

# Determinación de la Constante de Planck Utilizando Leds

Carolina Artuso, y Alejandro Satz

[caritoartdeco@yahoo.com](mailto:caritoartdeco@yahoo.com) , [satz@ciudad.com.ar](mailto:satz@ciudad.com.ar)

Laboratorio 5, Departamento de Física, Facultad de Ciencias exactas y Naturales, Pabellón I  
Universidad de Buenos aires - 2001

El objetivo de esta experiencia fue obtener la constante de Planck. Para ello se utilizaron diodos emisores de luz (leds). Estos dispositivos convierten energía eléctrica en luminosa; por lo tanto, al ser sometidos a potenciales superiores a uno dado, emiten luz (visible o no). Para explicar este fenómeno hay que recurrir a teorías de semiconductores en las cuales se plantean modelos acerca de la conducción y las bandas prohibidas. Luego recurriendo a la relación  $E = hv$  se obtuvo la constante de Planck; obteniendo la frecuencia analizando el espectro de emisión y la energía utilizando los modelos mencionados que relacionan la corriente que circula por el led al aplicarle una diferencia de potencial, el voltaje aplicado y la energía. Se utilizaron 3 métodos diferentes, obteniendo valores que, teniendo en cuenta el rango de incerteza, no contienen al tabulado.

## INTRODUCCIÓN

Existen dos mecanismos básicos de generar luz visible: incandescencia y luminiscencia. La incandescencia es una amplia banda de radiación emitida por la materia como consecuencia del movimiento térmico de los átomos que la constituyen. Por otro lado la luminiscencia es una banda angosta de radiación emitida por la materia como resultado de un cambio en los estados de energía (generalmente de los electrones) cuando la muestra es excitada por una fuente externa de energía que no varía significativamente la temperatura de la muestra. Este último caso como en los semiconductores es el del diodo emisor de luz (led).<sup>1</sup>

El objetivo de esta experiencia es determinar la constante de Planck utilizando leds. Recordemos que la energía y la longitud de onda se relacionan vía la ecuación (1):

$$E = hv \quad (1)$$

Para obtener la frecuencia, mediremos la longitud de onda de los fotones emitidos por el led y así obtendremos la frecuencia ya que  $v = c/\lambda$ . Para lograr obtener la energía necesitamos conocer un poco más acerca del funcionamiento de estos dispositivos.

Un cristal semiconductor es un sólido dispuesto en un arreglo tridimensional denominado red. El enlace entre átomos está relacionado con los electrones que ocupan las órbitas de energía exteriores. La interacción entre estos electrones y las zonas atómicas positivas mantienen al cristal unido. Los semiconductores sin impurezas poseen una angosta zona prohibida, por lo que, a temperatura ambiente un gran número de los electrones de enlace son promovidos desde la normalmente banda completa superior (banda de valencia) a la banda normalmente vacía (banda de conducción). Así los electrones de la banda de conducción pueden transportar corriente a través del sólido. Los huecos o estados vacíos en la banda de valencia también conducen, moviéndose como cargas positivas en sentido contrario a los electrones. Si la banda de separación es mayor es necesario agregar impurezas para convertir el material en semiconductor.<sup>1</sup>

Una impureza dadora es una que posee más electrones de valencia que el átomo que sustituye, puede donar este exceso de electrones a la banda de conducción.<sup>1</sup>

Una impureza aceptora es una que posee menos electrones que el átomo que sustituye, puede aceptar los electrones perdidos de forma tal de cumplir los requisitos de la

banda de valencia, dejando los huecos atrás . Si el sistema posee ambos tipos de impurezas, el material puede disminuir su energía tanto cuando un electrón libre cae en un nivel del aceptor ocupado por un hueco o cuando un agujero libre se recombina con un electrón en el sitio de un dador. <sup>1</sup>

La recombinación de un electrón y un hueco en un semiconductor puede ir acompañada de la emisión de un fotón; la energía perdida por el electrón es absorbida por el fotón. Este es el tipo de luminiscencia que tiene lugar en un semiconductor emisor de luz. Se puede mejorar la eficiencia del semiconductor de diversas formas: inyectando electrones en un material en el cual predominan los huecos (tipo p) o inyectando huecos en un material en el que predominan los electrones (tipo n). La forma más efectiva para inyectar cargas en un semiconductor es la junta p-n. Como su nombre lo indica de un lado de la unión (n) conduce debido a los electrones contribuidos a la banda de conducción por impurezas dadoras mientras que la otra zona (p) conduce debido a los huecos contribuidos a la banda de valencia por impurezas aceptoras. En la próxima figura se observa un esquema de las bandas en ambos tipos de semiconductores .<sup>1</sup>

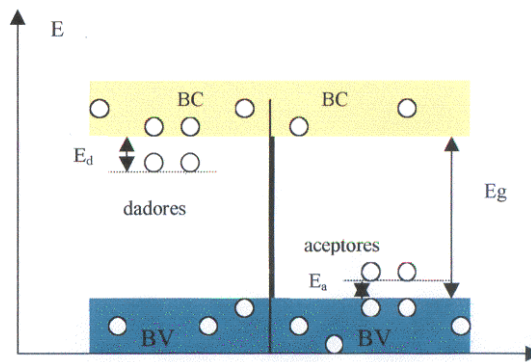


Figura 1: derecha: semiconductor dopado con impurezas aceptoras, izquierda: semiconductor dopado con impurezas dadoras

Al aplicarle la junta el sistema trata de establecer un equilibrio en ambas partes de la unión; los electrones viajan de la zona n a la zona p. Los dadores en la región n forman una región cargada positivamente; mientras

que los aceptores vacíos forman una zona cargada negativamente en la región p. Al aplicarle un voltaje externo a la unión para disminuir el potencial de barrera, aumenta el ritmo al que los electrones se mueven en la zona y los huecos lo hacen en la zona n. En la próxima figura se puede observar un esquema de este tipo de unión.<sup>1</sup>

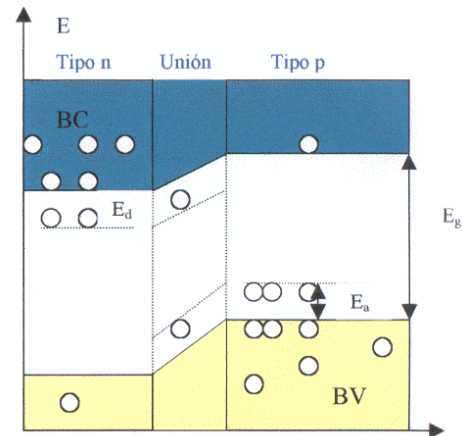


Figura 2: esquema de la unión de semiconductores del tipo p-n

Esta recombinación debida a la inyección de cargas trae como consecuencia una pérdida de energía casi igual a la energía de la banda de separación. Esta pérdida de energía puede ser radiativa en cuyo caso se emite un fotón, o no radiativa en cuyo caso se emite fonones. En la figura 3 se puede observar la respuesta de un led al aplicarle un voltaje en directa.<sup>1</sup>

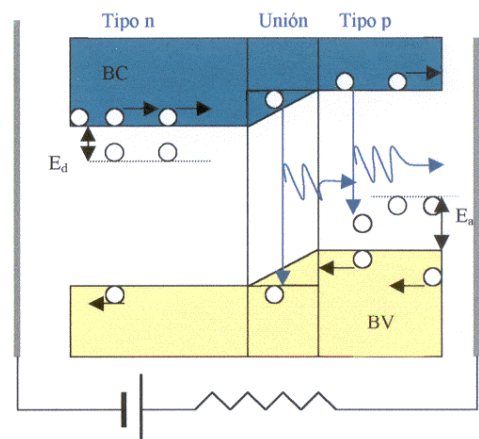


Figura 3: esquema del led siendo éste alimentado con un voltaje en directa

Ahora, conociendo un poco más acerca del funcionamiento de los semiconductores, intentemos establecer la relación entre la energía y las magnitudes medibles en el led como la corriente y el voltaje aplicado al mismo. Acorde a textos como (2), los cuales tienen en cuenta las características mencionadas anteriormente, existen modelos que relacionan la corriente que circula por el led y el voltaje aplicado, involucrando dicha relación la energía. La ecuación (2) muestra el vínculo existente entre estas magnitudes.<sup>2</sup>

$$I(V) = A \cdot e^{-E/\eta K_B T} (e^{eV/\eta K_B T} - 1) \quad (2)$$

Siendo A una constante de proporcionalidad,  $q_E$  la carga del electrón,  $K_B$  la constante de Boltzman, T la temperatura, E es la energía de excitación necesaria en la zona p,  $\eta$  es un factor de nominado de idealidad y suele valer 1.62 para los leds más comunes. Esta última constante caracteriza la corriente en la zona de la unión. La deducción de esta expresión se puede encontrar en diversos textos.<sup>2</sup>

Podemos todavía obtener una expresión aproximada para mayor comodidad a la hora de hacer cálculos. Si se le aplican a los leds voltajes superiores a los 0.9 V, se puede despreciar el número 1 que aparece restando, reduciéndose la expresión (2) a :

$$I(V) = Ae^{(eV - E)/\eta K_B T} \quad (3)$$

De esta forma midiendo la variación de la corriente en función de la variación de voltaje puede obtenerse el valor correspondiente a la energía.

## DESARROLLO EXPERIMENTAL

Como se ha mencionado anteriormente el objetivo de esta experiencia es determinar la constante de Planck utilizando leds. Para ello, por lo explicado anteriormente, debemos conocer la frecuencia (o su longitud de onda) de emisión de los mismos, como así también su energía para lo cual es necesario conocer la corriente que circula por él y la caída de potencial.

### i) Determinación de la longitud de onda

En este trabajo se han utilizado 5 leds, 4 de los cuales emitían en el rango del espectro visible, mientras que el otro se encontraba en la zona del infrarrojo. Hemos elegido para este estudio diodos cuya emisión sea direccionada (de 12° a 24°) y lo suficientemente intensos. La distribución de intensidad de emisión de estos dispositivos es gaussiana con un marcado pico en una longitud de onda bien determinada, la cual tomaremos como la frecuencia espacial de emisión. El led propiamente dicho se encuentra dentro de una cápsula, la cual hemos elegido que sea transparente de forma tal que no interfiera con la luz emitida por led mismo (en caso de ser de algún color puede interferir) . También se cuidó que el ancho del encapsulado no sea importante para evitar efectos no deseados, el mismo era de 5 mm. En la siguiente figura puede verse el encapsulado de los leds utilizados.

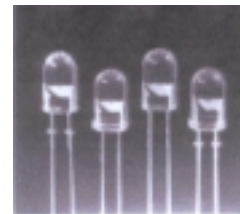


Figura 4: leds visibles

Como hemos dicho utilizamos 4 leds en el visible y uno en el infrarrojo. En la próxima tabla pueden observarse las fichas técnicas de cada uno de ellos proporcionadas por el fabricante.

Número	$\lambda$ (nm)	Ángulo	Modelo	Material
1	585	12°	383VYC	GaAsP
2	660	12°	383URC-1	GaAlAs
3	-	-	333HRC-6	-
4	570	24°	UGC/H2	GaP
5	980	22	IR333-A	GaAs

Tabla 1: datos del fabricante de los leds utilizados

Para obtener la longitud de onda de los diodos se montó un dispositivo experimental como muestra la figura 4. Se conectó el led a una fuente de corriente continua de 5V y a una resistencia en serie para controlar la corriente que circulara por el led y evitar quemarlo. Al estar éste conectado a un potencial, comienza a circular corriente, emitiendo luz (en el caso de los visibles). Frente al dispositivo en estudio se colocó un monocromador y a su salida se conectó un tubo fotomultiplicador el cual a su vez fue conectado a la PC a través de una plaqueta conversora (MPLI).

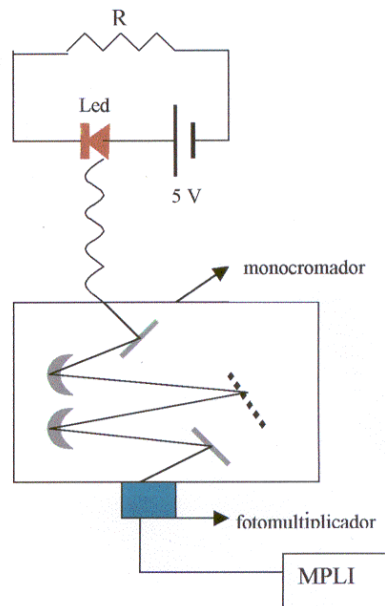


Figura 5 : dispositivo experimental utilizado para determinar la longitud de onda

El monócronador es un dispositivo usado para aislar un pequeño intervalo de longitudes de onda de un espectro. Consiste de una rendija de entrada, una red de difracción y 2 espejos y de una ranura de salida donde se colocó en este caso un tubo fotomultiplicador. Por otro lado, el monócronador posee un motor que hace girar la red de difracción de formar tal de abarcar

una zona mayor del espectro, es decir se puede indicar el intervalo de longitud de onda que se desea barrer. El tubo fotomultiplicador es un tubo de vacío que se utiliza para medir señales luminosas. Posee un fotocátodo el cual libera electrones cuando es bombardeado por luz. Éstos forman un pulso de corriente proporcional a la intensidad de luz incidente, y este pulso es amplificado por una serie de dinodos. El último de estos dinodos se denomina ánodo el cual es conectado por un ánodo de resistencia a tierra; produciéndose por lo tanto un voltaje.

Luego, variando la longitud de onda con el motor del monocromador y tomando simultáneamente la señal de salida con el MPLI, se obtuvo el espectro, es decir la curva de intensidad versus longitud de onda para cada uno de los leds.

Cabe aclarar que el monocromador fue previamente calibrado junto al MPLI utilizando una lámpara de mercurio cuyas longitudes de onda características de su espectro eran conocidas. Por otro lado es relevante aclarar que el tubo fotomultiplicador posee un rango de respuesta en longitud de onda el cual va desde los 200 nm hasta los 700 nm; es por ello que no fue posible levantar la curva correspondiente al led infrarrojo, debiendo entonces tomar el dato del fabricante.

## ii) Determinación de la energía

Como se puede observar en la ecuación (3), para determinar la energía del led es necesario conocer tanto la corriente que circula por él como así también la caída de potencial en el mismo. Para poder determinar estas dos magnitudes se montó el dispositivo que muestra la figura . Acorde a la expresión mencionada anteriormente, lo que se busca es conocer cómo varía la corriente que circula por el led al variar el voltaje. Para lograr esta variación de potencial se conectó el led a una señal alterna triangular. Para evitar dañar el diodo se colocó una resistencia de forma tal que la corriente circulante no supere la máxima que soporta el dispositivo. A su vez el led fue conectado en paralelo a un diodo rectificador colocado en sentido inverso de

forma tal que al invertirse el voltaje la corriente circule por el rectificador en vez de por el led (la tolerancia en sentido inverso resulta ser bastante menor que en sentido directo).

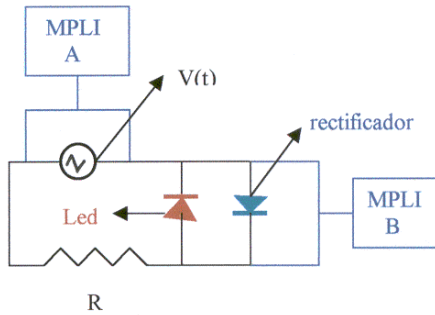


Figura 6: dispositivo experimental utilizado para determinar la energía

Se tomaron las señales procedentes de la fuente y en el rectificador con el MPLI para mantener las tierras. La caída de tensión en el led es la misma que la medida en el rectificador y la corriente circulante se obtiene restándole al voltaje medido directo de la fuente la señal medida en el rectificador y dividiendo el resultado por la resistencia. Se tomaron las curvas de corriente vs voltaje para los 5 leds, incluido el infrarrojo. Es importante aclarar que es conveniente trabajar con frecuencias bajas; en este caso se trabajó con un frecuencia de 5.2 Hz. Al intentar trabajar con frecuencias mayores, se presentaban anomalías en las curvas I vs V.

## RESULTADOS Y ANÁLISIS

### a) Determinación de $\lambda$

Como se ha mencionado en la sección anterior, la primer parte de esta experiencia consistió en determinar la frecuencia en la que emiten los diferentes leds. Para ello se realizó un barrido en longitudes de onda tal como se describió en la sección anterior con el fin de encontrar la  $\lambda$  para la cual intensidad emitida era máxima. Se levantaron las curvas de intensidad contra longitud de onda para cada uno de los leds; a continuación se

muestra la correspondiente a uno de los leds rojo (# 3) :

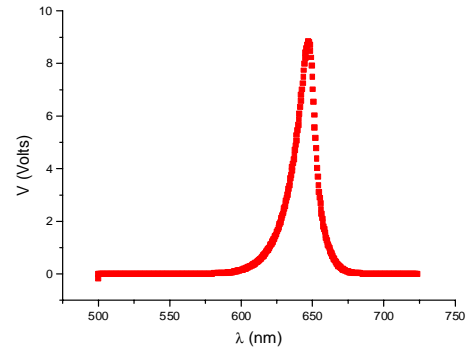


Figura 7: curva espectral del led # 3.

El voltaje medido representa la intensidad emitida en cada longitud de onda. Se puede observar en la figura anterior la buena definición del pico, que para este diodo se encuentra en los 647,4 nm.

A continuación presentamos una tabla que resume los resultados de estas mediciones, es decir presentamos las longitudes de onda correspondientes para cada uno de los diodos. Cabe señalar, sin embargo, que para el quinto led (que emite en infrarrojo) aceptamos el valor dado por el fabricante, ya que el tubo fotomultiplicador utilizado para traducir la señal luminosa en eléctrica no responde en ese rango de longitudes de onda.

# de led	Color	$\lambda \pm \Delta\lambda$ (nm)
1	Verde	$565 \pm 5$
2	Amarillo	$575 \pm 5$
3	Rojo1	$647,4 \pm 0.5$
4	Rojo2	$650,9 \pm 0.5$
5	Infrarrojo	$980 \pm 0.1$

Tabla 2: Tabla con las longitudes de onda de emisión de los leds

La diferencia en los errores se debe a que los picos estaban mucho más definidos en las

curvas correspondientes a los leds rojos, mientras que para el caso del verde y el la zona del pico era más difusa tal como se en la figura 8.

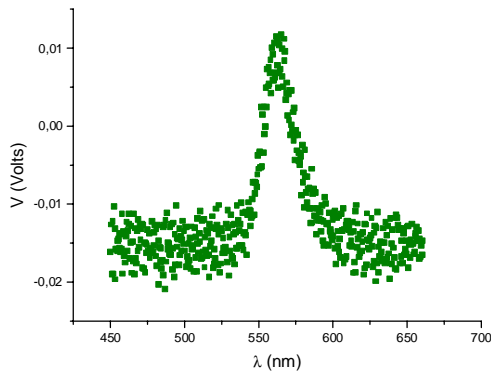


Figura 3: Curva espectral del led #1

Una posible razón para la cual los leds rojos emitían con un pico más definido que los otros puede deberse a que éstos eran más brillantes y el haz era más direccionado que los otros (como puede verse en la tabla 1 con las características de los leds).

b) Determinación de E.

Existen es principio tres métodos distintos para determinar la energía con la que emite el diodo. Todos ellos involucran el análisis de las curvas de corriente vs voltaje aplicado. Estas curvas, medidas de la forma explicada anteriormente, se muestran en la figura 9:

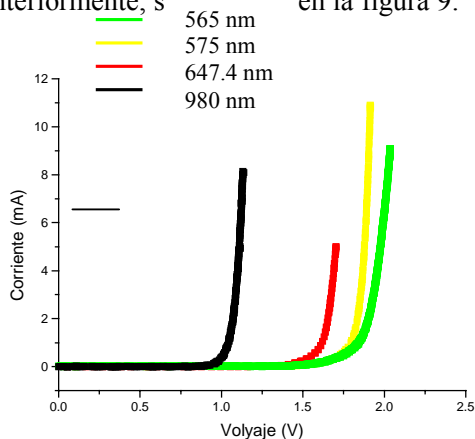


Figura 9: curvas de I vs V

Cabe aclarar que no se ha incluido la curva del led # 4 debido a que ésta se superpone con la correspondiente al led # 3.

A continuación se describen los tres métodos de determinación de E y los resultados obtenidos a partir de cada uno.

i) El primer método se basa en la suposición de que el voltaje de barrera  $V_B$  que desdobra las bandas de energía es aquél para el cual la corriente comienza a ser no nula en los gráficos anteriores. Puede entonces plantearse:  $E = q_e V_B$ , con lo cual se calcula E a partir de un valor de  $V_B$  que se encuentra simplemente mirando el gráfico y encontrando para qué valor de V comienza a circular corriente.

Los valores obtenidos para la energía vía este método se muestran en la próxima tabla:

Número de led	$\lambda$ (nm)	Energía(Js)	Error de E(Js)
1	565	$2.371 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
2	575	$2.345 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
3	647.4	$2.26 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
4	650.9	$2.26 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
5	980	$1.47 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$

Tabla 3: energías obtenidas con el método 1

ii) El segundo método puede considerarse como una variante más exacta del primero. Consiste en ajustar con una recta la última parte del gráfico, en la cual la corriente aumenta linealmente, trazando así una tangente a la curva I (V) en su sección final. La intersección de esta recta con el eje x se toma como valor de  $V_B$ . De esta forma los resultados obtenidos son los siguientes:

Númerode led	$\lambda$ (nm)	Energía(Js)	Error de E(Js)
1	565	$2.976 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
2	575	$3.05 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
3	647.4	$2.611 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
4	650.9	$2.613 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$
5	980	$1.717 \cdot 10^{-19}$	$2 \cdot 10^{-22}$

Tabla 4: resultados obtenidos con el método2



iii) El tercer método presupone la fórmula teórica (3). Si se le toma logaritmo natural, se obtiene:

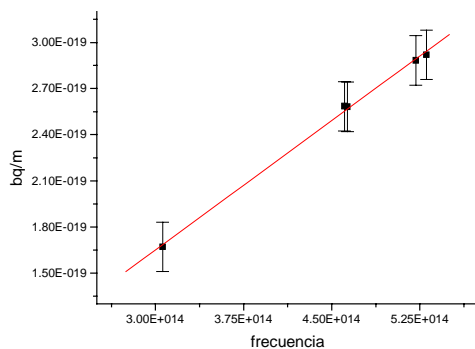
$$\ln(I) = mV + b \quad (5)$$

donde  $m = q_e/\eta kT$  y  $b = \ln(A) - E/\eta kT$ . Ajustando entonces por una recta el gráfico  $\ln(I)$  vs  $V$  (en el rango de validez de esta ecuación, es decir donde la corriente aumenta exponencial y no linealmente) se obtienen  $m$  y  $b$  para cada diodo. Luego puede calcularse:

$$-(bq_e/m) = E - \ln(A)\eta kT \quad (6)$$

Esta cantidad se utiliza en lugar de  $E$  para graficarla contra la frecuencia y obtener la constante de Planck. Se ve que si la relación  $E = hv$  es válida, el gráfico es una recta de pendiente  $h$  y ordenada al origen  $-\ln(A)\eta kT$ . Estrictamente, este método no ofrece una determinación de  $E$ ; además, se basa en la suposición de que  $\eta$  y  $A$  son los mismos para todos los leds utilizados. En el caso de  $\eta$  esta suposición puede comprobarse directamente viendo si la pendiente  $m$  es la misma en todos los ajustes (ya que todas las experiencias se realizan a temperaturas aproximadamente iguales, un cambio en  $m$  sólo puede deberse a un cambio en  $\eta$ ). En nuestro caso comprobamos que esto no era así: el valor de  $m$  variaba, siendo el valor máximo hasta el doble del mínimo. Esto, evidentemente, no avala la fiabilidad de este método; sin embargo, incluimos los resultados obtenidos por el mismo a título de comparación.

A continuación se muestra las curvas obtenida para  $bq_e/m$  vs  $hv$ , a partir de la cual se puede obtener la energía de cada uno de los leds, restándole a este valor la ordenada al origen:



Det. Figura 10: ajuste del método 3

De esta forma la pendiente de la recta debería ser  $h$ , y en este caso es  $(5.6 \pm 0.5) \cdot 10^{-34}$  Jseg y la ordenada al origen es  $-3.051$ , valor y hay que restarle a  $bq_e/m$  para obtener la energía.

A continuación se muestran las curvas de energía vs frecuencia obtenidas para los otros 2 métodos:

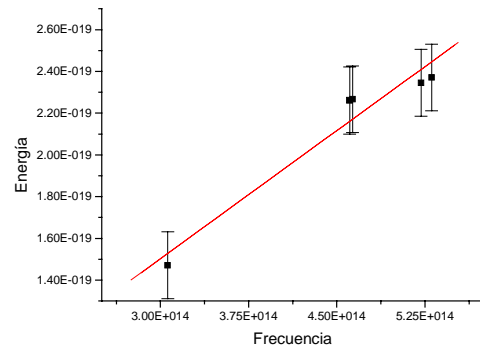
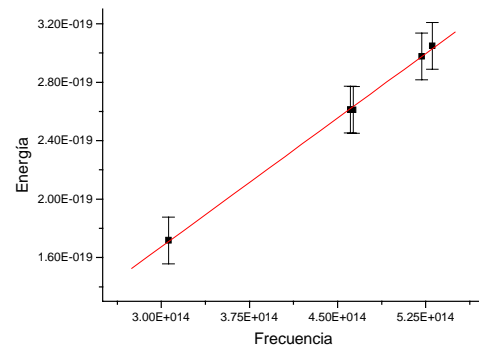


Figura 11: ajuste por el método 1,  $h = 4.09 \cdot 10^{-34}$  Js



Así se obtuvieron valores de la constante de Planck  $h_1 = (4.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-34}$  Js y  $h_2 = (5.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-34}$  Js; siendo estos valores superiores al tabulado que es de  $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$  J s.

Al intentar explicar esta diferencia surgieron varias hipótesis. Por ejemplo, la longitud de onda obtenida para cada uno de los leds fue siempre superior a la tabulada por el fabricante; entonces si elegimos tomar ese valor en vez del calculado por nosotros, si bien obtendríamos rectas de mayor pendiente, sólo incrementaríamos éstas en un 3 %.

mi. Figura 12: ajuste del método 2,  $h = 5.89 \cdot 10^{-34}$  tabulado en un 10%. Por lo tanto, si bien esta

discrepancia en la frecuencia puede ser una de las causas, no debería ser la única. Otra posible fuente de error puede deberse a la calibración de la plaqueta conversora MPLI. Puede suceder que el cero de potencial de la misma no corresponda a tal sino que esté corrido. De ser así los voltajes de arranque calculados aquí no serían tales. De todos modos al comprobar por otros métodos el funcionamiento de la plaqueta vimos que tal diferencia en la calibración era inexistente. También se pensó en la existencia de una impedancia no tenida en cuenta en la fuente, hecho que nos hubiese llevado a una determinación incorrecta de la corriente. De todos modos vimos que por la forma en que fueron realizadas las mediciones, este hecho no influiría en el resultado. Otra hipótesis es la existencia de una resistencia interna en el led no tenida en cuenta, pero al calcular ésta de la curva I vs V se ve que ésta tendría un valor muy pequeño en comparación a los  $200\Omega$  colocados en serie en el circuito, por ende no debería influir. Se intentó analizar cómo influiría la presencia de impurezas en el material semiconductor que compone al led, pero el efecto que éstas podrían causar está contemplado en las características proporcionadas por el fabricante y como no tenemos forma de comprobar su composición, no queda otra cosa más que “creer” en la ficha de los dispositivos utilizados. Así, no encontramos alguna causa que pueda explicar esta discrepancia entre los resultados obtenidos y el valor tabulado para la constante de Planck. Si bien esta diferencia es del orden del 10%, la cual no es muy significativa, nos llamó la atención el buen ajuste lineal obtenido por el método 2 y 3 (los valores para el coeficiente de correlación lineal eran  $R_2 = 0.99955$ ,  $R_3 = 0.9989$ ), no así para el primer método, el cual nos proporciona el valor de h más alejado del tabulado y con el mayor error ( $R_1 = 0.97$ ).

## CONCLUSIONES

Esta experiencia tuvo por objeto determinar la constante de Planck utilizando leds. La primer parte de la experiencia consistió en la determinación de la longitud de onda en la

que emitían los diferentes leds, obteniéndose valores que diferían del tabulado por el fabricante en un máximo del 2 %, con lo cual podemos concluir que nuestra medición resultó ser bastante precisa.

En cuanto a la determinación de la energía se plantearon 3 métodos diferentes para su obtención. El primer método consistió en determinar el potencial de arranque a partir del primer punto en que la corriente comenzaba a ser no nula y de allí obtener la energía. Con este método se obtuvo una constante  $h = (4.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-34}$  Js, la cual se apartaba bastante del valor tabulado por un lado, y por otro la recta obtenida no fue muy buena en el sentido en que el coeficiente de correlación lineal era  $R = 0.97$ .

El segundo método consistió en tomar la recta tangente en la zona lineal y calcular el punto de intersección entre la misma y eje x y así obtener la energía. Por este método se obtuvo una recta con un alto coeficiente de correlación lineal  $R = 0.99955$ , pero de todas formas el valor obtenido para  $h = (5.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-34}$  Js no entra dentro del rango de incerteza con el tabulado.

El tercer y último método se basó en el modelo propuesto en (2) y arrojó un valor de  $h = (5.6 \pm 0.5) \cdot 10^{-34}$  Js y un  $R = 0.9989$ . Si bien el ajuste lineal resultó ser bueno el valor obtenido aquí para la constante de Planck tampoco entra en el rango del tabulado.

No se pudo encontrar alguna explicación satisfactoria para estas diferencias más que atribuírselas a un error experimental mayor al considerado aquí.

## REFERENCIAS

- 1.F.Morehead Jr., Light emitting semiconductors, Sci. Am.**216**,5,106-122 (1967)
- 2.C.Wert y R.Thomson, Física de los sólidos, Ed.McGraw-Hill Book Co, Madrid, Cap 12 y 13
- 3.R.Morehouse, Answer to question #53, Am.J.Phys.**66**,1 (1998),p12