

Dinámica relativista: colisiones de fotones y electrones, efecto Compton y masa en reposo del electrón

Laboratorio 5, Cátedra del Dr. S. Gil, Dpto. de física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, U.B.A.

Franco Fiorini¹ Pablo Bellino²

¹ e-mail: grupodetransfgral@yahoo.com.ar

² e-mail: pablobx@yahoo.com

Presentado para corrección el día 28 de Febrero de 2002

Resumen Analizando distintos espectros de radiación de fuentes emisoras de rayos gama, se contrastó la dinámica clásica frente a la relativista como modelo de la interacción entre fotones y electrones (efecto fotoeléctrico y efecto Compton). También se encontró el valor de la energía en reposo del electrón con un error del 4 % y se analizó la relación que guardan distintos parámetros del electrón, como su energía y su impulso, en función de su velocidad.

1. Introducción

El efecto Compton se produce al incidir fotones de rayos gama sobre un material que contiene un gran número de electrones cuasi-libres (esto es, con energía de ligadura mucho menor que la del fotón incidente). En este caso el estado final luego de la colisión está compuesto del electrón y un nuevo fotón, entre los cuales se reparte la energía del fotón incidente, situación necesaria debido a la ley de conservación del impulso y la energía. En este experimento, estas interacciones se producen entre la radiación gama emitida por una muestra dada y el dispositivo de detección, que describiremos en la próxima sección.

Para el caso particular de una colisión unidimensional, es decir cuando el fotón creado sale en una dirección que forma 180° con la incidente, la conservación del momento lineal y de la energía imponen una condición, válida tanto en la teoría clásica como en la relativista, definida por:

$$p_e c = 2 E_\gamma - T \quad (1)$$

aquí E_γ es la energía del fotón incidente y p_e y T son el momento y energía cinética del electrón respectivamente. Llegado a este punto es menester hacer evidente la relación clásica que vincula a T con p_e :

$$T = \frac{p_e^2}{2 m_{nr}} \quad (2)$$

Con esta expresión es fácil demostrar [ver S. Gil y E. Rodríguez ; 2001] que la masa no relativista del electrón m_{nr} cumple la ecuación:

$$m_{nr} c^2 = \frac{(2 E_\gamma - T)^2}{2 T} \quad (3)$$

De esta manera, es posible tener la masa del electrón en la aproximación clásica, en términos de E_γ y de la energía cinética T de los electrones luego de una interacción Compton. Por otro lado, la expresión relativista entre el momento y la energía cinética viene dada por:

$$T = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (4)$$

donde m_0 es la masa del electrón en reposo. Teniendo en cuenta esto último junto con la ecuación (1), resulta fácil obtener el análogo relativista de la ecuación (3):

$$m_0 c^2 = \frac{2 E_\gamma (E_\gamma - T)}{T} \quad (5)$$

Otras relaciones relativistas que serán analizados a lo largo de este informe son los parámetros β y γ , que pueden escribirse en término de las cantidades E_γ y T como sigue:

$$\beta = \frac{T(2E_\gamma - T)}{T^2 - 2E_\gamma T + 2E_\gamma^2} \quad (6)$$

$$\gamma = 1 + \frac{T^2}{2E_\gamma(E_\gamma - T)} \quad (7)$$

2. Desarrollo del experimento

2.1. Dispositivo experimental

En la **Figura 1** se observa un esquema del dispositivo utilizado en esta práctica, el cual consta de una fuente radiactiva con su blindaje, un detector de centelleo acoplado a un fotomultiplicador (PMT), una fase amplificadora y conformadora de la señal y un analizador multicanal.

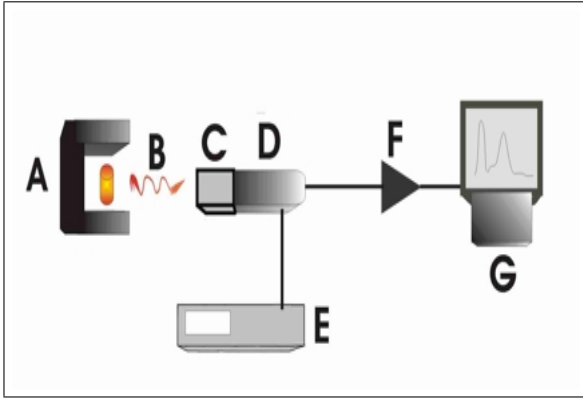


Figura 1: Esquema del dispositivo utilizado, el cual consiste en: (A) Blindaje de Pb, (B) Fuente emisora, (C) Detector de NaI(Tl), (D) Fotomultiplicador, (E) Fuente de alta tensión, (F) Amplificador y (G) Analizador multicanal.

El detector de centelleo posee un cristal de NaI dopado con Tl, que interactúa con los rayos provenientes de la fuente radioactiva. Los mecanismos de interacción para el rango de energías con que se trabajó son esencialmente dos: a bajas energías (rayos x y rayos γ de hasta 1 KeV) predomina el efecto fotoeléctrico mientras que a energías intermedias (rayos γ) el efecto Compton es el que prevalece. En la interacción, el fotón incidente cede toda o parte de su energía excitando a los átomos del detector. Luego de ser excitados, los átomos decaen emitiendo fotones en el espectro visible. Estos fotones inciden sobre el cátodo del fotomultiplicador, emitiendo electrones por efecto fotoeléctrico. Luego, los fotoelectrones son acelerados hacia los dínodos (electrodos), donde se producen electrones por emisión secundaria, por lo que a la salida del PMT se obtiene un pulso de tensión que es proporcional a la energía del rayo gamma emitido por la fuente radiactiva. A la salida del detector los pulsos son conformados y amplificados con un amplificador espectroscópico, y enviados a un analizador de altura de pulsos asociado a un conversor analógico-digital. Estas señales digitalizadas son seguidamente tomadas por un multicanal que realiza un análisis de la altura del pulso y la convierte en un número (canal). Así, en la última etapa se genera un histograma del número de cuentas en función del canal, por lo que es frecuente que el número de canal sea proporcional a las alturas de los pulsos, es decir a la energía de los rayos γ o rayos x .

En la **Figura 2** se observa un espectro característico de rayos gamma, que se distingue por el fotopico (correspondiente al caso en que toda la energía del fotón incidente queda en el detector), y una meseta Compton. Esta meseta se debe a que a menudo el electrón deja toda su energía en el detector, mientras que el fotón producido en la interacción Compton se escapa del mismo. Por esta razón la meseta aparece siempre a energías menores que la del fotopico.

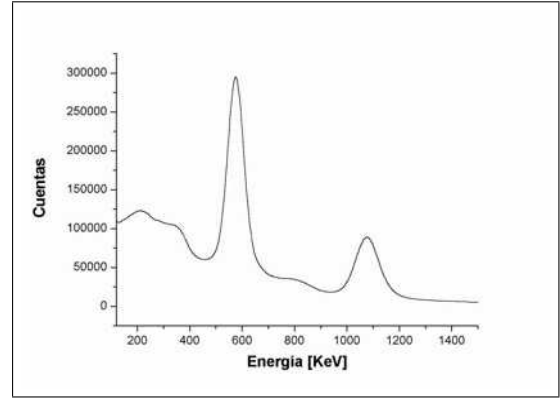


Figura 2: Espectro característico de rayos gamma, en este caso es de ^{207}Bi donde se observan los dos fotopicos con sus respectivos bordes Compton.

El continuo de la meseta se debe a que la energía de los electrones eyectados por la interacción, varía según el ángulo en que sale el fotón secundario. Así, si el fotón secundario escapa a 180° de la dirección incidente, el electrón eyectado tendrá la máxima energía disponible, por lo que el borde Compton es un indicador de la máxima energía impartida a un electrón en una interacción Compton. Teóricamente el borde presenta un pico agudo y una caída instantánea al sobrepasar la energía máxima. Empero, al observar la **Figura 2** se aprecia un borde Compton con su extremo redondeado y con un decaimiento en pendiente. Esto es así debido a la energía de ligadura que poseen los electrones del detector antes de la interacción con el fotón, energía que no fue tomada en cuenta al hacer el desarrollo teórico donde se supuso que la dispersión se producía con electrones libres.

En suma, del análisis precedente se puede concluir concluir que la energía del fotopico del espectro de rayos gamma está asociada a la energía de los fotones incidentes (E_γ), mientras que la energía asociada al borde Compton es la energía máxima de los electrones eyectados en la interacción. De este modo el experimento consiste en estudiar experimentalmente la relación entre E_γ y T .

2.2. Análisis del espectro

Para este experimentos se utilizaron cinco fuentes emisoras de rayos gamma: ^{133}Ba , ^{137}Cs , ^{207}Bi , ^{22}Na y ^{60}Co . Con esta elección se logró abarcar un rango de energías entre los 350 y 1350 KeV, permitiendo que los electrones que colisionaran frontalmente salieran con energías menores y mucho mayores que su masa en reposo (511 KeV).

El primer paso a tomar fue la calibración del multicanal, ya que en un principio se tuvo un histograma que solo indica la cantidad de cuentas de cada canal. Para este propósito se le asignó al canal correspondiente a cada fotopico de los espectros, su valor de energía ya tabulado [ver C.M. Lederer et al ; 1978]. La determinación del fotopico se realizó con un ajuste Gaussiano en la parte del pico situada dentro de la desviación estándar. El error en

este proceso fue tomado como la incerteza del ajuste hecho para determinar el centro de la campana.

La determinación del borde Compton requirió de un análisis mas detallado pues, como se mencionó anteriormente, este borde presenta un aspecto redondeado dificultando así su exacta ubicación. En este caso, el criterio utilizado se basó en una simulación numérica [ver P. Jolivet y N. Rouze ; 1994], cuyo resultado indica que la altura del borde Compton y_c cumple con la relación:

$$\frac{y_c - y_b}{y_m - y_b} = 0,54 \quad (8)$$

donde y_b es la altura de la base del pico e y_m es la altura máxima del mismo. Al error en esta determinación se le asigna un valor de $\Delta y_c = 0,04(y_m - y_b)$. Una vez obtenido el valor de la altura del borde Compton, se buscó el canal correspondiente a dicha altura mediante una interpolación lineal de los canales adyacentes al mismo.

3. Análisis de los Resultados

Mediante el dispositivo expuesto anteriormente se adquirieron los espectros de las cinco muestras disponibles en el laboratorio. Se observó que hubo casos en donde el detector no fue capaz de resolver algunos picos muy próximos de energía. Sucedió así entre los picos 303 KeV y 356 KeV del ^{133}Ba donde se analizó solamente la parte superior del pico de 356 KeV. En el caso del ^{60}Co , el borde Compton del pico de 1333 KeV se superpuso con el fotopico de 1173 KeV impidiendo su determinación.

Una vez obtenidos los canales de cada fotopico se los graficó en función de sus energías para la calibración del multicanal. Los puntos de dicho gráfico fueron ajustados linealmente por el método de cuadrados mínimos de donde se obtuvo la fórmula de calibración. El coeficiente de correlación lineal del ajuste fue de 0.99998, indicando así la linealidad del detector en el rango de trabajo. Posteriormente se calcularon las energías de los bordes Compton de acuerdo a la ecuación 8 con su respectivo error, además del error proveniente de la calibración. La **Tabla 1** muestra los resultados obtenidos.

Fuente	E_γ [KeV]	T [KeV]	ΔT [KeV]
^{60}Co	1173.2	975	40
^{22}Na	1274.50	1031	30
^{22}Na	511.00	342	28
^{207}Bi	1063.6	843	30
^{207}Bi	569.150	380	30
^{137}Cs	661.661	467	30
^{133}Ba	356.014	197	28

Tabla 1: Tabla de las fuentes utilizadas con sus E_γ teóricas [ver C.M. Lederer et al ; 1978] y los valores calculados del borde Compton.

De aquí en mas se procederá a analizar los resultados obtenidos, usando tanto el modelo clásico como el relativista, para concluir cual de ellos enmarca los fenómenos que han sido medidos.

En primera instancia se graficó T en función de la energía Compton, la relación que cumplen estos parámetros puede deducirse a partir de la ecuación 5 siendo $T = 2E_\gamma^2/(E_\gamma + m_0c^2)$. Con esta última expresión fueron ajustados los datos, dando como resultado $m_0c^2 = 522 \pm 23 \text{ KeV}$, valor que coincide con la energía en reposo del electron.

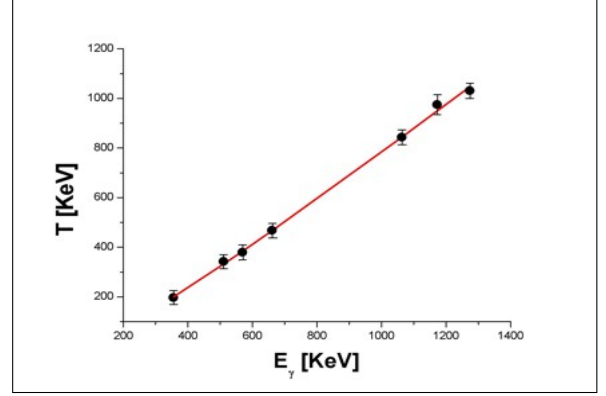


Figura 3: Gráfico de la energía cinética del electron en función de la energía Compton. Realizando un ajuste no lineal se obtuvo $m_0c^2 = 522 \pm 23 \text{ KeV}$

Al hacer el gráfico de la masa no relativista en función de la energía cinética del electrón (ver ecuación 3), se comprobó que esta masa no es constante. En la **Figura 4** se observa dicho gráfico que fue ajustado linealmente por cuadrados mínimos ponderados en ambas variables dando una ordenada al origen de $543 \pm 39 \text{ KeV}$ y una pendiente de $0,49 \pm 0,06$, de acuerdo a la fórmula experimental $m_{nr}c^2 = m_0c^2 + T/2$. Este resultado es una clara demostración que el modelo clásico pierde validez frente a este tipo de interacciones.

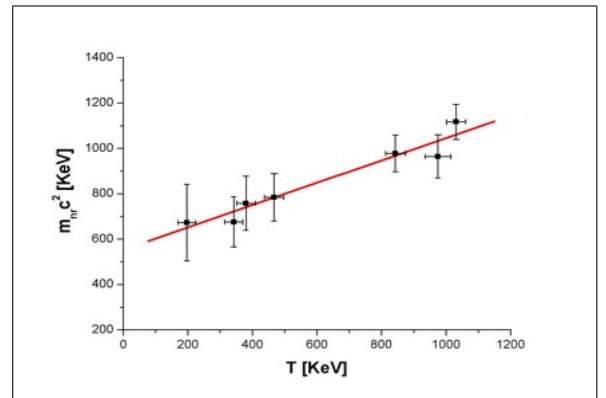


Figura 4: Masa no relativista en función de la energía cinética. Se ajustó linealmente por cuadrados mínimos ponderado en ambas variables.

Si ahora observamos la **Figura 5** donde se graficó m_0c^2 en función de T (ver ecuación 5), vemos que lo que permanece constante (dentro del error experimental) es la energía en reposo del electron. Los puntos fueron ajustados por una constante que dio como resultado $551 \pm 44 \text{ KeV}$.

Se tiene entonces que el modelo relativista es el mas adecuado para explicar los resultados obtenidos.

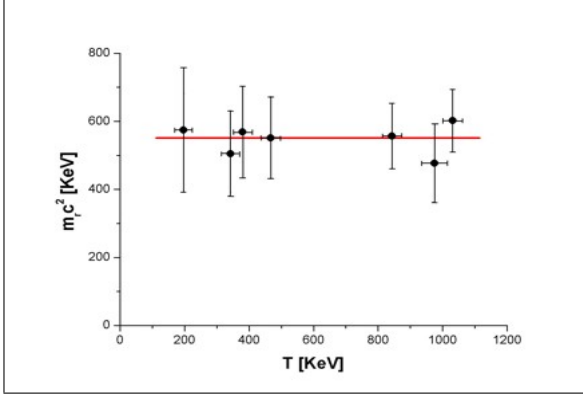


Figura 5: Gráfico de la energía en reposo del electron en función de su energía cinética. El ajuste fue hecho utilizando cuadrados mínimos y despreciando la incerteza de T ,

También fue posible graficar distintas relaciones relativistas como ser la relación que guarda el impulso del electrón. En el **Figura 6** se puede observar dicha relación, donde además se ajustaron los datos según la expresión teórica $pc = \gamma\beta m_0 c^2$, y se obtuvo la energía en reposo con un valor de $540 \pm 40 \text{ KeV}$

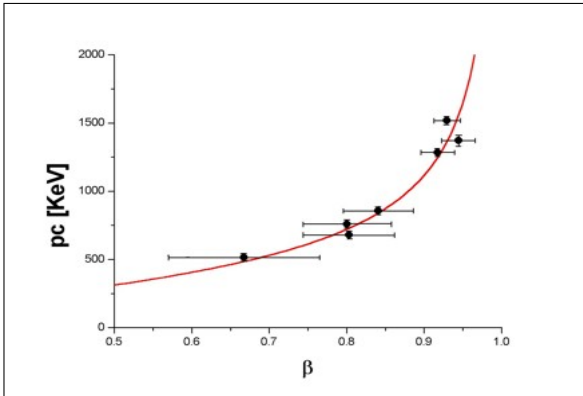


Figura 6: Momento del electron en función de β , con la curva obtenida de hacer su ajuste ponderando con los errores de β .

Por último, en la **Figura 7** se puso a prueba la relación entre los parámetros γ y β . Se realizó un ajuste no lineal con la fórmula $\gamma = (a - b\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$, los factores de peso fueron $\sqrt{(\Delta\beta)^2 + (\Delta\gamma)^2}$. Los valores obtenidos de dicho ajuste fueron: $a = 1,00 \pm 0,01$ y $b = 0,99 \pm 0,02$.

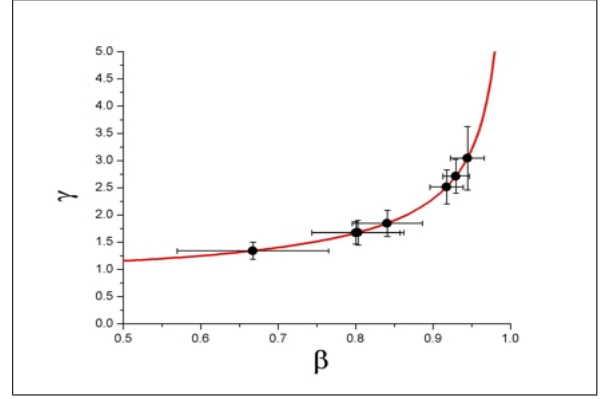


Figura 7: Gráfico entre los parámetros γ y β junto con el ajuste realizado.

4. Conclusiones

En este trabajo se contrastaron ideas de la física clásica con la relativista, y se encontró que los fenómenos de choque entre fotones y electrones requieren dejar de lado la dinámica clásica para tomar la relativista. Se encontró que la energía en reposo del electrón posee un valor de $522 \pm 23 \text{ KeV}$. Finalmente se corroboraron varias relaciones de la física relativista, tales como la dependencia de E , pc y γ con β , que ayudan a una mejor comprensión de la misma.

Referencias

- Jolivet P. y Rouze N. *Compton scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment*. Am. J. Phys. **62** (3), 266 (1994)
- Gil S. y Rodriguez E. *Física re-creativa*. (Prentice Hall, 2001)
- Lederer C. et al. *Table of Isotopes, 7th Ed.* (John Wiley and Sons, New York, 1967)