

Efecto Doppler lineal y angular

Laboratorio 5.- Departamento de Física - Universidad de Buenos Aires.

Di Lorenzo, F. fjdl@yahoo.com y Lazarte, A. alelazarte@yahoo.es

Estudiamos la relación entre los fenómenos conocidos como efecto Doppler lineal y angular; que consisten en un cambio en la frecuencia de la luz debido a las leyes de conservación de los impulsos lineal y angular de la luz respectivamente. Este cambio se produce al cambiar la luz el sentido de su impulso en un elemento que se mueve con una determinada velocidad. Empleamos un interferómetro de Michelson con un brazo móvil para comparar las dependencias funcionales de ambos efectos con la velocidad de dicho brazo, llegando a la conclusión de que ambos fenómenos tienen un comportamiento similar.

Introducción

La luz es una onda electromagnética transversal. La forma de oscilación del campo eléctrico determina el estado de polarización. Si el campo eléctrico rota en algún sentido sobre el plano perpendicular a la dirección de propagación, entonces se llama circularmente polarizada.

La mecánica cuántica llega al resultado de que la luz circularmente polarizada, de longitud de onda λ , posee un momento angular determinado; siendo $\lambda/2\pi$ multiplicado por el impulso lineal. Este último está dado por $h\nu/2\pi = h\nu/2\pi c$, siendo ν la frecuencia de la luz y c su velocidad en el vacío. El momento angular de luz circularmente polarizada, en la dirección de propagación, es un autoestado del operador L_z , tomando los autovalores $\pm h$ (donde los signos indican el sentido de la polarización), además es una constante de movimiento.

Efecto Doppler Lineal Vs. Angular

Consideremos el caso de que la fuente se mueve con un movimiento de traslación en la dirección de propagación. Se espera un corrimiento de la frecuencia natural de la fuente debido a la conservación del momento lineal de la luz. Este efecto es el llamado efecto Doppler lineal; utilizando la aproximación de que el cociente $u/c \ll 1$, y si la fuente se encuentra con velocidad \mathbf{u}_r , y actúa tanto como un observador y una fuente en movimiento el cambio de frecuencia observado es de

$$\Delta\nu = 2 \cdot \left(\frac{u_r}{\lambda_0} \right) \quad (1)$$

donde λ_0 es la longitud de onda de la luz (ver referencia 3).

Si luz circularmente polarizada pasa a través de una lamina de $\lambda/2$ con un movimiento de rotación, se produce un cambio de polarización de derecha a izquierda o viceversa, y un cambio de frecuencia debido a la conservación del momento angular de la luz en la dirección de propagación.

La lámina de $\lambda/2$ posee un movimiento de rotación, por la conservación del momento angular y la energía, se llega a que la luz cambia de frecuencia de acuerdo con:

$$\Delta n = 2\Omega_{rot} \quad (2)$$

Donde Ω_{rot} es la frecuencia de rotación de la lámina (ver referencia 2).

De acuerdo a (1) y a (2) por la conservación de los momentos, lineal y angular respectivamente, el cambio de frecuencia observada depende de la velocidad de traslación o rotación según el caso. La diferencia principal es que en el caso lineal la variación depende de la longitud de onda mientras que no sucede así en el otro caso.

Experimentos

La verificación de los resultados anteriores se realizara por medio del interferómetro de Michelson-Morley. Para el estudio del efecto Doppler lineal, en uno de los brazos del interferómetro colocaremos un parlante que permita hacer vibrar a uno de los espejos generando un movimiento de traslación periódico. De esta forma, se deberá observar una modulación sobre el patrón de la distribución de intensidades debido al cambio de frecuencia. Para el efecto Doppler angular, usaremos un chopper para poner a rotar una lámina de cuarto de onda en uno de los brazos. De esta manera, el haz de luz cambia su sentido de polarización y su frecuencia. Al volverse a juntar con el otro haz (cuya polarización fue invertida por una lámina estática) se observará un batido en el patrón de interferencia al igual que en el caso lineal.

Como fuente de luz se utiliza un láser de diodos de 670 nm de longitud de onda y una potencia de 5 mW, aproximadamente.

Se muestra el primer experimento en la figura 1, donde el movimiento de traslación periódico se genera por un parlante de baja potencia. Este es excitado por medio de una onda triangular de frecuencia y amplitud conocida, de esta forma el parlante se desplaza con velocidad constante para así comparar la modulación de la señal con el movimiento del espejo adosado al parlante. Utilizamos una amplitud de 3 Vpp y un rango de frecuencia entre 10 hasta 75 Hz, usamos estos parámetros porque al calibrar el desplazamiento del parlante comprobamos que la amplitud de oscilación se mantenía constante en este rango.

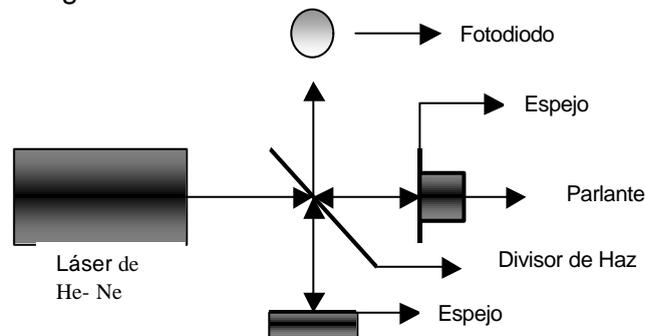


Figura 1: Dispositivo experimental utilizado para el experimento 1. Destinado a la verificación del Doppler lineal

El patrón de interferencia resultante al reunir los haces es detectado por un fotodiodo y adquirido por la computadora donde se analiza.

Segunda Parte: efecto Doppler angular

Para el segundo experimento realizamos modificaciones sobre el dispositivo anterior. Se ha utilizado un láser de He-Ne de 632,8 nm, con una potencia de 15 mW aproximadamente, debido a que al interponer más elementos ópticos la pérdida de intensidad es mucho mayor. Ver figura 2.

En primer lugar con el polarizador y la lámina de cuarto de onda obtenemos luz circularmente polarizada. Luego ambos haces atraviesan una lámina de cuarto de onda dos veces de manera de invertir la polarización de los haces. Una de estas láminas es rotada junto con el espejo correspondiente a su brazo. El soporte utilizado consiste en dos marcos de los usados para alinear los espejos sujetos al eje de un chopper. De esta manera es posible alinear el interferómetro aún si el eje de rotación del chopper no está perfectamente alineado con el haz de luz. Nuevamente la adquisición de datos se realizó con un fotodiodo conectado a la PC.

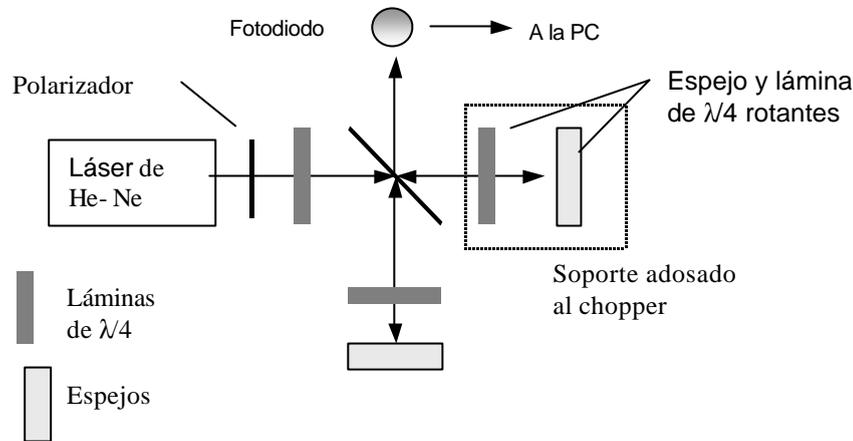


Figura 2: dispositivo empleado para estudiar el efecto Doppler angular.

Resultados y Análisis

Medimos los patrones de interferencia obtenidos con una señal triangular para una docena de frecuencias en el rango de los 10 a los 75 Hz, donde habíamos visto que la amplitud de oscilación se mantenía constante. Luego calculamos la velocidad del parlante considerando su amplitud de oscilación y su frecuencia. Cabe recalcar que, para determinar la amplitud del movimiento se empleó una onda sinusoidal de las mismas características que la triangular empleada y que suponemos que la amplitud de oscilación es la misma para ambos tipos de ondas. El método empleado es el descrito en la referencia 4.

Analizamos la señal medida durante medio período de la señal triangular, ya sea cuando el parlante se aleja o cuando se acerca. Mediante un análisis de Fourier (FFT) determinamos la frecuencia de batido de la señal y graficamos esa frecuencia contra el valor de u/λ . Los resultados se resumen en el gráfico 1.

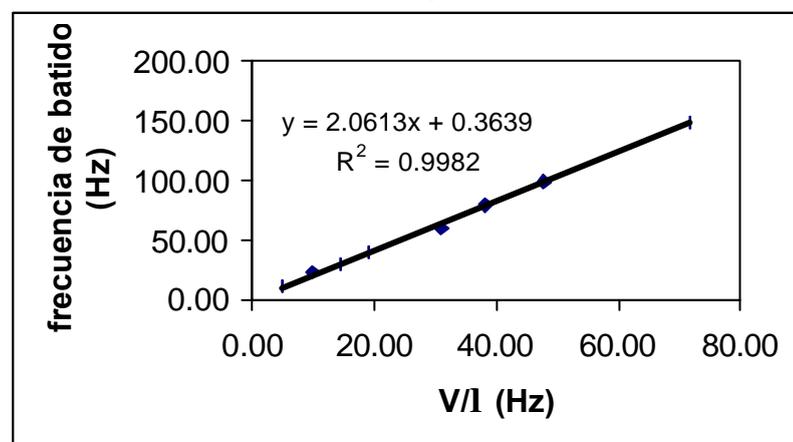


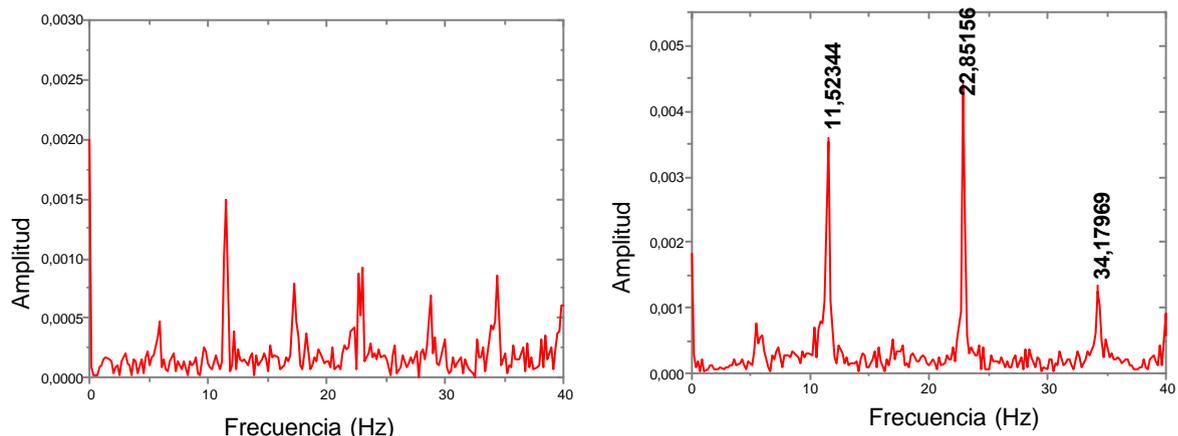
Gráfico 1: datos de la frecuencia de batido en función de la velocidad del parlante, se realizó un ajuste lineal de los datos y la pendiente resultante es $2,06 \pm 0,07$.

El ajuste de los puntos por una recta dio una pendiente de $2,06 \pm 0,07$ siendo el valor esperado 2 de acuerdo con la fórmula 1. Cabe destacar que el valor obtenido del FFT como frecuencia principal corresponde a dos veces la frecuencia de batido. Esto se debe a que la intensidad de la luz medida por el fotodiodo va como el cuadrado del campo eléctrico y el FFT interpreta el coseno cuadrado como un coseno de la frecuencia doble mas una constante.

Medimos la señal de interferencia obtenida al hacer rotar la lámina de $\lambda/4$ con velocidades angulares entre 1 y 15 Hz. La mayor parte de la señal medida corresponde al movimiento de los máximos y mínimos de interferencia frente al fotodiodo al rotar la lámina. Esto no lo pudimos evitar aunque el interferómetro estaba bien alineado, creemos que esto se debe a que la polarización de nuestros haces no era circular. En realidad contábamos con luz elípticamente polarizada ya que nuestras láminas de cuarto de onda no están diseñadas para la longitud de onda de nuestro láser sino para luz visible (500 nm aproximadamente). Esto causa que el patrón de interferencia dependa de la orientación relativa de las láminas y por lo tanto cambie con una frecuencia igual a la de rotación de la misma. Además al no estar el fotodiodo exactamente en el centro del patrón un numero variable de franjas pasaba delante de éste al rotar el patrón por lo que observamos frecuencias correspondientes a múltiplos de la fundamental (rotación de la lámina).

Como la señal que buscamos (debida al efecto Doppler) corresponde al doble de la frecuencia de rotación (2), coincide con una de los armónicos de la rotación de la lámina. Por ello es difícil determinar si realmente estamos observando lo que queremos medir. Para intentar solucionar este problema comparamos la señal correspondiente a la interferencia con la señal debida a la rotación de la lámina. Esto lo hicimos eliminando el haz que atraviesa la lámina estática tapándolo con un papel. Ver gráficos a continuación.

Ambas señales las estudiamos realizando un FFT y observando la contribución relativa de las distintas frecuencias en cada caso. En general, en los gráficos de la rotación pura se observa que las frecuencias múltiplo de la rotación tienen una intensidad menor que la fundamental, en cambio en los FFT correspondientes a la interferencia se ve claramente que el primer armónico, (el doble de la frecuencia de rotación) es más importante que el fundamental. Realizamos un estudio estadístico de la frecuencia correspondiente al pico de interferencia y obtuvimos que la frecuencia era en promedio 2.027 ± 0.072 veces la frecuencia de rotación de la lámina. Esto concuerda con lo esperado debido al efecto Doppler angular.



Gráficos 2 y 3: análisis de Fourier de las señales medidas, el gráfico de la izquierda corresponde al patrón rotante, mientras que el de la derecha muestra las frecuencias predominantes en la interferencia. Se ve claramente que el primer armónico es reforzado, aunque a veces los valores de las frecuencias se desplazan ligeramente.

Conclusiones

De acuerdo al gráfico 1, para el efecto Doppler lineal, llegamos a la conclusión de que son correctas las aproximaciones utilizadas para arribar a la fórmula (1) y de que efectivamente la frecuencia de la luz cambia linealmente con la velocidad de la fuente siempre que esta velocidad sea baja comparada con la de la luz. Se llega a la conclusión además, de que la suposición hecha acerca del comportamiento similar del parlante bajo una excitación sinusoidal y una triangular es correcta, al menos en el rango de frecuencias de trabajo. Este cambio había sido realizado para que el parlante tuviera una velocidad definida durante la mitad del período de oscilación.

En cuanto a los resultados obtenidos con la lámina rotante, también indican que el modelo propuesto es correcto. En este caso, al contrario que en la primer parte sería conveniente intentar modificar el dispositivo empleado ya que trajo muchos problemas para alinearlo y la señal obtenida tenía ruido de diversos orígenes pero principalmente debidos al propio dispositivo. De todas formas el experimento podría dar mejores resultados si se emplearan láminas de cuarto de onda específicas para el láser empleado.

Luego los efectos Doppler lineal y angular, debido a la naturaleza de las ecuaciones (1) y (2), tienen el mismo comportamiento, dependiendo como el doble de las velocidades de traslación y rotación, respectivamente. Con la diferencia de que en el primer caso hay una dependencia con la longitud de onda del láser utilizado, mientras que en el segundo, no.

Bibliografía

1. François Remy. Doppler effect: An optical experiment, American Journal of Physics 46 (7), July 1978. pág 763
2. K. Dholakia. An experiment to demonstrate the angular Doppler effect on laser light, Am. J. Phys. 66 (11), November 1998. pág 1010
3. James Belich, Ryan Lahm, Richard Peterson and Chad Whipple. Optical Doppler measurements, Am. J. Phys. 65 (3), March 1997. pág 186
4. R.H. Bellansky and K.H. Waneser. Laser Doppler velocimetry using a bulk optical Michelson interferometer: A student laboratory experiment. Am. J. phys. 61 (11), November 1993. pág 1014
5. E. Hecht, Optics, Addison-Wesley, Reading, MA, 1989, 2da ed. Pág 300
6. Francis Crawford, Ondas, Berkeley Physics Course, vol 3, Reverté, Barcelona, 1971, pág 451 y 490
7. Leslie Ballentine, Quantum Mechanics, World Scientific Publishing Co., Singapur, 1998. pág 103

Francisco J. Di Lorenzo: fjdl@yahoo.com y Alejandro I. Lazarte: alelazarte@yahoo.es