Estudio del blindaje magnético por láminas conductoras

Nicolás Di Fiori – Federico Foieri – Matías Rodríguez
nicolasdf@fibertel.com.ar, fedefoieri@hotmail.com, srv@labs.df.uba.ar
Laboratorio 5 – FCEyN – UBA, Octubre de 2001

El presente trabajo consiste en modelar el efecto blindaje que ocasiona la introducción de una lámina conductora en un campo magnético variable (10 – 5000 Hz) cuyas líneas de campo inciden normalmente a la lámina. Se caracterizó primeramente el dispositivo sin blindaje obteniéndose resultados cuantitativos que convalidaron la teoría expuesta. Una vez introducido el blindaje, se obtuvieron mediciones que no se ajustaron de manera exacta al modelo teórico propuesto.

Introducción Teórica

Para poder interpretar el efecto blindaje que ocasiona la introducción de una plancha conductora en un campo magnético que incide normalmente en ella, es necesario primero caracterizar el dispositivo experimental sin dicho blindaje. Por lo tanto, el presente trabajo consiste en dos secciones, la primera en el estudio sin blindaje, y la segunda con la plancha conductora.

Vale describir brevemente en esta instancia el dispositivo experimental –que en la sección *Desarrollo Experimental* será expuesto con mayor detalle–. Consistió en dos conjuntos de espiras, uno de radio mayor (r_1 = 3,8 ± 0,1 cm) y 700 vueltas (N_1), denominado *primario* y otro de menor radio (r_2 = 0,9 ± 0,1 cm) y 2000 vueltas (N_2) llamado *de prueba*. Se utilizó una fuente de tensión alterna para alimentar las espiras primarias y un osciloscopio para medir las tensiones. La plancha conductora fue interpuesta entre ambas espiras como muestra la Fig.1. La distancia d entre ambos conjuntos de espiras fue de $d \approx 4$ cm.

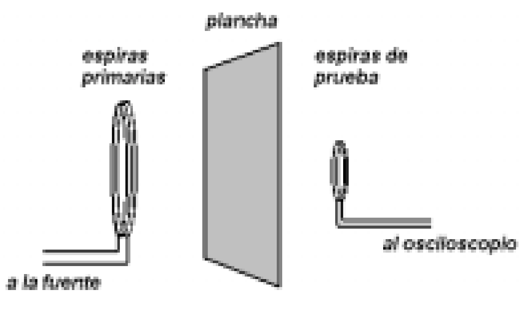

Figura 1 – Esquema del dispositivo experimental utilizado.

– Sin Blindaje

Variación en tensión V_R

Utilizando la Ley de Biot-Savart, se obtiene una expresión para el campo magnético en todo punto del eje generado por un número N_1 de espiras circulares. Si por las espiras circula una corriente i, entonces el campo magnético $\boldsymbol{B}$ en un punto P sobre el eje a una distancia z del centro del anillo es [1]:

$$B_{eje} = \frac{\mu_0 . N_1 . i . r_1^2}{2(r_1^2 + z^2)^{3/2}} \qquad (1.1)$$

siendo μ_0 la permeabilidad del vacío.

Recordemos que el campo $\boldsymbol{B}$ depende también de la corriente que circula por las espiras. Conviene expresar la corriente en función de la tensión y la impedancia, ya que lo que se midió fue la tensión. Para simplificar los cálculos, se midió directamente la caída de tensión a través de una resistencia R como muestra la Fig.2.

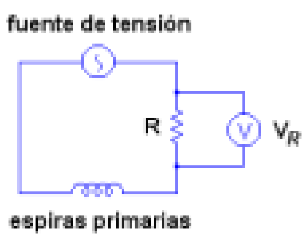

Figura 2 – Esquema del circuito primario para las mediciones sin blindaje.

Entonces, el módulo de la corriente i será:

$$|i| = \frac{|V_R|}{R} \qquad (1.2)$$

Además, como la tensión que utilizamos era sinusoidal, conviene explicitarlo escribiendo entonces al campo ***B*** como

$$B(\omega, V_R, t) = k.V_R.\sin(\omega t) \qquad (1.3)$$

siendo

$$k = \frac{\mu_0 N_1 r_1^2}{2.R.(r_1^2 + z^2)^{3/2}} \qquad (1.4)$$

donde V_R se entiende, a partir de ahora, como el módulo de la caída de tensión a través de la resistencia.

Llegado a este punto, haremos la siguiente suposición. Como el radio de las espiras de prueba ($r_2 =$ 0,9 ± 0,1 cm) es bastante menor que el radio de las espiras generadoras del campo (r_1 = 3,8 ± 0,1 cm) es válido suponer que el campo ***B*** que medimos con las espiras de prueba es simplemente el campo sobre el eje, $\boldsymbol{B}_{eje}$.

La tensión de salida V_R que se generará en las espiras de prueba será, según la Ley de Inducción de Faraday, igual a la variación temporal del flujo del campo ***B*** a través de dichas espiras:

$$V_o = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -N_2.A_2 \frac{\partial B}{\partial t} = \\ = -N_2.A_2.k.V_R.\omega.\cos(\omega t) \qquad (1.5)$$

donde N_2 y A_2 son la cantidad de espiras de prueba y su área transversal respectivamente.

Entonces, el módulo de V_o será:

$$|V_o| = V_o = \alpha.k.V_R \omega \qquad (1.6)$$

siendo $\alpha = N_2.A_2$. Ahora bien, a ω constante es posible graficar V_o en función de V_R, ajustar dicho gráfico por una recta y, a partir de su pendiente, obtener el valor de α. Si el modelo teórico recién expuesto es válido, entonces dicho valor debe ser del orden de $N_2.A_2$.

Variación en frecuencia

De la Ec.(1.6) se obtiene que:

$$\frac{V_o}{V_R} = \alpha.k.\omega \qquad (1.7)$$

es decir, que el cociente de ambas tensiones debe ser lineal con la frecuencia. Además, a partir de la pendiente de dicha recta es posible obtener nuevamente el valor de α y contrastarlo con el valor hallado por el método anterior y con el valor teórico.

Variación en distancia

Finalmente, de la Ec.(1.6) se deduce que:

$$\frac{V_o}{V_R} = \frac{\alpha.k'}{(r_1^2 + z^2)^{3/2}} \qquad (1.8)$$

siendo

$$k' = \frac{\mu_0.r_1^2.N_1.\omega}{2.R} \qquad (1.9)$$

De manera que una vez fijada la frecuencia, es posible obtener un gráfico del V_o/V_R versus distancia, ajustar la curva utilizando la Ec.(1.8) y obtener así nuevamente el parámetro α.

– Con Blindaje

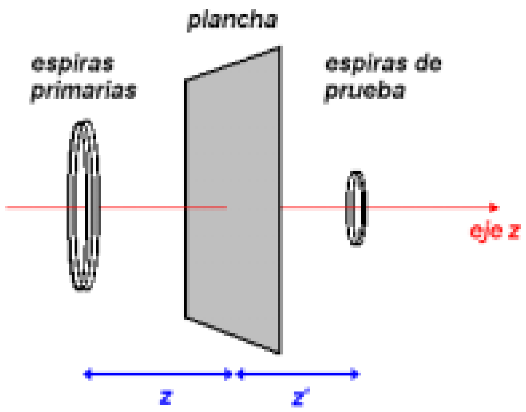

Figura 3 – Esquema del dispositivo utilizado con blindaje.

A continuación desarrollaremos un modelo teórico para el caso con blindaje. Como no encontramos resultados concretos en la bibliografía compatible con nuestro arreglo experimental, no nos ha quedado otra opción que desarrollar la siguiente teoría. El modelo deducido será luego puesto a prueba.

No es posible obtener una expresión analítica como la Ec.(1.1) para todo punto del espacio. Sin embargo, ello no es un impedimento serio para nuestros cálculos si explicitamos la dependencia radial del campo $\boldsymbol{B_1}$ en la chapa como $\boldsymbol{B_1(r)}$ (Fig.4).

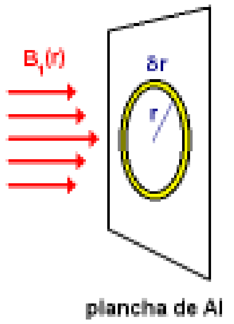

Figura 4 – El campo $\boldsymbol{B_1(r)}$ en la plancha depende de la coordenada radial por poseer simetría azimutal.

Como lo hicimos en el desarrollo anterior, conviene expresar a la corriente en función de la tensión e impedancia. Pero ahora la tensión V_i no es la tensión a través de una resistencia, sino la tensión del circuito primario; y la impedancia es pues la impedancia total del circuito *RL* (Fig.5).

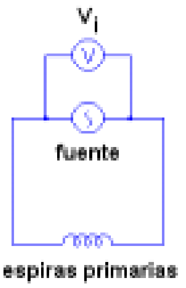

Figura 5 – Esquema del circuito primario para las mediciones con blindaje.

Esto se hizo para minimizar la impedancia del circuito y obtener así una mayor corriente i_1 capaz de generar un campo de intensidad suficiente como para poder ser medido por las espiras de prueba a pesar del blindaje.

Entonces, el módulo de la corriente i_1 será:

$$|i_1| = \frac{|V_i|}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \qquad (2.1)$$

donde V_i es la tensión del circuito o tensión de entrada, R la resistencia óhmica debido al cableado y L la inductancia de las N_1 espiras.

Nuevamente, conviene escribir al campo $\boldsymbol{B_1}$ en la plancha como

$$B_1(r,\omega,V_i,t) = \frac{B_1'(r).V_i.sen(\omega t)}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \qquad (2.2)$$

donde V_i se entiende, a partir de ahora, como el módulo de la tensión de entrada.

Por la Ley de Inducción de Faraday, en la plancha conductora se generará una *fem* ya que el flujo del campo $\boldsymbol{B_1}$ a través de dicha plancha varía en el tiempo.[2] A continuación haremos los cálculos pertinentes para una sola espira de radio r y grosor δr en la plancha, como se muestra en la Fig.4.

Entonces, por lo dicho anteriormente:

$$fem = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\pi . r^2 \frac{\partial B_1}{\partial t} = $$

$$= -\frac{\pi . r^2 . \omega . B_1'(r).V_i.\cos(\omega t)}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \qquad (2.3)$$

Esta *fem* generará una circulación de corriente en la espira de la chapa, denominada *corriente parásita* o *de Foucault*. Dicha corriente será proporcional a la *fem* e inversamente proporcional a la resistencia *R´* de la espira de la chapa. A su vez, esta resistencia dependerá de la resistividad ρ de la plancha:

$$R' = \frac{2.\pi . r.\rho}{\lambda . \delta r} \qquad (2.4)$$

siendo λ el espesor de la plancha.

La corriente i_2 generada en la espira en cuestión será:

$$i_2 = \frac{fem}{R'} = -\frac{\omega.B_1'(r).V_i.\cos(\omega t).\lambda.r.\delta r}{2.\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$$

(2.5)

Por lo tanto, el campo magnético $\boldsymbol{B_2}$ que generará la circulación de la corriente i_2 por la espira en la chapa será, para puntos ubicados en el eje:

$$\delta B_{2_{eje}} = -\frac{\mu_0.\omega.B_1'(r).\cos(\omega t).V_i.\lambda.r^3.\delta r}{4.\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\,(r^2+z'^2)^{3/2}}$$

(2.6)

siendo z' la distancia desde la plancha a un punto sobre el eje.

Similarmente a lo hecho en la sección anterior, supondremos que el campo $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B_1} + \boldsymbol{B_2}$ que medimos con las espiras de prueba es simplemente la suma de los campos $\boldsymbol{B_{1eje}}$ y $\boldsymbol{B_{2eje}}$.

Descomponemos entonces la tensión V_o que se inducirá en las espiras de prueba como la suma de $V_o' + V_o''$ que son las *fems* generadas por la variación del flujo de $\boldsymbol{B_{1eje}}$ y $\boldsymbol{B_{2eje}}$ respectivamente. De la Ec.(2.6) obtenemos una expresión para $\delta V_o'$, o sea, la tensión generada por una única espira de radio r en la plancha:

$$\delta V_0'' = -\frac{\partial\delta\phi_2}{\partial t} = N_2.A_2\frac{\partial\delta B_{2_{eje}}}{\partial t} = \quad (2.7)$$
$$= \frac{N_2.A_2.\mu_0.\omega^2.B_1'(r).V_i.sen(\omega t).\lambda.r^3.\delta r}{4.\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\,(r^2+z'^2)^{3/2}}$$

donde N_2 y A_2 son la cantidad de espiras de prueba y el área transversal de cada una.

Recordemos que todo este análisis se hizo para una sola espira de radio r y grosor δr en la plancha. Sabemos que en realidad habrá un continuo de espiras centradas en el eje z. Y como las espiras generadoras se encontraban a muy corta distancia de la plancha, es lícito suponer que sobre la plancha habrá un continuo de espiras desde el mínimo radio posible hasta el máximo radio que será r_1, o sea, el radio de las espiras generadoras. Entonces sólo nos resta integrar la Ec.(2.7) en r desde $r_{min} = \varepsilon$ hasta $r_{max} = r_1$:

$$V_0'' = \frac{N_2.A_2.\mu_0.\omega^2.\lambda.sen(\omega t).V_i}{4.\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\int_{\varepsilon}^{r_1}\frac{B_1'(r).dr}{(r^2+z^2)^{3/2}}$$

(2.8)

Como tanto la frecuencia angular ω, la tensión de entrada V_i, la impedancia del circuito, el espesor de la plancha λ y su resistividad ρ son las mismas para todas las espiras, las hemos sacado fuera de la integral. Lo que nos dice la Ec.(2.8) es que funcionalmente, V_o'' depende de las cuatro variables ω, V_i, λ y ρ de la siguiente manera:

$$V_0'' \propto \frac{\omega^2.V_i.\lambda}{\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \quad (2.9)$$

Nos resta obtener una expresión para V_o' que es la *fem* que se inducirá en las espiras de prueba causada por la variación temporal del flujo del campo $\boldsymbol{B_{1eje}}$ a través de dichas espiras. Entonces, utilizando los cálculos ya hechos en la sección anterior, obtenemos para V_o':

$$V_0' = -\frac{\partial\phi_1}{\partial t} = -\frac{N_2.A_2.\mu_0.N_1.V_i.r_1^2.\omega.\cos(\omega t)}{2\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\,(r_1^2+z^2)^{3/2}}$$

(2.10)

Esta última ecuación nos dice que V_o' depende funcionalmente de ω y de V_i como

$$V_0' \propto \frac{\omega.V_i}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \quad (2.11)$$

y de los signos de las Ec.(2.8) y (2.10) vemos que las tensiones V_o' y V_o'' se restan. Entonces, juntando todo obtenemos una forma funcional para el cociente entre la tensión de salida V_o y la tensión de entrada V_i:

$$\frac{V_0}{V_i} = \frac{Y.\omega}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} - \frac{Z.\omega^2.\lambda}{\rho\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \quad (2.12)$$

siendo Y y Z dos constantes de proporcionalidad.

En la Fig.6 se muestran tres curvas de la Ec.(2.12) para tres valores distintos de λ/ρ. La teoría predice que si el espesor de la chapa λ aumenta, o disminuye su resistividad ρ entonces el cociente λ/ρ aumenta, y la curva colorada se aproxima a la verde. Por el contrario, si λ disminuye, o aumenta ρ entonces el cociente λ/ρ disminuye, y la curva colorada debe acercarse a la azul.

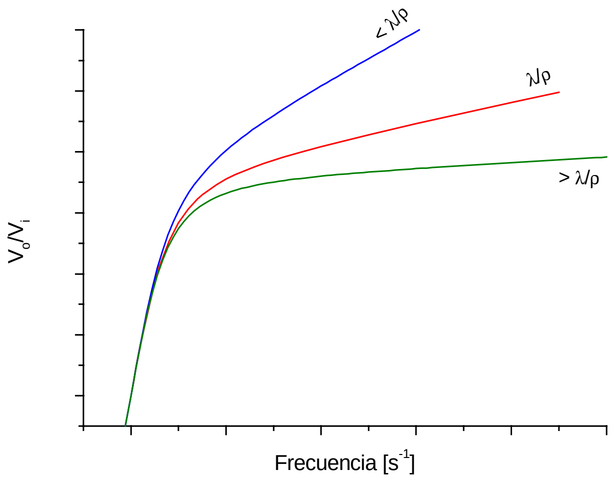

Figura 6 – Comportamiento que predice la teoría para el parámetro λ/ρ.

Desarrollo Experimental

Para la realización de esta experiencia se armó el dispositivo mostrado en la Fig.1. Se tuvo cuidado en el montaje de no utilizar elementos metálicos para no modificar las propiedades del campo magnético. Para ello se utilizó exclusivamente madera y pegamento.

Las espiras –primaria y de prueba– se colocaron sobre un banco óptico milimetrado, a fin de determinar con precisión sus distancias relativas, y se tuvo cuidado en hacer que sus ejes de simetría coincidieran.

A la espira primaria se la alimentó con una fuente de tensión (~20Vpp) sinusoidal de frecuencia ajustable, y a la de prueba se la conectó al osciloscopio para determinar la *fem* inducida debida a la variación de flujo del campo magnético.

Nos dispusimos a caracterizar el sistema para corroborar la validez de la teoría expuesta. Tomamos valores para distintas frecuencias en el rango de 10 a 5000 Hz. Un barrido de frecuencias nos indicó que a aproximadamente 50 KHz el circuito entraba en resonancia, esto debido a la aparición de capacidades parásitas que a altas frecuencias comienzan a cobrar importancia.

Además medimos a frecuencia fija de 500 Hz la respuesta al modificar la intensidad de corriente en el circuito primario. Por último caracterizamos el comportamiento del sistema para varias distancias relativas entre ambos conjuntos de espiras.

Luego se utilizó un soporte de madera que nos facilitó la introducción de varias planchas metálicas entre ambos conjuntos de espiras.

Las chapas utilizadas fueron:

Metal	Dim [cm]	Espesor [mm]	Resistividad [Ωm]
Aluminio	30x20	0.74	$2{,}8.10^{-8}$
Aluminio	28x20	1	$2{,}8.10^{-8}$
Aluminio	28x20	2.66	$2{,}8.10^{-8}$
Bronce	30x30	1	$\approx 7.10^{-8}$
Cobre	30x20	0.8	$1{,}7.10^{-8}$

Análogamente a lo realizado sin blindaje, se estudió la transferencia al colocar distintas planchas modificando así los parámetros del blindaje.

Resultados y Análisis

– Sin Blindaje

Variación en tensión V_R

Se fue variando la tensión de entrada a frecuencia fija, obteniéndose los resultados mostrados en la Fig.7. La frecuencia se fijó en 500 Hz, la distancia entre espiras primarias y secundarias fue de 3,5 ± 0,5 cm y la resistencia R de 10 Ω.

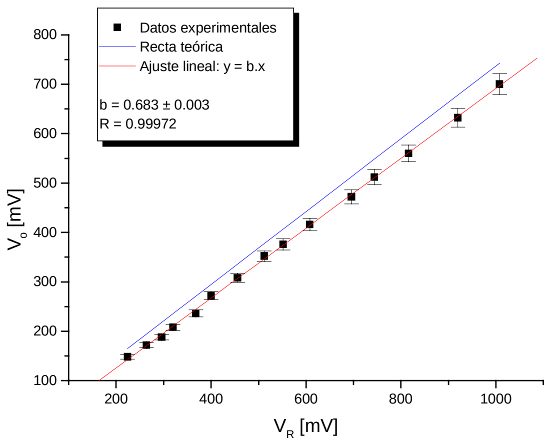

Figura 7 – Tensión de salida V_o vs tensión V_R para 500 Hz.

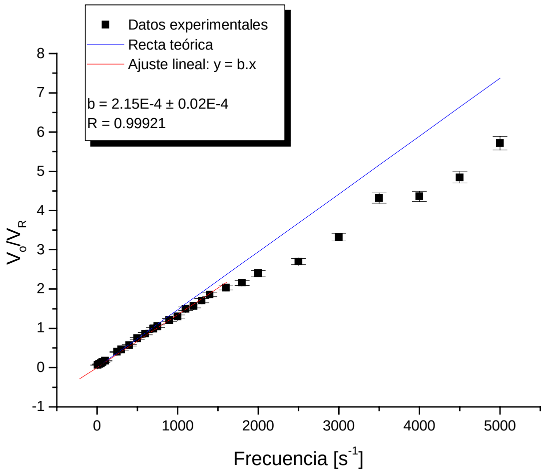

Figura 8 – Transferencia vs. frecuencia para V_R fija.

Efectivamente, se observó un comportamiento lineal en las tensiones. La recta obtenida experimentalmente es levemente inferior al modelo teórico debido a la suposición hecha en la introducción de flujo magnético uniforme a través de las espiras de prueba.

Utilizando la Ec.(1.6) obtuvimos, a partir de la pendiente del ajuste lineal, el valor para $\boldsymbol{\alpha}$ **= 0,47 ± 0,05 m²**. Por otro lado, recordemos que α es el producto de N_2 y A_2. El valor teórico para el producto $\boldsymbol{N_2.A_2}$ **= 0,51 ± 0,02 m²** no presenta diferencias significativas con el valor obtenido empíricamente.

Variación en frecuencia

Manteniendo la misma distancia de 3,5 ± 0,5 cm entre espiras primarias y de prueba, se fue variando la frecuencia y registrándose tanto la tensión V_R a través de una resistencia de 10 Ω como la tensión de salida V_o, obteniéndose los resultados mostrados en la Fig.8.

Para las frecuencias bajas, el gráfico de la Fig.8 presenta un comportamiento lineal. A partir de los 2000 Hz esto deja de ser cierto. Posiblemente ello se deba a que a mayores frecuencias, la corriente comience a circular por la superficie de los cables aumentando así la impedancia efectiva del circuito [3]. Es por ello que el ajuste lineal se hizo únicamente a la parte lineal del gráfico. Y de su pendiente y utilizando la Ec.(1.7) obtuvimos un valor para $\boldsymbol{\alpha}$ **= 0,47 ± 0,05 m²**.

Variación en distancia

Para esta medición, se fijó la frecuencia en 200 Hz y se midió el cociente entre la tensión de salida V_o y la tensión V_R a través de una resistencia R = 10 Ω en el circuito primario, versus distancia entre espiras primarias y secundarias. El resultado puede observarse en la Fig.9.

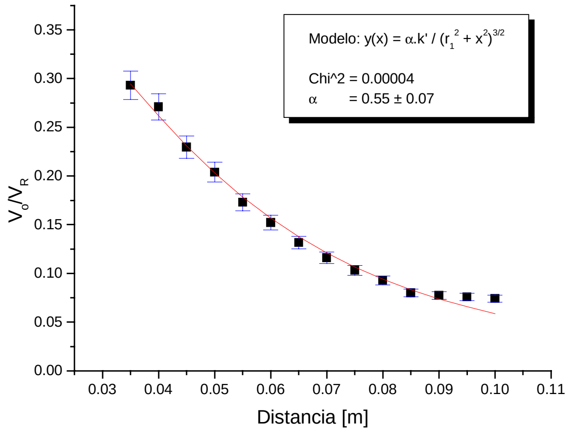

Figura 9 – Transferencia vs. distancia para 200 Hz.

Se realizó un ajuste no lineal, usando como modelo la Ec.(1.8). El parámetro que se permitió variar fue nuevamente α y dicho ajuste arrojó el valor $\boldsymbol{\alpha}$ **= 0,55 ± 0,07 m^2**.

–Con Blindaje

En la Fig.10 se presentan las mediciones realizadas con tres espesores distintos para un mismo material, aluminio, utilizando tres planchas idénticas de 0,74 ± 0,01 mm de espesor.

Se puede ver que el blindaje efectivo aumenta al incrementarse el espesor de la plancha de aluminio. Este comportamiento es el predicho por la Ec.(2.12).

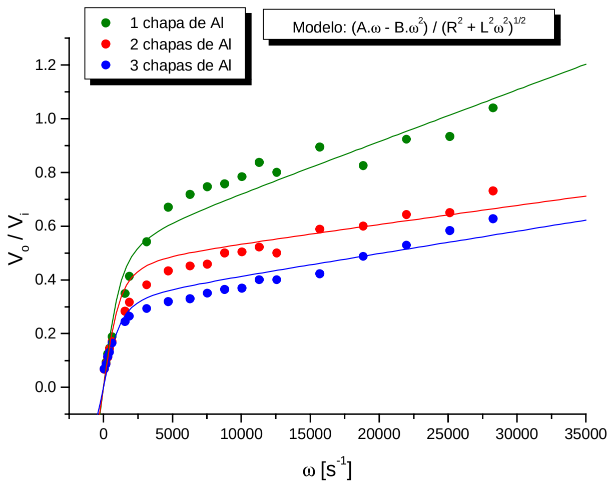

Figura 10 – Variación del espesor.

Se realizó un ajuste a los valores medidos para la chapas de aluminio utilizando la Ec.(2.12). Se midió el valor de la resistencia óhmica del circuito primario obteniéndose R = 66 Ω, y la inductancia de las espiras primarias, L = 0,06 H. El valor del parámetro A se determinó utilizando las mediciones sin blindaje. Se obtuvo el valor A = 0,024 ± 0,004 Ω.s. Al parámetro B se le dio el grado de libertad necesario para ajustar cada curva, debido a que depende del espesor λ, la resistividad ρ y varios factores desconocidos como la geometría de las corrientes parásitas.

A continuación, se estudió el comportamiento del blindaje al variar la resistividad de las planchas. En la Fig.11 se observan las curvas obtenidas para tres metales distintos: cobre, bronce y aluminio. Vale aclarar que el espesor de la plancha de cobre era levemente menor al de las otras dos, como se indica en la figura.

Nuevamente, el comportamiento observado es el predicho por la Ec.(2.12).

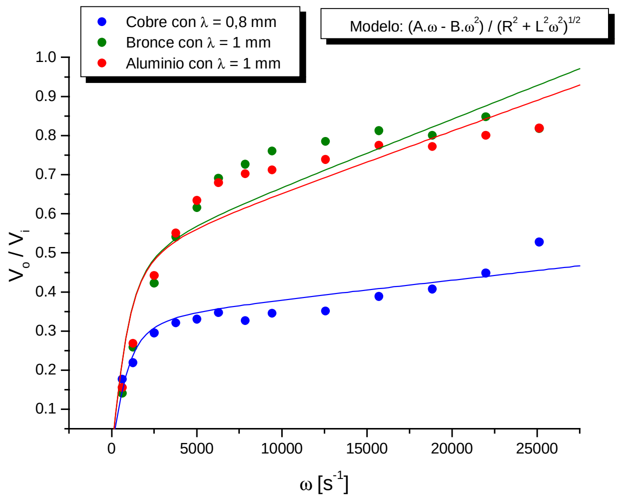

Figura 11 – Variación de la resistividad.

Nuevamente se ajustaron las tres curvas utilizando los parámetros descriptos anteriormente.

Se observa que para la plancha de cobre, la cola de la curva muestra un comportamiento ascendente. Esto indicaría una disminución del blindaje efectivo. En realidad, esto se debe a otro fenómeno: observamos que al aumentar la frecuencia, la tensión de alimentación disminuía considerablemente, mientras que la tensión de salida V_o detectaba sólo el ruido del ambiente.

Conclusiones

Para el estudio sin blindaje se obtuvieron resultados cuantitativos que corroboraron la teoría expuesta en la *Introducción*. Se contrastó la curva teórica con la obtenida empíricamente e incluso se obtuvo el valor de un parámetro mediante tres estudios distintos.

Obtuvimos valores para α que no presentaron diferencias significativas con el valor teórico:

Método	Valor de α [m^2]
Teórico ($N_2.A_2$)	$0{,}51 \pm 0{,}02$
Variación en V_R	$0{,}47 \pm 0{,}05$
Variación en ω	$0{,}47 \pm 0{,}05$
Variación en distancia	$0{,}55 \pm 0{,}07$

Esto demuestra que las aproximaciones que utilizamos son válidas. En particular, es válido entonces suponer que el campo $\boldsymbol{B}$ que miden las espiras de prueba es prácticamente el campo en el eje, $\boldsymbol{B}_{eje}$.

Cabe resaltar que mediante el estudio en variación de tensión V_R y variación de frecuencia, el valor obtenido para α es el mismo. En cambio, al variar la distancia se obtuvo un valor levemente mayor. Ello puede deberse a que este último estudio es menos preciso que los otros dos: la modificación de la distancia es menos precisa que la de la frecuencia o tensión, y el ajuste se hizo mediante una función no lineal.

El estudio con blindaje mostró un comportamiento símil al expuesto en la teoría. Para variaciones del espesor o resistividad del metal, los resultados obtenidos coinciden con las curvas expuestas en la Fig.6.

Sin embargo, al intentar obtener resultados más cuantitativos, nos encontramos con ciertas discrepancias. Las Fig.10 y 11 nos muestran que, a pesar de obtener tendencias correctas, el ajuste no coincide con los datos medidos. Esto es un indicio de que nuestro modelo teórico no es correcto o está aún incompleto. Dejamos entonces al lector el desafío de deducir un nuevo modelo que se ajuste mejor a los datos experimentales obtenidos.

El estudio se podría mejorar con la utilización de un amplificador *lock-in*. En todas las figuras con blindaje se observa un comportamiento ascendente, especialmente cuando se utiliza cobre, debido a una cota mínima en la tensión capaz de registrarse con las espiras de prueba. Es decir, llegado a cierto blindaje, predomina la lectura del ruido externo que la del campo que atraviesa dicho blindaje. La función del *lock-in* sería, justamente, la de eliminar ese ruido. El gráfico resultante sería entonces asintótico hacia el blindaje total.

Finalmente, hemos omitido toda referencia a un efecto pelicular o efecto *skin* ya que nuestro campo magnético ingresa al metal de manera perpendicular y no tangencial como en una radiación electromagnética. Además, se trabajó en longitudes de onda del orden del kilómetro.

Referencias y Bibliografía Consultada

[1] Halliday, Resnick, Krane – *Física Vol. 2*, Cecsa 4ta Ed., 1999, Pág.191

[2] Feynman, Leighton, Sands – *Lectures on Physics*, Addison-Wesley, 1964, 16-6

[3] Jackson - Classical Electrodynamics, -Wiley and Sons, 3^{era} Edición, 1999, Pág. 356

S. Fahy, C. Kittel, S. G. Louie, *Electromagnetic screening by metals*, Am. J. Phys. 56, 989-992 (1988).

P. Rochon, N. Gauthier, *Strong shielding due to an electromagnetically thin metal sheet*, Am. J. Phys. 58, 276-277 (1990)