

En este trabajo medimos las magnitudes VR para 39 estrellas pertenecientes a NGC 3532, que es un cúmulo abierto en la constelación de Carinae. Hicimos un diagrama HR para el cúmulo; encontramos que su módulo de distancia es de 5 1 magnitudes, lo que corresponde a (100 20) pc.

I. Introducción

Un *cúmulo abierto* es un conjunto de estrellas, formado por aproximadamente 10^2 - 10^3 objetos, que se encuentran ligadas por la fuerza gravitatoria, no posee una forma definida, y tiende a disgregarse con el tiempo. Sus miembros son estrellas relativamente jóvenes. En contraste, un *cúmulo globular* es un conjunto de estrellas que se encuentran ligadas también por la fuerza gravitatoria, y poseen una forma bien definida, siendo todos prácticamente esféricos. Debido a su gran cantidad de miembros (entre 10^5 y 10^6 miembros), y a que estos se encuentran altamente concentrados en pequeñas (10 a 100 pc¹) regiones de espacio, estos objetos no presentan una tendencia a disgregarse. Sus miembros son estrellas en avanzado estado de evolución.^{[1],[2]}

El estudio de los cúmulos estelares, tanto abiertos como globulares, es especialmente importante para el estudio de la evolución estelar. Observacionalmente es imposible seguir la evolución de una estrella a lo largo de su vida. Sin embargo, cuando observamos un cúmulo estelar, estamos en presencia de un objeto cuyos miembros poseen un origen común, lo que implica que todas las estrellas miembros del cúmulo tengan la misma edad. En este caso es posible separar los efectos de la edad de las estrellas de sus demás propiedades, como masa, luminosidad, etc, permitiendo así estudiar la evolución estelar en función de estos otros parámetros, siendo la masa el más importante de todos.^[2]

Al graficar para un cúmulo estelar la magnitud absoluta de cada uno de sus miembros en función de su índice de color, gráfico conocido como *diagrama color magnitud* o de *Hertzsprung–Russell (HR)*, se observa que existe una relación entre ambas magnitudes, ya que solo ciertas partes del diagrama HR están pobladas (ver fig.1). A la franja más poblada de este diagrama se la denomina *secuencia principal*, aproximadamente el 90% de las estrellas se hallan en esta región del diagrama. La parte superior derecha del diagrama HR es la *rama de las gigantes*, que es la segunda

¹ 1pc = 3.086 1013km

secuencia más poblada. La posición de una estrella en este diagrama está determinada esencialmente por dos propiedades de la misma: su masa y su edad, o más precisamente su estadio evolutivo. En el caso de los cúmulos estelares, al haberse formado todas sus estrellas juntas, estas se diferencian solo por su masa, siendo más luminosas las más masivas. Las estrellas de la secuencia principal se cree que son estrellas no evolucionadas. Las gigantes representan estadios más evolucionados de las estrellas, que el correspondiente a la secuencia principal.^{[1],[2]}

Un gráfico de magnitud aparente en función del índice de color para un cúmulo abierto estaría desplazado respecto a un diagrama H-R. El desplazamiento de la secuencia principal del gráfico de magnitud aparente en función del índice de color respecto de la secuencia principal del diagrama HR es el *módulo de la distancia*, por lo tanto midiendo este desplazamiento, se puede determinar la distancia al cúmulo. Este método fue desarrollado por H.L.Johnson^[3]. El objetivo de nuestro trabajo es determinar la distancia a un cúmulo abierto.

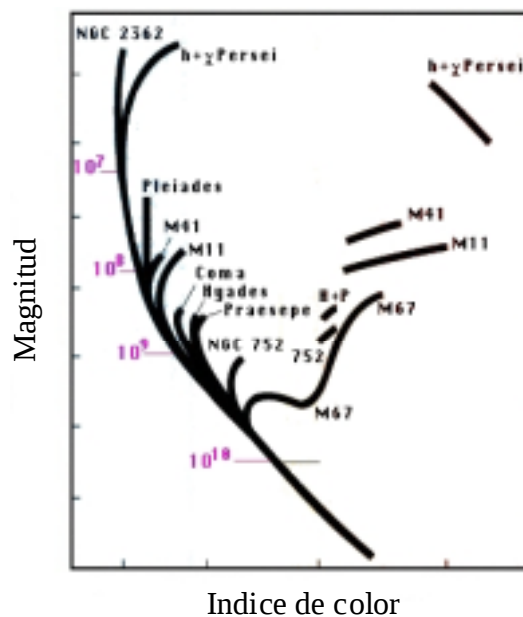


Figura 1: Superposición de diagramas HR para varios cúmulos. Con la excepción de M67, que es un cúmulo globular, los cúmulos representados en este diagrama son abiertos. En esta figura se pueden apreciar tanto los efectos de la evolución estelar, como diferencias evolutivas entre cúmulos abiertos y globulares. En números rosados está marcada la edad de los cúmulos, en función del “turn off” (punto de separación de la secuencia principal).

II. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental consta de un telescopio y una cámara CCD con rueda de filtros. Como el telescopio es un instrumento óptico suficientemente conocido, no nos detendremos a hacer una descripción del mismo. Sí lo haremos en el caso de la cámara CCD, ya que consideramos necesaria una breve descripción de su funcionamiento para una mejor comprensión de la realización del trabajo.

La CCD es una cámara de estado sólido que consiste esencialmente en un arreglo reticular de celdas de silicio (chip CCD), formando cada una de estas celdas un pixel. Al incidir fotones sobre el chip CCD, estos al ser absorbidos por el silicio liberan un electrón, lo que hace que cada pixel acumule una cantidad de carga eléctrica proporcional a la cantidad de fotones que llegaron al mismo (esta es también proporcional al tiempo de exposición, ya que cuanto mayor sea este mayor será la cantidad de fotones que junte el telescopio, y por lo tanto mayor será la cantidad de carga acumulada en el pixel). Una vez terminada la exposición, un conversor Analógico /Digital transforma la carga acumulada en cada pixel en una señal capaz de ser leída por una computadora. En la computadora la imagen del cielo se transforma en una matriz de datos, donde cada elemento de la matriz representa un pixel, y guarda la información sobre la cantidad de fotones que llegaron a él. Luego en el monitor eso se convierte en una escala de grises. Al no ser ideal, el dispositivo de adquisición de imágenes (telescopio más CCD) introduce ruido en la imagen, por lo tanto para obtener una imagen de calidad, de la cual puedan obtenerse datos confiables, es necesario identificar las fuentes de ruido del sistema, y buscar una forma de eliminarlas (ver la sección de reducción de imágenes).^{[1],[4]}

Para conseguir una buena imagen es necesario previamente haber hecho una buena nivelación de la base del telescopio, y una buena alineación, ya que estos son factores decisivos para tener un buen seguimiento del objeto a estudiar.

En este trabajo utilizamos para la obtención de las imágenes un telescopio Meade LX200, con 203 mm de apertura y $f_{\#} = 6,3$; y una cámara CCD Meade Pictor 416XT de 512x768 pixels, 16 bits, y equipada con una rueda de filtros. Las observaciones se llevaron a cabo entre octubre y noviembre, en el Observatorio Galileo Galilei, perteneciente a la Escuela Italiana Cristoforo Colombo.

III. Reducción de las imágenes

Como anteriormente mencionamos, las imágenes obtenidas con nuestro dispositivo tienen ruido. Para librar a la imagen de los efectos instrumentales, es necesario utilizar imágenes auxiliares que nos permitan eliminarlos en la imagen final. Estas imágenes auxiliares son ^[4]:

Corriente de oscuridad (dark frame): Esta imagen es necesaria para eliminar el llamado "ruido térmico", resultado de la liberación de cargas de la red de silicio por agitación térmica y no por absorción de fotones con la red. Para disminuir en la mayor medida posible este efecto, el chip CCD posee un sistema de refrigeración, que si bien disminuye este ruido considerablemente respecto al que se obtendría si este estuviera a temperatura ambiente, no lo elimina por completo. Por lo tanto es necesario tomar una imagen de este ruido para restarla de imagen cruda. Para corregir este efecto se toma una exposición, con el obturador cerrado, del mismo tiempo que la imagen que queremos procesar. De esta forma todos los electrones que se produzcan en el chip se deberán a efectos térmicos y no a la llegada de fotones. Este ruido, al ser aditivo deberá ser restado de la imagen.

Pedestal (bias): Define el punto cero de carga de cada píxel, que es distinto para cada uno. Para corregir este efecto se toma una imagen de tiempo de exposición cero, que muestrea el punto cero de cada píxel de la cámara. Este ruido es también aditivo, por lo que deberá ser restado de la imagen a procesar (y también de la corriente de oscuridad).

Campo plano (flat field): Este ruido se debe a la diferencia en sensibilidad de los distintos pixeles de la CCD. Para corregir este defecto se toman imágenes de campos planos (un campo plano es un campo uniformemente iluminado). Estas pueden ser imágenes del cielo en las últimas horas de la tarde (antes de que se comiencen a ver estrellas). Al ser este un efecto multiplicativo, para corregirlo de la imagen, es necesario dividir (pixel a pixel) esta última por la imagen de campo plano (previamente corregida por corriente de oscuridad y pedestal) normalizada.

Por lo tanto, a la imagen del cúmulo que estudiamos en primer lugar le restamos el pedestal, en segundo lugar le restamos la corriente de oscuridad (a la que previamente le restamos el pedestal), y finalmente la dividimos por el campo plano normalizado (al que previamente le sustrajimos el pedestal y la corriente de oscuridad). Una vez reducida la imagen esta está lista para ser utilizada para la obtención de datos. La reducción de las imágenes se llevó a cabo mediante el programa IRAF (Interactive Reduction and Analysis Facility) en el Instituto de Astronomía y Física del Espacio.

IV. Medición de magnitudes

De la misma forma que existe un ruido inherente al sistema de detección (ver sección anterior), también existen ruidos ajenos a dicho sistema que degradan la calidad de la imagen. Los que más nos interesan son ^[1]

Extinción atmosférica: Está relacionado con la absorción y dispersión de la radiación por parte de la atmósfera terrestre. Esto causa una disminución en el flujo de radiación que llega a la superficie terrestre. Si F_0 es la radiación incidente en la atmósfera, la radiación que alcanza el telescopio, F_1 , será

$$F_1 = F_0 T_{Atm} \quad (1)$$

Donde T_{Atm} es un factor, comprendido entre 0 y 1, que tiene en cuenta la extinción, y que depende de las características de la atmósfera, de la longitud de onda y de la distancia cenital al objeto (cuanto mayor sea esta última, mayor será el coeficiente de extinción, por lo tanto para tener una buena imagen es deseable que en la medida de lo posible el objeto a estudiar se halle lo más cercano posible al cenit).

Brillo de fondo: El cielo tiene un brillo propio originado en la dispersión de luz de las estrellas y demás objetos celestes; también contribuyen a su brillo el polvo interplanetario, dispersando la luz solar; y finalmente está la luz de la ciudad, que también aporta considerablemente al brillo del cielo. Todos estos factores alteran el valor del flujo luminoso que recibimos de las estrellas agregándoles un valor constante.

Por último, existe otro factor que altera el valor del flujo luminoso que obtenemos de las estrellas, y es la absorción producida en el sistema de adquisición de imágenes, es decir por el telescopio y los filtros de la cámara CCD. Este último factor hace que el flujo recibido se atenúe de la forma

$$F = F_1 T_{Sist} \quad (2)$$

donde F_1 es el flujo emitido por la estrella y T_{Sist} es la transmisión del sistema de adquisición de imágenes.

Finalmente podemos decir que el flujo total que medimos de la estrella es

$$F = F_0 T_{Total} + F_{Cielo} \quad (3)$$

donde T_{Total} es un factor de transmisión que agrupa los efectos de transmisión de la atmósfera, el medio interestelar y el sistema de adquisición de imágenes; y F_{Cielo} el flujo del cielo. Por lo tanto en el momento de determinar las magnitudes de las estrellas tendremos que tener en cuenta que el flujo de la estrella que medimos, no es su flujo real (F_0), sino el dado por la ecuación (3).

Con el objeto de determinar las magnitudes, sobre las imágenes reducidas, definimos regiones cuadradas tales que cada una contuvieran una estrella del cúmulo (la estrella debe quedar totalmente contenida en el cuadrado), y otra cuyo contenido fuera solamente el cielo. Para esto utilizamos el programa SAOImage. Este programa permite guardar los datos de las regiones definidas (tamaño del lado del cuadrado, y centro del mismo), y con un programa hecho en C, medimos el número de cuentas correspondientes a la estrella como

$$N_{cuentas} = N_{estrella} - N_{cielo} \frac{A_{estrella}}{A_{cielo}} \quad (4)$$

donde $N_{estrella}$ es el número de cuentas medido por la CCD en el área de la estrella ($A_{estrella}$), y N_{cielo} el número de cuentas medido por la CCD en el área del cielo (A_{cielo}). Determinamos la magnitud instrumental como

$$m_{instrumental} = -2,5 \log N_{cuentas} \quad (5)$$

La magnitud, $N_{estrellas}$, es directamente proporcional a F , que es el flujo recibido de la estrella; $N_{cielo}A_{estrella}/A_{cielo}$ es directamente proporcional al flujo recibido del cielo F_{cielo} , por lo que $N_{cuentas}$ es directamente proporcional a F_0T_{total} , y por lo tanto la magnitud instrumental está relacionada con la magnitud aparente de la estrella de la siguiente forma:

$$m = m_{instrumental} + K \quad (6)$$

donde K es una constante que tiene en cuenta la absorción total (de la atmósfera y el sistema de adquisición, que son todos efectos multiplicativos) y la magnitud de una estrella patrón. Esta constante se determina mediante la medición de la magnitud instrumental de un campo de estrellas dentro de la misma imagen (para que no cambien las condiciones atmosféricas) de magnitud aparente standar conocida, y buscando la recta que mejor ajuste la relación magnitud aparente standar-magnitud instrumental. Este método se conoce como fotometría diferencial.

El procedimiento descrito en los párrafos anteriores fue llevado a cabo para 39 estrellas del cúmulo NGC 3532, tomando dos imágenes en filtros rojo (R) y verde (V), ambas de 1 minuto de exposición. Hicimos una comparación entre las magnitudes aparentes que medidas por nosotros y las magnitudes aparentes standar que figuran en la bibliografía^[5], obteniendo que las magnitudes que medimos no presentan diferencias significativas con las estándar (ver fig. 2 a 4), con la excepción de las estrellas con magnitud superior a 10 para el filtro verde. En este caso creemos que puede haber un problema en el filtro.

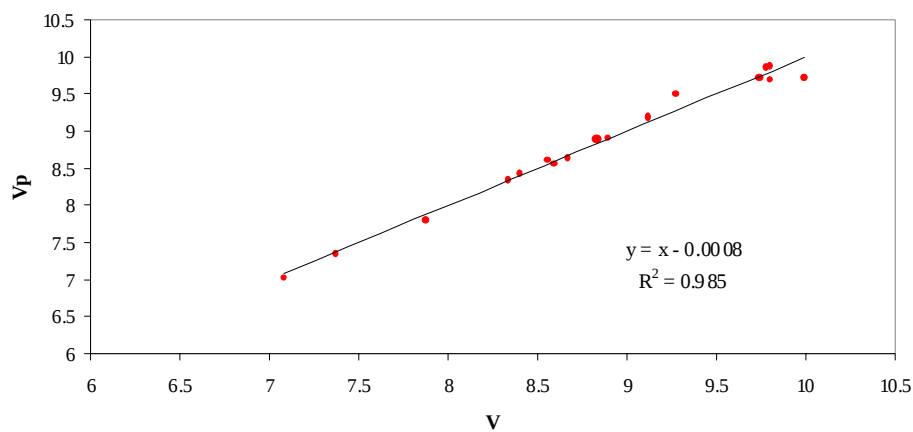


Figura 2: Comparación de las magnitudes rojas obtenidas con nuestros filtros (R), y las magnitudes standar (Rp).

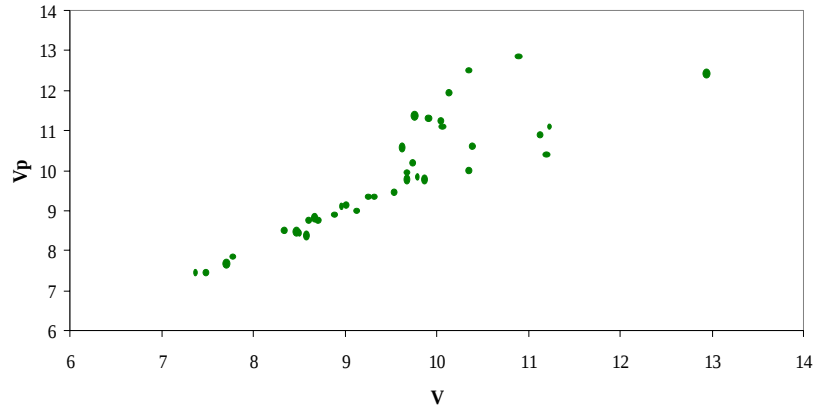


Figura 3: Comparación de las magnitudes verdes obtenidas con nuestros filtros (V), y las magnitudes standar (Vp).

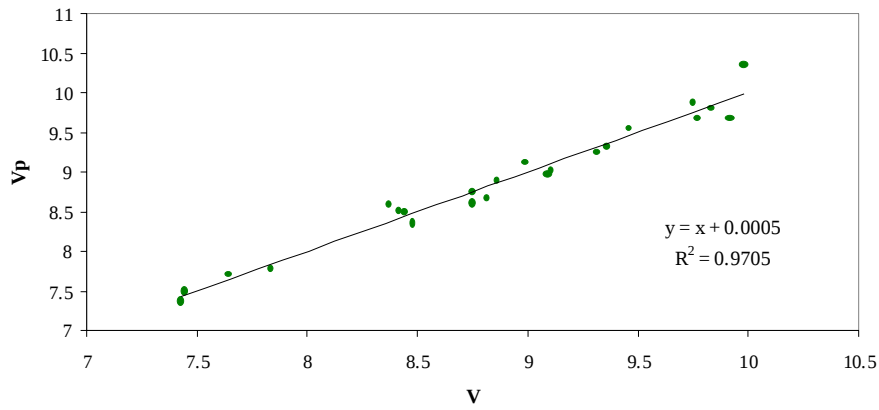


Figura 4: Comparación de las magnitudes verdes obtenidas con nuestros filtros (V), y las magnitudes standar (Vp), sin tener en cuenta las de magnitud mayor a 10.

V. Determinación del módulo de distancia

En principio, es posible determinar la distancia a un cúmulo abierto midiendo el desplazamiento vertical de la secuencia principal de un diagrama color magnitud aparente, respecto a la secuencia principal de un diagrama HR de un cúmulo de distancia conocida. Para ello es necesario plantear las siguientes hipótesis^{[1],[3]}:

Todas las estrellas pertenecientes al cúmulo tienen un origen común.

Todas las estrellas del cúmulo se encuentran aproximadamente a la misma distancia de la Tierra. Esto trae como consecuencia que todas las estrellas tengan el mismo módulo de distancia.

Las secuencias principales de los cúmulos tienen la misma posición en el diagrama HR.

El cúmulo que se utiliza como cúmulo de calibración en el ajuste de secuencias principales es las Hyades, cuyo módulo de distancia ha sido determinado mediante métodos independientes (3,24 magnitudes)^[6].

En primera instancia es necesario construir un gráfico de magnitud aparente en función de índice de color. En este caso construimos un gráfico de V vs. V-R (índice de color), para las magnitudes medidas en ambos filtros para el cúmulo NGC 3532. El gráfico de la figura 5 muestra el diagrama color magnitud obtenido. Puede apreciarse en él que presenta una alta concentración de estrellas ubicadas en una franja que va desde la parte superior izquierda del diagrama hacia la parte inferior derecha. Estas son las estrellas pertenecientes a la secuencia principal del cúmulo, y es sobre estas estrellas que haremos el ajuste. Todas las estrellas que se encuentren fuera de esta franja no serán tenidas en cuenta para la determinación del módulo de distancia (las marcadas en la figura 5), ya que en el caso de las estrellas que se encuentran por encima de la secuencia creemos que son gigantes, por lo que en realidad ya se encuentran fuera de la secuencia principal; las que se encuentran por debajo de la secuencia creemos que no pertenecen al cúmulo; y por último tampoco tenemos en cuenta las estrellas cuya magnitud verde no presente una relación lineal con las magnitudes obtenidas de la bibliografía.

Para hacer el ajuste de secuencias principales, aproximamos las secuencias principales, tanto de NGC 3532 como de las Hyades, por rectas e hicimos una regresión lineal para averiguar la pendiente y ordenada al origen de las secuencias. En la figura 6 están presentados los ajustes para el cúmulo y para la referencia. Es importante notar que la secuencia principal de las Hyades se puede dividir en dos tramos (en realidad existe un tercer tramo, que no se encuentra representado en la figura 6 por no ser relevante al trabajo): en primer lugar el tramo que se encuentra dentro del mismo intervalo de índice de color que la secuencia principal que obtuvimos para NGC 3532; y en segundo lugar uno que posee estrellas con un mayor índice de color. Se puede observar que la pendiente correspondiente al primer tramo de las Hyades es considerablemente mayor a la de NGC 3532, esto es así debido a que Hyades es un cúmulo más evolucionado que NGC 3532, por lo que

este tramo contiene estrellas que se están apartando de la secuencia principal. Es por eso que ese tramo no sirve para la aplicación del método de superposición de secuencias principales. Para dicho ajuste utilizamos el segundo tramo de la secuencia principal de las Hyades, cuya pendiente es similar a la de nuestro cúmulo. En este caso, comparando las ordenadas al origen de las dos secuencias (el desplazamiento de la secuencia principal está dado por sus diferencias en ordenadas al origen, ya que para este planteamos que las pendientes de las secuencias son iguales), obtenemos un modulo de distancia

$$V - V_p = 5 \pm 1$$

A este módulo de distancia le corresponde una distancia de $(100 \pm 20)\text{pc}$.

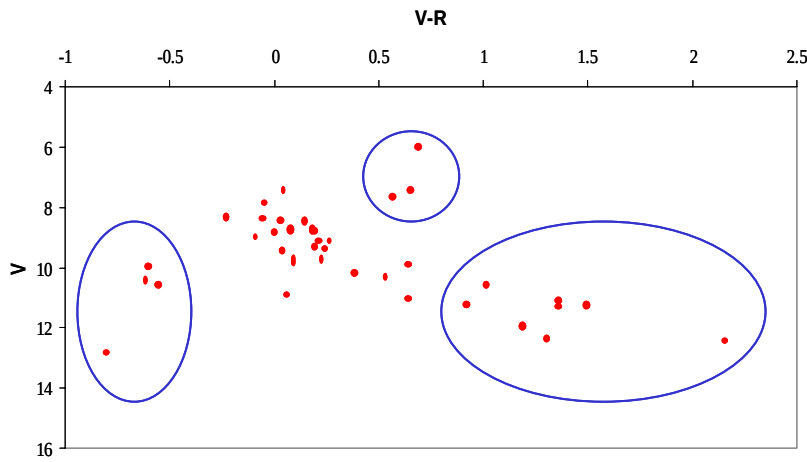


Figura 5: Diagrama de magnitud aparente vs. color para el cúmulo NGC 3532. Las regiones marcadas son serán tenidas en cuenta para el ajuste de secuencias.

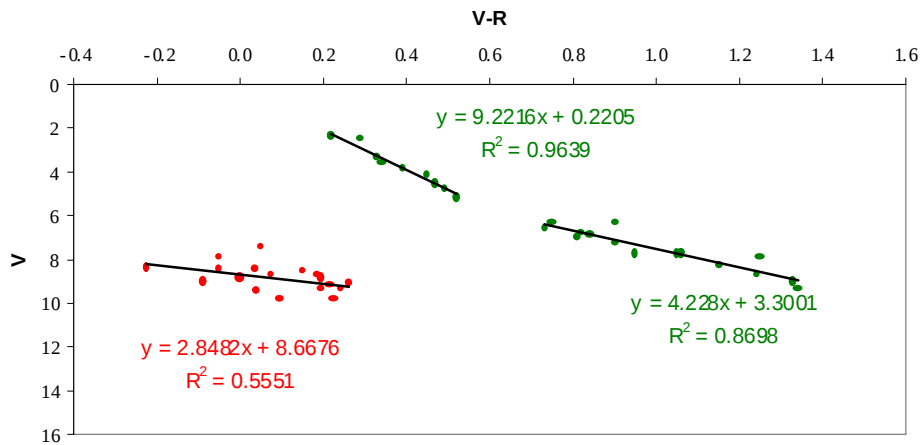


Figura 6: Diagrama de magnitud aparente vs. color para el cúmulo NGC 3532, para las regiones consideradas para el ajuste de secuencias (en rojo); y diagrama magnitud absoluta vs. color para las Hyades (en verde).

V. Conclusiones

Construimos un diagrama HR para el cúmulo NGC 3532, para las magnitudes V y R. Mediante la comparación de las ordenadas al origen de la secuencia principal del cúmulo, con la secuencia de Hyades (método de superposición de secuencias principales), determinamos el módulo de distancia de NGC 3532.

En primer lugar, la comparación entre las magnitudes aparentes que medimos y las que figuran en la bibliografía, coinciden casi perfectamente en el caso de las magnitudes tomadas con el filtro rojo. En el caso del filtro verde, para las magnitudes superiores a 10, se observa una desviación de la linealidad en la relación entre las magnitudes que medimos y las de la bibliografía. Creemos que esto puede deberse a algún problema con el filtro. Sin embargo en la zona lineal, también se observa una coincidencia casi perfecta con la bibliografía.

El diagrama HR que construimos con estas magnitudes tiene la forma característica de este tipo de diagramas: presenta una región altamente poblada, que cruza el diagrama desde el borde inferior derecho hacia el borde superior izquierdo, que es la secuencia principal. Fuera de esta región se pueden identificar esencialmente dos regiones: una ubicada por encima de la secuencia (de mayor magnitud), cuyas estrellas son posibles gigantes; y otra por debajo de la secuencia (de menor magnitud), que está formada por estrellas que posiblemente no pertenezcan al cúmulo, ya que en esta región no se espera encontrar estrellas. Las estrellas contenidas en ambas regiones, junto con las estrellas cuyas magnitudes verdes se apartaban de la relación lineal no fueron tenidas en cuenta para hacer el ajuste de secuencias.

Para llevar a cabo la superposición de secuencias principales, las aproximamos, tanto del cúmulo NGC 3532, como de Hyades, por rectas. En el caso de Hyades, tomamos dos porciones de la secuencia, una cuyo rango de magnitudes era similar al de la secuencia de NGC 3532; y otra en un intervalo de mayor color. Observamos que las pendientes de las secuencias principales de NGC 3532 y Hyades son considerablemente diferentes en este caso. Esto se debe a efectos de evolución, ya que Hyades es un cúmulo de mayor edad que NGC 3532. Debido a esto tuvimos que hacer el ajuste con el segundo tramo de secuencia principal de Hyades, ya que en este caso las secuencias tienen aproximadamente la misma pendiente. Al comparar las ordenadas al origen de ambas

secuencias, de lo que resulta el módulo de distancia, obtuvimos que este último era de 5 ± 1 magnitudes. Esto corresponde a una distancia de (100 ± 20) pc. Estos valores difieren considerablemente de los encontrados en la bibliografía, que son de 8,45 magnitudes y 490 pc. Creemos que nuestros resultados se podrían mejorar tomando imágenes de mayor tiempo de exposición y ampliando el campo de observación. En este trabajo no tomamos imágenes de mayor tiempo de exposición, ya que para hacer esto posible es necesario introducir un derrotador de campo en el dispositivo experimental, para eliminar los efectos de rotación del campo.

Apendice A

Tabla 1: Magnitudes V y R obtenidas, V-R (índice de color).

Nº estrella ²	V	R	V-R
1	8.75	8.67	0.08
2	11.28	9.78	1.50
3	9.76	9.54	0.23
4	9.11	8.90	0.21
17	9.31	9.12	0.20
18	10.33	9.80	0.53
19	7.65	7.08	0.57
22	9.36	9.11	0.24
27	8.87	8.87	0.00
86	10.58	11.14	-0.55
87	9.83	9.74	0.10
88	11.10	9.74	1.36
89	8.44	8.40	0.04
100	7.45	6.80	0.65
101	9.45	9.41	0.04
105	9.75	9.66	0.09
106	10.41	11.03	-0.61
107	10.89	10.83	0.06
113	8.37	8.60	-0.23
114	8.99	9.08	-0.09

² Segumos la numeración de estrellas de Fernandez y Salgado^[6]

115	8.42	8.47	-0.05
116	9.98	10.58	-0.60
209	12.40	11.09	1.31
212	12.84	13.64	-0.80
213	9.09	8.83	0.26
215	7.83	7.88	-0.05
216	8.82	8.62	0.20
221	6.00	5.31	0.69
341	11.35	9.99	1.36
342	11.93	10.74	1.19
343	10.57	9.55	1.02
345	7.43	7.38	0.05
349	10.19	9.81	0.38
350	11.08	10.44	0.64
353	11.23	10.31	0.92
356	12.47	10.31	2.16
361	8.48	8.33	0.15
362	9.92	9.27	0.64
363	8.75	8.56	0.19

Apéndice B

Las estrellas se caracterizan por tener diferentes brillos, en astronomía al brillo de las estrellas se le asocia una cantidad conocida como magnitud aparente. La diferencia de magnitudes aparentes entre dos estrellas queda definida por la ecuación

$$m - n = 2,5 \log \left(\frac{l_n}{l_m} \right)$$

donde m y n son las magnitudes aparentes de dos estrellas, y l_m y l_n sus brillos aparentes. Como la magnitud aparente no es un parámetro característico de la estrella, se define la magnitud absoluta, que sí es un parámetro característico de la estrella, y que está relacionado con su luminosidad. Esta se define como la magnitud (M) que tendría una estrella si esta estuviera colocada a una distancia de 10 parsecs respecto a la Tierra

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

donde d es la distancia de la estrella a la Tierra. Esta expresión se deduce teniendo en cuenta la ley de la inversa del cuadrado de la distancia para el flujo luminoso. A la diferencia entre la magnitud absoluta de una estrella y su magnitud aparente se la denomina módulo de la distancia, por estar relacionado con la distancia de la estrella a la Tierra. Como las estrellas emiten en todas las longitudes de onda, la magnitud (tanto la aparente como la absoluta), tiene sentido medirla en una banda de longitudes de onda. Se define otro parámetro de las estrellas, el índice de color, como la resta de las magnitudes tomadas en dos bandas de longitud de onda diferentes. Este parámetro está relacionado con su temperatura.

Agradecimientos

Queremos agradecer al Lic. Leonardo Pellizza, por su inestimable ayuda para la realización de este trabajo, y a las autoridades de la Escuela Italiana Cristoforo Colombo, por facilitarnos sus instalaciones.

Referencias

- [1] Robert C. Smith; "Observational astrophysics"; Cambridge University Press; 1995
- [2] M. Zelik, E. Smith; "Introductory astronomy and astrophysics"; Saunders College Publishing; Segunda edición.
- [3] H. J. Johnson; "Photometric distances of galactic clusters"; ApJ, **126**, 121 (1957)
- [4] J. C. Forte. "Introducción a la astronomía con cámaras CCD"; Apuntes de curso dictado en IAFE.
- [5] J. A. Frenendez, C. W. Salgado; "Photometric study of the southern open cluster NGC 3532"; A&AS, **38**, 11 (1980)
- [6] E. J. Mannery, G. Wallerstein; "Photometry of main-sequence stars in the Hyades and the field on the BVR system"; AJ, **76**, 890 (1971)