

Estudio de la propiedades mecánicas de un parlante mediante un interferómetro de Michelson

Laboratorio 5, Cátedra del Dr. S. Gil, Dpto. de física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, U.B.A.

Pablo Bellino¹ Franco Fiorini²

¹ e-mail: pablobx@yahoo.com

² e-mail: grupodetransfgral@yahoo.com.ar

Presentado para corrección el día 28 de Febrero de 2002

Resumen Mediante un arreglo sencillo del clásico interferómetro de Michelson, en el presente informe se analizará la respuesta de la amplitud del cono de un altavoz en función de la tensión suministrada, como así también su respuesta frente a cambios de frecuencia (resonancia). Se comprobó que modelando al parlante como a un oscilador forzado con amortiguamiento, se logra una muy buena concordancia con los resultados experimentales.

1. Introducción

Desde que Michelson y Morley usaron este dispositivo en 1887 para refutar la entonces en boga teoría del éter, el interferómetro de Michelson es posiblemente el instrumento más difundido en lo que respecta a mediciones precisas de distancia (del orden de $50 \eta m$). A partir del advenimiento del LASER, la calibración del interferómetro se volvió más sencilla (debido a la gran longitud de coherencia de este último), otorgándole una enorme versatilidad. En esta oportunidad el dispositivo se utiliza para medir la linealidad de la amplitud del cono de un parlante respecto de la tensión de alimentación, y para analizar la resonancia del mismo, es decir, caracterizar la variación de la amplitud en función de la frecuencia.

El análisis de la resonancia del parlante fue hecho en base al modelo mecánico de un oscilador forzado con rozamiento [ver P. Nachman et al ; 1997] cuyo desplazamiento x obedece la siguiente ecuación diferencial:

$$m \ddot{x} + m \gamma \dot{x} + m \omega_0^2 x = F \cos(\omega t) \quad (1)$$

aquí ω_0 es la frecuencia natural de oscilación del parlante, ω es la frecuencia del forzado (será la frecuencia de la señal de alimentación del parlante), m es la masa de la parte móvil del parlante y F es la fuerza que se ejerce sobre el mismo. Esto dos últimos parámetros carecen de valor a los efectos de este experimento, por lo cual no serán analizados.

La solución de la ecuación 1 es:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (2)$$

donde la amplitud de la oscilación viene dada por:

$$A(\nu) = \frac{1}{4 \pi^2} \frac{F}{m} \frac{1}{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \left(\frac{\gamma}{2\pi} \nu\right)^2}} \quad (3)$$

con las relaciones $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ y $\omega = 2\pi\nu$. Los parámetros que caracterizan al oscilador son su coeficiente de amortiguamiento $\Gamma = \gamma/2\pi$ y su factor de mérito $Q = \nu_0/2\Gamma$, que mide cuán bien el parlante sintoniza a esa frecuencia.

2. Descripción del experimento

En la figura 1 se aprecia un diagrama esquemático del interferómetro de Michelson adaptado a nuestros propósitos. Este dispositivo se basa en la división de el frente de onda incidente mediante un divisor de haz colocado a 45° en la dirección del rayo incidente. Parte de la luz incidente se refleja hacia el espejo e1, parte se transmite hacia e2, luego de sufrir una reflexión en los espejos, retornan al divisor de haz que los colecta formando el rayo emergente que es proyectado sobre una pantalla [ver S. Gil y E. Rodriguez ; 2001]. Se observará interferencia cuando la distancia de los espejos al divisor sea diferente entre los dos caminos ópticos.

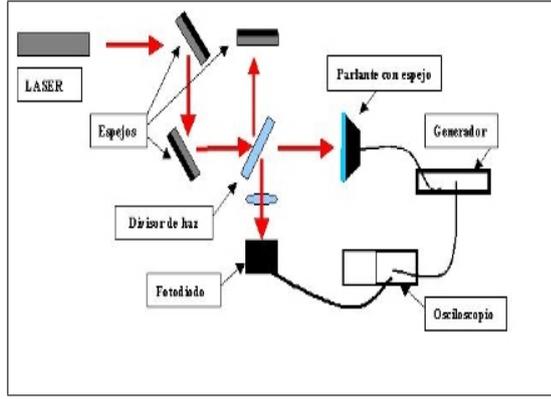


Figura 1: Esquema experimental del dispositivo utilizado.

La fuente de luz utilizada es un LASER de He-Ne ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) con 1 mW de potencia. Todos los espejos y el parlante poseían un control de paralelismo y posicionamiento micrométrico que facilitó la alineación del interferómetro. Entre el divisor de haz y el fotodiodo fue necesario colocar una lente que permitiera aumentar las dimensiones de los anillos, y así poder conseguir una mejor resolución de los mismos. El altavoz es alimentado por un generador de funciones cuya salida también se conecta a un osciloscopio junto con la señal proveniente del fotodiodo.

De acuerdo a las fórmulas de superposición de los rayos [ver F. Crawford ; 1994] se obtiene que la intensidad total colectada en el fotodiodo será el valor medio de la suma de las intensidades de los haces incidentes sobre ella:

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (4)$$

y la diferencia de fase δ podrá escribirse como:

$$\delta(t) = \frac{2\pi}{\lambda} 2x(t) \quad (5)$$

donde λ es la longitud de onda del LASER y $x(t)$ es la diferencia entre las longitudes de los brazos del interferómetro. La dependencia temporal se hace explícita, pues si en lugar de uno de los espejos colocamos un parlante con una porción de su cono espejado y lo alimentamos con una señal sinusoidal, entonces la diferencia de longitudes será función del tiempo. Teniendo en cuenta lo recién mencionado junto con la ecuación 2, la expresión final de la intensidad total sobre el fotodiodo queda:

$$I(t) = I_0 \cos^2\left[\frac{2\pi}{\lambda} A \cos(\omega t + \phi)\right] \quad (6)$$

3. Resultados

Para poner a prueba la linealidad de la amplitud del parlante respecto de la tensión aplicada, se mantuvo constante la frecuencia del parlante en 100 Hz y se varió la tensión del mismo entre el rango de 215 mV a 1100 mV . En la **Figura 2** se muestran las señales adquiridas para dos tensiones diferentes.

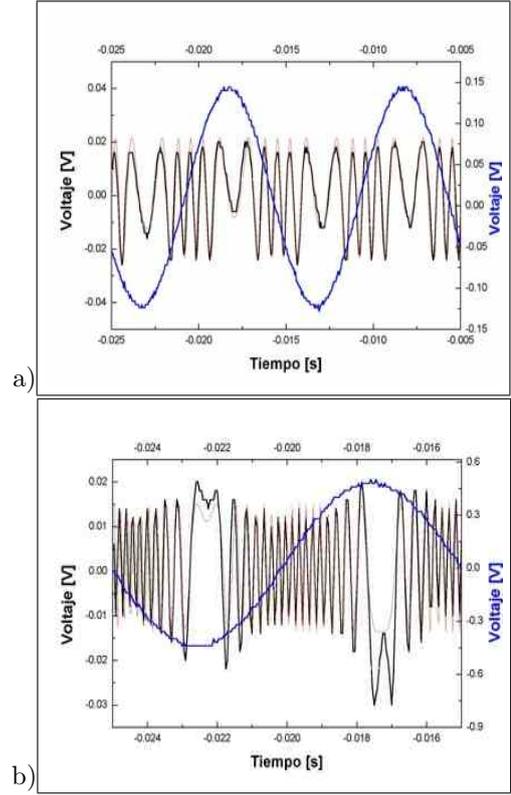


Figura 2: Gráficos de las señales medidas en el osciloscopio. Azules son las provenientes del generador de funciones, y negras las detectadas por el fotodiodo. Las curvas rojas son ajustes teóricos.

En el primer gráfico se utilizó una tensión de 216 mV , mientras que para el segundo fue de 960 mV . Este hecho se ve claramente en la cantidad de oscilaciones que presenta la señal proveniente del fotodiodo, siendo mayor cuando la amplitud del parlante lo es, ya que desfilan más franjas de interferencia durante un periodo.

Con el objeto de obtener la amplitud del parlante (A), se ajustó en cada caso la señal obtenida con la expresión teórica dada por la **ecuación 6**. Para el ajuste se dejaron a los tres parámetros libres I_0 , A y ϕ , la causa de dejar I_0 como parámetro libre fue porque hubo casos en que la señal no poseía una amplitud constante (ver **figura 2 b**), sin embargo esto último no influyó en el cálculo de la amplitud A que definía la cantidad de oscilaciones de la señal independientemente de su amplitud.

Los resultados obtenidos fueron graficados en función de la tensión aplicada al parlante como se observa en la **Figura 3**, y además fueron ajustados linealmente por cuadrados mínimos para ver cuán bien se ajustaban a una recta. El coeficiente de correlación entre las variables es de $\rho = 0,99987$.

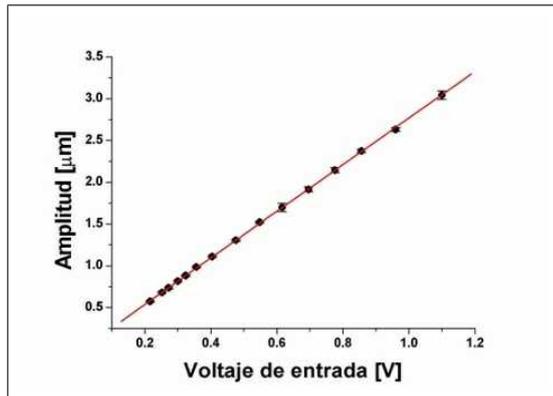


Figura 3: Amplitud del parlante en función del voltaje de entrada del mismo, con su respectivo ajuste lineal. La frecuencia fue de 100 Hz .

En la segunda parte del experimento se analizó la curva de resonancia del parlante, para ello se dejó fija a la tensión de entrada y se varió la frecuencia de la señal. El proceso para calcular la amplitud es similar al descrito anteriormente, una vez realizado se graficó el cuadrado de la amplitud del parlante en función del cuadrado la frecuencia (ver **Figura 4**). Estos datos fueron ajustados de acuerdo con la **ecuación 3**).

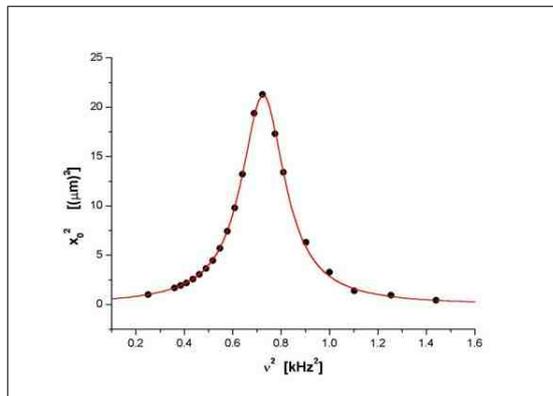


Figura 4: Gráfico del cuadrado de la amplitud en función del cuadrado de la frecuencia. Se observa el comportamiento resonante que fue ajustado con la función teórica.

El ajuste dio como resultado una frecuencia de resonancia de: $\nu_0 = 856 \pm 1\text{ Hz}$. Además, con el mismo ajuste fue posible estimar el coeficiente de amortiguamiento dado por $\Gamma = \gamma/2\pi$, que define la calidad o agudeza de la curva de resonancia. Se obtuvo que $\Gamma = 199 \pm 2\text{ Hz}$. Finalmente con los dos últimos resultados fue posible calcular el factor de mérito del oscilador. El valor obtenido resultó ser $Q = 2,04 \pm 0,02$. Por otro lado, la amplitud del parlante en el pico de resonancia resultó ser $4,7 \pm 0,2\ \mu\text{m}$.

4. Conclusiones

En este trabajo se mostró una aplicación sencilla aunque útil del interferómetro de Michelson, logrando unir

conceptos ópticos con mecánicos. Como fue visto, el parlante se comporta linealmente respecto de la tensión de entrada en un rango de $0,2$ a $1,2\text{ V}$ y a frecuencia fija y lejana a la de resonancia. El modelo del oscilador resultó adecuado para la descripción del fenómeno resonante, obteniendo una frecuencia de resonancia de $\nu_0 = 856 \pm 1\text{ Hz}$, con un factor de mérito de $Q = 2,04 \pm 0,02$.

Un complemento interesante sería caracterizar las consecuencias debidas al efecto Doppler, ignoradas en los cálculos anteriores. Sin embargo se realizaron medidas concretas para observar dicho efecto, que por necesitar de un análisis más laborioso no fueron incluidas en este informe.

Referencias

- Crawford F. *Ondas*. (Reverté, Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México,1994)
- Gil S. y Rodriguez E. *Física re-creativa*. (Prentice Hall,2001)
- Hetch H. y Zajac A. *Optica*. (Fondo educativo interamericano S.A.,1977)
- Nachman P., Pellegrino P. y Bernstein A. *Mechanical resonance detected with a Michelson interferometer*. Am. J. Phys. **65**, 441 (1997)