resultó ser bastante precisa cayendo el valor real de la masa dentro del rango de incerteza de nuestra medición.

Referencias

1. "Compton Scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment", P.L. Jolivette and N. Rouze, Am. J. Phys. 62 (1994), pág. 266.
2. G. F. Knoll, Radiation detection and measurement. 2a ed, John Wiley & sons, New York, 1989.
3. P. Tipler, Física Moderna, Ed Reverté ISBN 84-291-4186-3 cap 12