

Naturaleza estadística del decaimiento radioactivo.



Objetivo: Investigación de la naturaleza estadística del decaimiento radioactivo. La distribución de Poisson. Empleo del método de χ^2 (Chi-cuadrado) en el análisis de datos. Empleo de Multi Cannel Scaling (MCS) en la toma de datos.

Introducción.

El decaimiento individual de un núcleo o átomo es un proceso *estocástico*^[1]. La emisión de fotones, por ejemplo se realiza en forma aleatoria, emitiendo radiación en dirección y tiempos no predecibles microscópicamente. No obstante cuando tenemos un ensamble macroscópico ($>10^{12}$) de átomos que decaen, se puede determinar el número promedio de decaimientos en una dada dirección. Determinaciones sucesivas del número de cuentas, emitidas por una fuente radioactiva en un dado intervalo de tiempo, no darán exactamente el mismo resultado. Esta falta de definición o determinismo, es una de las características intrínseca del proceso radioactivo. Los valores obtenidos estarán distribuidos alrededor de un cierto valor medio $\langle n \rangle$. El objetivo de este experimento es precisamente estudiar la naturaleza de la distribución estadística asociada al decaimiento radioactivo.

Por la teoría de probabilidades^[1] sabemos que si conocemos una función de distribución, conocemos todos los momentos de la misma. Recíprocamente, si de una distribución conocemos todos los momentos, esto es equivalente a conocer la distribución. Por lo tanto para determinar una distribución de probabilidad asociada a una experimento, tenemos dos alternativas: determinar la distribución o bien determinar todos (o los más relevantes) sus momentos.

Nota sobre la distribución de Poisson: esta es una distribución de probabilidad discreta. Esto es un experimento aleatorio en que los resultados posibles son el conjunto de los números naturales. La probabilidad que la variable aleatoria tome el valor n esta dada por la función de distribución siguiente (de Poisson):^[1-4]

$$P_{\mathbf{I}}(n) = \frac{\mathbf{I}^n}{n!} \cdot e^{-\mathbf{I}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

donde I es un parámetro característico de esta distribución con las siguientes propiedades:

$$\langle n \rangle = \sum [n \cdot P_{\lambda}(n)] = I \quad (2)$$

La varianza de la distribución en este caso viene dada por:

$$\text{Var}(n) = \mathbf{s}^2 = \sum [(n - \langle n \rangle)^2 \cdot P_{\lambda}(n)] = I = \langle n \rangle, \quad (3)$$

siendo \mathbf{s} la desviación estándar. La probabilidad de Poisson es máxima para $n = I = \langle n \rangle$. Esta distribución de probabilidad no es simétrica con respecto al valor medio $\langle n \rangle$.

De modo que $I (= \langle n \rangle)$ es el valor medio de la variable aleatoria n , o sea el momento de primer orden de la distribución. En términos de experimento en estudio, I representaría el número medio de cuentas en el intervalo de tiempo de observación.

Recomendaciones generales: Realice las mediciones en forma continua, sin dejar transcurrir grandes intervalos de tiempo entre una y otra, de modo de asegurar que las características físicas y geométricas del experimento sean lo más constante posible. Mantenga la fuente, el detector, electrónica y todas las condiciones de la experiencia completamente inalteradas durante la ejecución de la misma.

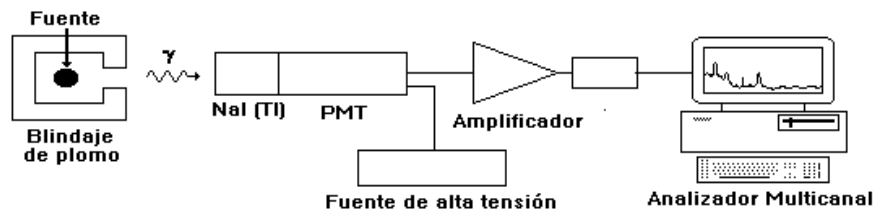
Dispositivo experimental.

Para este experimento es necesario usar un detector de radiación (**abog**) asociado a un sistema de adquisición de datos que permita medir el número de cuentas que llegan al detector en un dado intervalo de tiempo (*dwell time*). Un dispositivo particularmente útil para realizar este experimento es usar un *Multi channel scaling* (MCS), que puede realizar un número grande de mediciones consecutivas. Contar el número de cuentas que son acumulada en canales sucesivos de un histograma. Varias compañías producen este tipo de equipos y son comunes en los laboratorios de física nuclear. Alguno modelo de multi canales tienen incluida esta función entre sus opciones. En la figura 1 se presenta un esquema del dispositivo experimental propuesto. Aquí sugerimos un detector de radiación gama del tipo NaI[3], pero cualquier detector de radiación (**abog**) puede servir.

El procedimiento sugerido sería:

1. Colocamos la fuente radioactiva cerca del detector, de tal manera que el conteo no exceda unas 100 cuentas por minutos.

- Usando el MCS en 512 (o más) canales, esto es repetimos la medición 512 veces, realizamos varias mediciones del decaimiento de la fuente ($N > 100$).
- Para cada realización del experimento variamos el tiempo de medición (toma de datos o *Dwell Time*) del MCS. Esto significa que variamos el tiempo de medición asociado con cada medición o canal, la idea es que el valor medio del número de las cuentas en cada canal varié de unas pocas (< 10) cuentas hasta unos pocos miles.



Det. Detector de NaI (TI)

A: Amplificador

SCA Single Channel Analyzer o Discriminador (opcional)

MCS Multi Channel Scaling

Figura 1: Esquema del dispositivo experimental

- Para cada realización del experimento (asociado a cada elección del tiempo de medición) construyamos un histograma de la frecuencia de ocurrencia de cada contaje.
- Para cada uno de estos histogramas (o sea para cada elección del tiempo de medición) calculamos el valor medio de n ($\langle n \rangle$) y la varianza de n (\mathbf{S}^2).
- Usando los datos obtenidos (los Ud. obtuvo y los de otros grupos que realizaron el mismo experimento). Represente gráficamente \mathbf{S}^2 en función de $\langle n \rangle$. ¿Qué podemos concluir de este último gráfico acerca de la relación entre \mathbf{S}^2 y $\langle n \rangle$?, ¿Qué distribución de probabilidad es compatible con estos resultados?
- Usando la expresión (1) para la distribución de Poisson y los valores de $\langle n \rangle$ calculados para cada elección del tiempo de medición, construyamos un gráfico de la distribución de Poisson correspondiente, superpuesto al histograma obtenido experimentalmente (propriadamente normalizado). ¿Qué podemos decir acerca de las distribuciones obtenidas experimentalmente?, ¿Observamos alguna mejora en la relación entre el histograma y la curva teórica (distribución de Poisson) a medida que aumenta el tamaño de la muestra?
- La bondad del ajuste (o *fit*) del histograma puede ser evaluado por el test \mathbf{c}^2 (Chi-cuadrado), para cada uno de los casos del punto 7 calculemos la bondad de

los ajustes correspondientes. ¿Cómo varia la bondad de los ajustes a medida que aumenta el tamaño de la muestra?

Cuestionario.

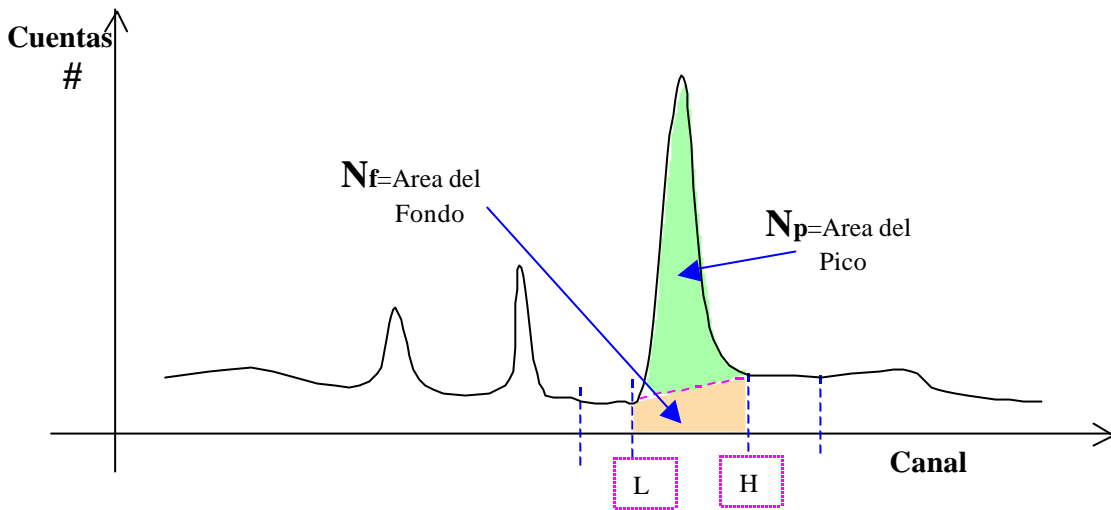


Figura 2.

1. Considere un espectro como el que se ilustra en la figura 2. Se desea determinar el área del pico que se halla montado sobre un fondo (limitado por los puntos L y H). Para cada canal (o valor de la ordenada horizontal) Ud. conoce el número de cuentas correspondiente. a) Explique como determinaría el número de cuentas en el pico N_p y el número de cuentas en el fondo N_f . b) Cual sería el error que Ud. consignaría al valor N_p y a N_f . Consultar referencia [3]. c) Discuta la relevancia del fondo en la determinación de las áreas de los picos de un espectro.

Bibliografía

1. *Teoría de probabilidades y aplicaciones.* - H. Cramer - Aguilar - Madrid 1968.
2. *The Atomic Nucleus-* R.D. Evans, McGraw-Hill Book Co. New York 1955.
3. *Radiation detection and measurements* Glenn F. Knoll, 2st Ed., John Wiley & Sons Inc., New York, 1989.
4. *Data Reduction and Error analysis for the Physical Sciences,* P.R.Bevington, McGraw-Hill Book Co. New York 1969.
5. *Am. J. Phys.* **41**(3), 410 (1973); **42**(3), 231 (1974); **44**(2), 172 (1976) **44**(2), 177 (1976); **45**(4), 380 (1977); **45**(10), 985 (77), **46**(3), 279 (78); **8**(2), 172 (1980); **48**(10) 886 (1980), **49**(2) 141 (1981); **49**(6) 561 (1981)

Nota: en www.fisicarecreativa.com se provee un archivo Excel con datos tomado usando un detector tipo NaI(Ta) y varios tiempos de medición.