

Estudio de la dependencia de la impedancia con la frecuencia en un circuito de corriente alterna -

E. Kropff, J. von Stecher.

Universidad de Buenos Aires, Argentina.

Se estudia la impedancia de un tramo de cable cilíndrico perteneciente a un circuito de corriente alterna. En el modelo se tiene en cuenta la variación de campo magnético dentro del cable, lo que arroja como resultado una dependencia de la impedancia con la frecuencia, tanto en la parte resistiva como en la inductiva. Se comprueba el rango de validez del primer orden de aproximación de este modelo.

I. Introducción

El objetivo del presente experimento es estudiar el efecto de la conducción de corrientes alternas a lo largo de un cable de cobre. En particular se desea estudiar las desviaciones respecto de la teoría simplista según la cual todo elemento de circuito tiene una resistencia y una autoinductancia independientes de la frecuencia de la corriente.

Cuando se hace pasar corriente continua por un cable, la misma se distribuye homogéneamente a lo largo de la sección. Cuando, en cambio, se utiliza corriente alterna, la homogeneidad se rompe y las cargas tienden a acercarse a la superficie del cable. Este fenómeno puede verse, en las ecuaciones de Maxwell, como el efecto de una fuente adicional de campo eléctrico, a saber, la variación de campo magnético dentro del metal.

Al suceder este corrimiento de las cargas hacia los bordes del cable la resistencia aumenta debido a que la sección efectiva del cable disminuye. Al mismo tiempo disminuye el flujo de campo magnético dentro del cable (téngase en cuenta que el campo generado por un cilindro es nulo en su interior) lo que provoca que decaiga la autoinductancia.

Típicamente se utiliza para describir la importancia de este

fenómeno en casos específicos el parámetro a/δ , donde a es el radio de los cables involucrados y δ la distancia de penetración (*skin depth*), dada por $\delta=(2/\sigma\mu\omega)^{1/2}$ en unidades SI. Aquí σ es la conductividad del material, μ la permeabilidad y ω la frecuencia de la corriente. El fenómeno es poco importante cuando el parámetro mencionado es menor que 1.

Si se plantea el problema de un cable cilíndrico por el cual circula una corriente alterna, la corriente $j(r)$ y el campo eléctrico $E(r)$, donde r es la distancia al centro, son paralelos al eje del mismo, mientras el campo magnético $B(r)$ se encuentra en la dirección angular. Combinando las ecuaciones de Maxwell se obtiene:

$$\frac{d^2E}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE}{dr} = \frac{2iE}{\delta} \quad (1)$$

despreciando las corrientes de desplazamiento. La solución a esta ecuación es:

$$E=AI_0 \frac{(r(2i)^{1/2})}{\delta} e^{i\omega t} \quad (2)$$

con

$$A= \frac{(2i)^{1/2} \omega \mu I}{4\pi R I_1((2i)^{1/2} a/\delta)} \quad (3)$$

En la Fig. 3 se muestran los resultados experimentales para la inductancia total y para la inductancia $L(\omega)$ que queda luego de restar L_{inst} . También se muestra la aproximación teórica a segundo orden (6).

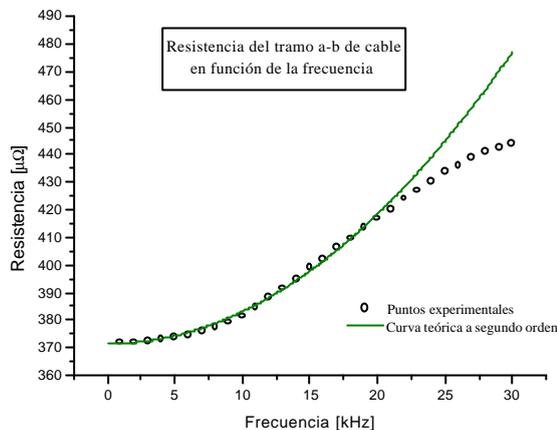


Fig. 2 Resistencia del tramo a-b de cable en función de la frecuencia. Se muestra también la curva teórica a segundo orden (5).

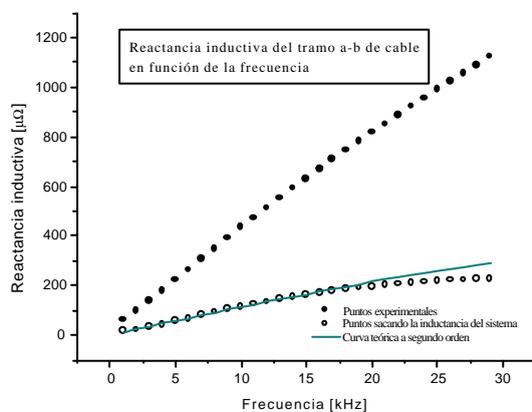


Fig. 3 Reactancia inductiva del tramo a-b de cable en función de la frecuencia. También se muestran la reactancia total y la curva teórica a segundo orden (6).

V. Conclusiones

Se observa claramente en las Figs. 2 y 3 que tanto la resistencia como la autoinductancia de un cable cilíndrico dependen de la frecuencia en un circuito alterno.

También se observa que el modelo a segundo orden en $\omega\tau$ ajusta bien los datos hasta una frecuencia de aproximadamente 15 kHz. Teniendo τ un valor de 0,246 ms, $\omega\tau$ alcanza la unidad alrededor de los 4 kHz. A partir de este punto la relevancia de cada término de la aproximación depende de las constantes que lo acompañan.

VI. Bibliografía

¹ J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons (1962).

² E. M. Purcell, *Electricidad y Magnetismo*, 2^{da} edición, Editorial Reverté, Barcelona (1990).

³ J. R. Gosselin, P. Rochon, N. Gauthier, *Am. J. Phys.* **50**, 440-443 (1982).