

Resonadores de Helmholtz

Abigail Ganopol*, Leandro Giuliani† y María Luz Martínez Ricci‡
 Laboratorio de Física 5-Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
 Universidad de Buenos Aires
 Febrero de 2002

El objetivo del presente trabajo fue conocer los modos normales de oscilación de una botella mediante la búsqueda de las frecuencias de resonancia de la cavidad; así como también la medición de la velocidad del sonido, poniendo a prueba el modelo ideado por Helmholtz. Los resultados obtenidos son favorables al modelo.

I. Introducción

Todo sistema cerrado, cualquiera sea su forma o tamaño tiene frecuencias de vibración bien definidas. Sabemos hallar las frecuencias de resonancia de un tubo, pero cómo hallar las de una botella?

El modelo ideado por Helmholtz consiste en suponer que la botella consiste en dos cilindros de sección circular formando el cuerpo y el cuello de la misma como se indica en la figura n° 1.

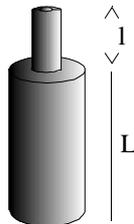


Fig N°1: Cavidad en forma de botella a la cual se le estudiarán las frecuencias de resonancia

Agregándole agua a la botella, se va variando su altura pudiéndose obtener la frecuencia de resonancia correspondiente.

Definimos:

V = volumen del cuerpo (cilindro mayor)
 v = volumen del cuello (cilindro menor)
 A = sección transversal del cuerpo
 a = sección transversal del cuello
 L = altura del cuerpo
 L' = altura de la botella completa

El marco teórico tiene como modelo el sistema masa – resorte, siendo la primera el cuello de la botella, mientras que el segundo es el cuerpo. La frecuencia de oscilación del sistema viene dada por:

$$\omega_0^2 = (2\pi f_0)^2 = \frac{k}{m} \quad (1)$$

donde

f_0 = frecuencia fundamental
 k = constante elástica
 m = masa del volumen de aire del cuello de la botella

* mailto: candelize@yahoo.fr

† mailto: leandroeg@yahoo.com

‡ mailto: marliebe@yahoo.com

Veamos quiénes son k y m . El módulo de compresibilidad de un gas K se define como:

$$\kappa = -\frac{\Delta V}{v\Delta p} \quad (2)$$

Por otro lado, la velocidad del sonido C se puede expresar en función de κ y de la densidad ρ :

$$C^2 = \frac{1}{\rho\kappa} \quad (3)$$

Si el volumen v se desplaza una distancia Δx , el volumen V de aire del cuerpo varía en $\Delta V = a\Delta x$. La fuerza que actúa sobre el volumen v del cuello es:

$$F = -k\Delta x = a\Delta p$$

Y usando (1):

$$F = \frac{a^2\Delta x}{\kappa V}$$

Donde obtenemos:

$$k = \frac{(aC)^2}{\kappa V} \quad (4)$$

y despejando κ en (3) y reemplazando en (4):

$$\kappa = \frac{(aC)^2 \rho}{V} \quad (5)$$

Usando que la masa m del volumen de aire del cuello es:

$$M = \rho V \quad (6)$$

Podemos reemplazar (5) y (6) en (1) obteniendo así las frecuencias de

resonancia en función de las dimensiones del sistema y de la velocidad del sonido:

$$\omega_0^2 = \frac{a^2 C^2}{Vv}$$

$$\omega_0^2 = \frac{aC^2}{lAL} \quad (7)$$

Para la altura total L' de la botella, despejando L en (7) obtenemos:

$$L' = L + l = \frac{aC^2}{Al\omega_0^2} + l$$

Y usando (1):

$$L' = \frac{aC^2}{4\pi^2 l A f_0^2} + l \quad (8).$$

II. El experimento

Con el objeto de medir las frecuencias de resonancia de la botella se ideó el siguiente dispositivo experimental:

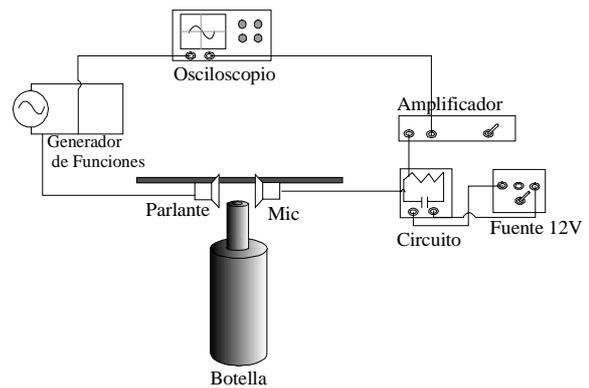


Fig N°2: Dispositivo experimental para medir las frecuencias de resonancia de la botella

Como indica la figura N°, se dispusieron un parlante y micrófono en la boca de una botella, de forma tal que

las ondas emitidas por el parlante ingresaran en la cavidad y al egrasar fueran captadas por el micrófono y éste llevar la señal emitida al osciloscopio. A este instrumento también fue conectada la señal original del generador de funciones con el objeto de poder comparar ambas señales.

El micrófono estaba conectado a un circuito que a su vez se conectaba a una fuente de 12V para permitir su funcionamiento.

Un inconveniente que surgió durante el armado del dispositivo fue el hecho de que existía un importante acople sobre la señal del micrófono debido a ruidos. Por este motivo, se diseñó un filtro pasabajos y un amplificador de manera de aumentar la señal, disminuyendo así el efecto del ruido sobre la señal de interés.

Una vez superado este inconveniente, se comenzaron a buscar las frecuencias de resonancia de la botella vacía, para ello se buscó en el osciloscopio la frecuencia a la cual la amplitud de la señal proveniente del micrófono se hacía máxima. Una vez hallada se procedió a repetir el procedimiento con diferentes alturas de la botella (L'), variando la misma agregando agua en forma gradual.

Una vez halladas las frecuencias respectivas a cada altura, se procedió al cálculo indirecto de la velocidad del sonido.

III. Análisis de datos

Para poder calcular la velocidad del sonido midiendo para ello las frecuencias de resonancia de la botella para cada altura, fue necesario tomar mediciones de algunos parámetros geométricos de la cavidad, a saber: la longitud y las áreas del cuerpo de la

botella (L y A respectivamente) y del cuello de la misma (l y a respectivamente). Para conocer éstos parámetros se realizó el siguiente procedimiento: se comenzó con la botella vacía, agregando repetidamente volúmenes constantes de agua, ΔV_0 y midiendo simultáneamente el valor de la altura L' . Luego se graficó V en función de L' , obteniendo como resultado la figura N°2, en la cual se pueden observar dos rectas de pendientes marcadamente diferentes, que corresponden a las áreas, y un punto de intersección que marca una medida aproximada de l y L .

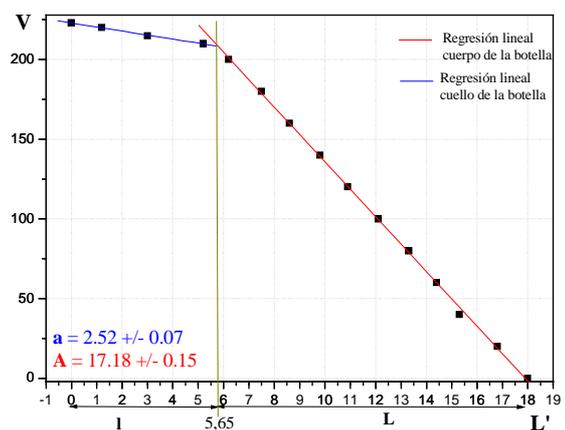


Fig. N°3: Gráfico de V vs L' del que se obtienen los valores de la geometría de la botella

De esta manera los resultados obtenidos para las mediciones de la geometría de la botella fueron:

$$\begin{cases} l = (5,60 \pm 0,10)cm \\ L = (12,40 \pm 0,10)cm \\ a = (2,52 \pm 0,07)cm^2 \\ A = (17,18 \pm 0,15)cm^2 \end{cases}$$

Utilizando estos datos y habiendo obtenido ya los valores de resonancia para cada altura, se realizó un gráfico de

f_o^2 en función de $\frac{a}{4\pi^2 l A(L-l)}$ (Fig. N°4), del que se obtuvo el valor de C^2 (velocidad del sonido), como lo indica la ecuación (8). Para realizar este ajuste y calcular los errores los datos fueron pesados con el factor $W_i = 1/E_i^2$, donde E_i es el error absoluto de cada dato ⁽³⁾.

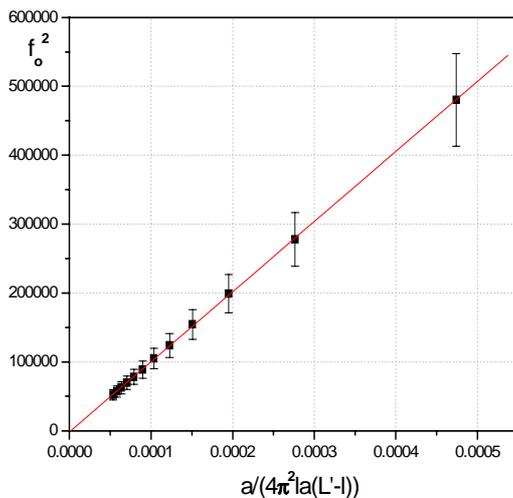


Fig. N°4: Gráfico que muestra mediante una regresión lineal la velocidad del sonido encontrada

El valor obtenido para C^2 fue de $C^2 = (1,03 \pm 0.02) 10^5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ con una correlación de 0,99995. Esto da un valor para C de $(320 \pm 3) \text{ m/s}$.

IV. Conclusiones

La linealidad observada en los gráficos precedentes, con muy alto factor de correlación, y el hecho de que el valor obtenido para la velocidad del sonido sea del orden del esperado indicaría que el modelo ideado por Helmholtz describe bien el fenómeno estudiado ⁽⁴⁾. Sin embargo, el valor de C obtenido no concuerda con el tabulado que es de 341 m/s para una temperatura de $18 \text{ }^\circ\text{C}$.

Esto podría deberse a que las condiciones en el laboratorio no eran las adecuadas para usar ese valor tabulado, o a algún error en la toma de datos o estimación del error.

Un echo a tener en cuenta para ser mejorado, y que fue la principal fuente de error, es la cantidad de ruido en la señal recibida por el micrófono que dificultaba la determinación de las frecuencias de resonancia. Este ruido, aunque reducido, seguía dificultando la medición a pesar de haberse colocado filtros. Parte de este problema puede haberse debido a la baja calidad del micrófono y del parlante utilizados. Debido a esto, se propone otro método para determinar las frecuencias de resonancia cuya sensibilidad habría que probar. Soplando por el borde de la botella haciéndola vibrar y utilizando un micrófono, se toma la señal del sonido emitido con la MPLI. A continuación, mediante un análisis de Fourier a esta señal se encuentra un pico en la frecuencia de resonancia de la botella.

Referencias

- (1) **Ondas** - Mc Graw Hill, New York, 1968
- (2) **Guía de Laboratorio 5** -Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.
- (3) **Física re-Creativa S. Gil y E. Rodríguez.** *Métodos cuantitativos de análisis gráficos. Cap.3.3.*
- (3) www.fisicareativa.com. **S. Gil y E. Rodríguez.** Análisis avanzado bondad de ajuste simulaciones.