

Ley de crecimiento de un árbol. Análisis gráfico de resultados experimentales.

J Falco, I Franceschelli y M Maro

jfalco11@hotmail.com, ignabj@hotmail.com, elpombero@mixmail.com

Introducción a la Ecología - 1er Cuatrimestre 2001

Universidad de San Andrés

Resumen. Se determinó la ley de crecimiento de un árbol en base a siete mediciones de su altura realizadas en un período de 300 días. Los datos obtenidos fueron representados gráficamente para evaluar la relación subyacente entre la variación en la altura del árbol y el transcurso del tiempo. Se utilizaron diferentes escalas para lograr linealizar la representación gráfica, y de esta forma obtener una función matemática que represente los datos obtenidos. La función potencial resultó ser la más coherente al momento de explicar las observaciones conseguidas y predecir el futuro desarrollo del árbol.

Palabras clave: escala logarítmica, crecimiento potencial, R^2 .

El objetivo de este trabajo es descubrir la ley de crecimiento de una planta, cuyas alturas en función del tiempo se indican en la figura 1.

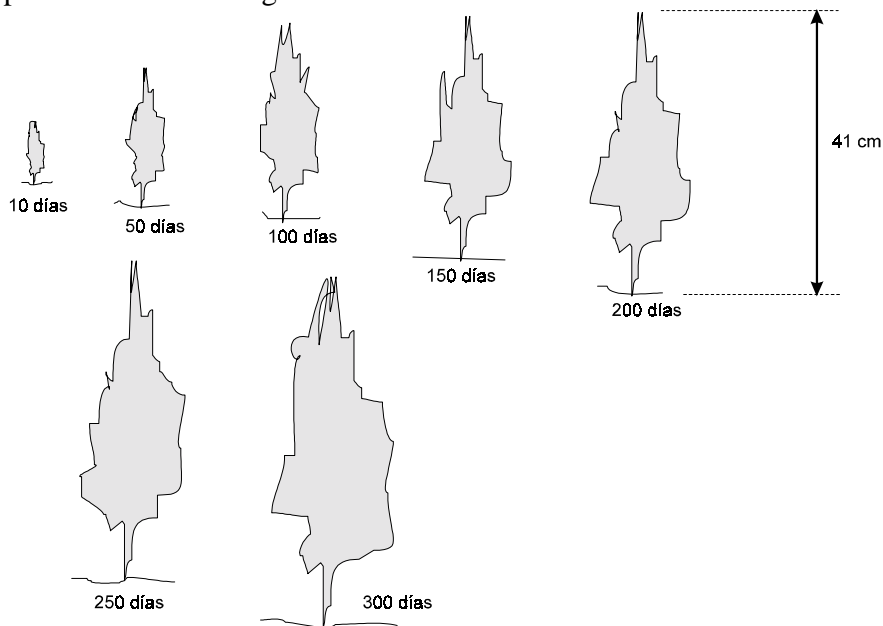


Fig. 1. Representación del crecimiento de una especie arbórea hipotética. La escala de longitud está indicada.

El primer paso fue medir la altura –con una regla de escala mínima de 1 mm- de un árbol en fotografías tomadas por un cultivador en diferentes etapas de crecimiento del mismo. A continuación convertimos los valores medidos a tamaño real, utilizando como referencia el dato acerca de la altura real del árbol correspondiente a la fotografía del mismo a los 200 días de vida. Sobre la base de la relativa facilidad de la medición de los datos es de esperar bajos valores de error en los mismos.

Basándose en una tabla que contenía la altura del árbol para cada uno de los 7 períodos construimos un gráfico de dispersión (Fig. 2.) con ambos ejes en escala lineal.

Análisis gráfico - Ley de crecimiento de un árbol

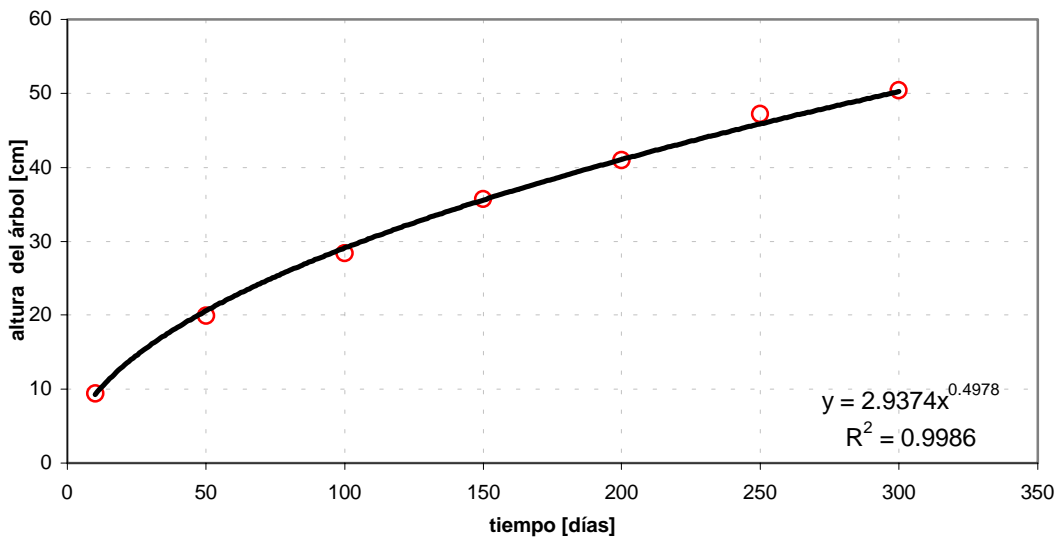


Fig. 2. Representa el gráfico de la altura de un árbol en función del tiempo. Los símbolos rojos son los datos, la línea negra es la línea de tendencia que representa una relación potencial entre el tiempo y la altura del árbol. R^2 expresa la bondad del ajuste de los datos obtenidos a la ecuación $y(x)$.

Evidentemente la relación entre las variables no denota una función lineal pues los datos no se encuentran alineados en una recta. Es por ello que probamos aplicar diferentes tipos de líneas de tendencia para determinar cual de ellas se aproximaba mejor a la función matemática que relaciona a la altura y el tiempo. El valor de R^2 nos sirvió como parámetro para estimar la bondad del ajuste de una determinada función en representar los datos obtenidos.

Línea de tendencia	R^2
Exponencial	0.8405
Lineal	0.9675
Logarítmica	0.9292
Polinomial	0.9972
Potencial	0.9986

Otra manera de verificar la corrección de la función reside en estudiar la proyección hacia el futuro del crecimiento del árbol mediante la extrapolación de la función hacia delante. De esta forma podemos descartar las funciones cuyo comportamiento a futuro es incoherente con lo que cabría esperar del crecimiento de un árbol (ej: decrecimiento en altura).

En forma preliminar determinamos que la **función potencial** era la que mejor representaba los datos experimentales. Para confirmar nuestra conjetura intentamos linealizar¹ la función, para ello utilizamos la escala logarítmica en ambos ejes.

¹ La justificación de porque la obtención de una recta al graficar la función en escala logarítmica confirma que la función preliminar es la adecuada se encuentra desarrolla matemáticamente en el Apéndice 1.

Análisis gráfico - Ley de crecimiento de un árbol (escala logarítmica)

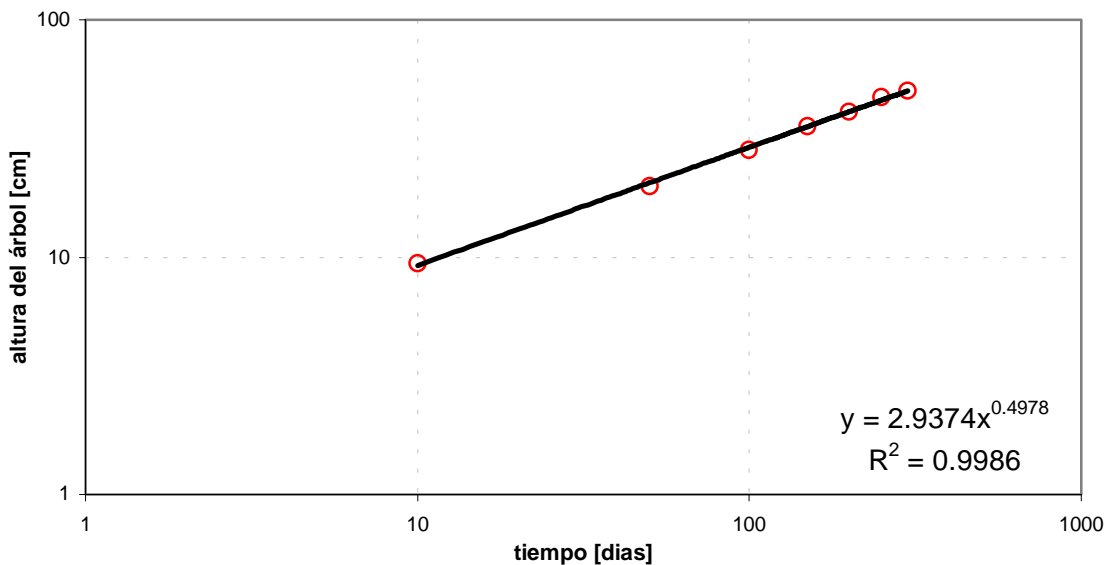


Fig. 3. Representa el gráfico de la altura de un árbol en función del tiempo utilizando escalas logarítmicas en ambos ejes. Los símbolos rojos son los datos, la línea negra es la línea de tendencia que representa una relación potencial entre el tiempo y la altura del árbol. R^2 expresa la bondad del ajuste de los datos obtenidos a la ecuación $y(x)$.

Conclusiones

Al lograr linealizar $y(t)$ pudimos comprobar que la función que mejor relaciona a la altura del árbol (y) en función del tiempo (t) era:

$$y(t) = 2,9374 \cdot t^{0,4978}$$

Esta función matemática era la que obtenía un mayor R^2 (es decir la que mejor se ajustaba a los datos obtenidos) y la que predecía de forma más coherente el desarrollo del crecimiento del árbol a futuro.

De hecho, para calcular la altura del árbol a los dos años de vida, resolvimos esta misma ecuación para t igual a 730 (días) obteniendo una altura de 78,22 cm.

Apéndice 1

Justificación de porqué el gráfico de una función potencial en escalas logarítmicas determina una recta:

Función Potencial	$y(t) = b \cdot t^m$
Logaritmo natural de una función potencial	$\ln [y(t)] = \ln b + \ln t \cdot m$

Fig. 1.	$y(t) = 2,9374 \cdot t^{0,4978}$
Fig. 2.	$\ln [y(t)] = \ln 2,9374 + \ln t \cdot 0,4978$

Comprobamos entonces que queda determinada una recta de pendiente “m” (0,4978) y ordenada al origen “ln b” (ln 2,9374).

Bibliografía

1. *Física re-Creativa* - S. Gil y E. Rodríguez - Prentice Hall - Buenos Aires 2001