Ley de enfriamiento de un termómetro. Análisis gráfico de resultados experimentales.

J Falco, I Franceschelli y M Maro
jfalco11@hotmail.com, ignabj@hotmail.com, elpombero@mixmail.com
Introducción a la Ecología - 1er Cuatrimestre 2001
Universidad de San Andrés

Resumen. Se determino la ley de enfriamiento de un termómetro sobre la base de mediciones de temperaturas en función del tiempo. En este experimento utilizamos un termómetro común de laboratorio y observamos cómo se enfriaba en aire, una vez que se lo sacaba de un recipiente con agua hirviendo *(T*≅100 ºC). Los datos obtenidos fueron representados gráficamente con el objeto de obtener una relación entre el descenso de temperatura y el tiempo transcurrido, es decir para determinar una función matemática que nos permitiera visualizar de una mejor manera dicha relación.

Palabras clave: crecimiento exponencial, tiempo característico del enfriamiento.

En un primer momento, sumergimos un termómetro de mercurio en un recipiente de vidrio con agua hirviendo. Al alcanzar el termómetro la temperatura de equilibrio dentro del agua lo retiramos del recipiente y registramos su temperatura inicial (ti). A partir de este momento, y a medida que el termómetro se enfriaba fuimos leyendo los valores de temperatura en el mismo cada tres segundos. Procedimos de esta forma hasta que el termómetro alcanzó la temperatura ambiente. A partir de esta medición construimos el siguiente gráfico de dispersión con ambos ejes en escala lineal:

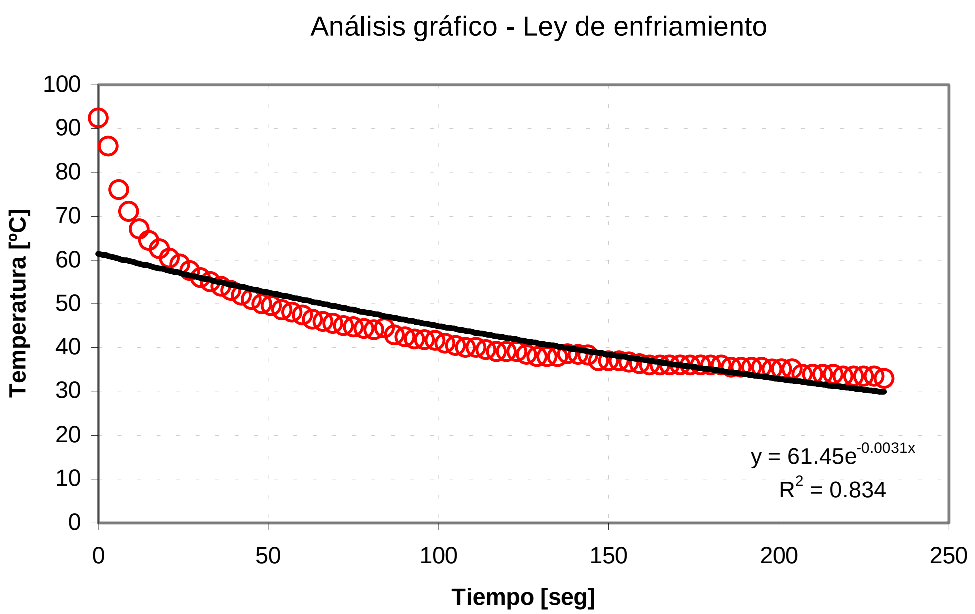

Fig.1.Representa el gráfico del enfriamiento de un termómetro en función del tiempo. Los símbolos rojos son los datos, la línea negra es la línea de tendencia que representa una relación exponencial entre el tiempo y el enfriamiento. R^2 expresa la bondad del ajuste de los datos obtenidos a la ecuación y (x).

Evidentemente la función exponencial no representa un buen ajuste con los datos obtenidos. Es por ello necesario realizar alguna variante a la función matemática que representa el cambio de la temperatura en función del tiempo:

$$T(t)=A.e^{-\lambda t} + Tf$$

Procedimos entonces a restar la temperatura final a la temperatura en T(t) obteniendo la siguiente ecuación:

$$T(t) - Tf = A.e^{-\lambda t}$$

Y como $A = T_0 - Tf$, entonces:

$$T(t) - Tf = (T_0 - Tf).e^{-\lambda t}$$

Sobre la base de esta variante confeccionada en la ley de enfriamiento procedimos a comprobar si los registros de temperatura obtenidos coincidían con esta función matemática. Para ello graficamos en escala logarítmica el eje que representa T(t) – Tf :

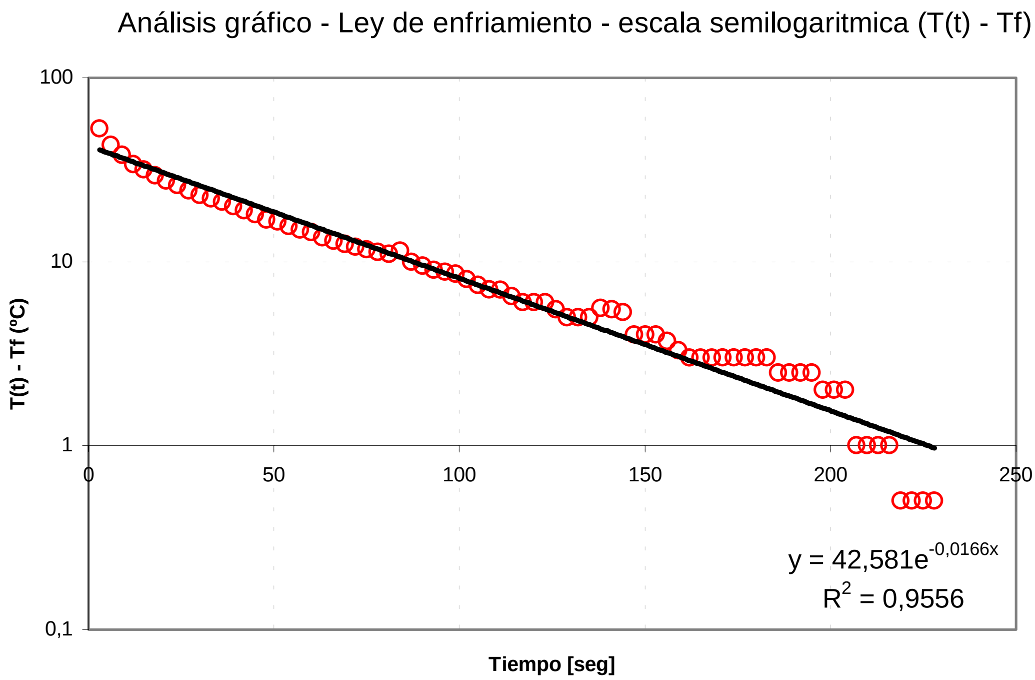

Fig. 2. Gráfico de dispersión con escala semilogarítmica (t(t)-tf). Los símbolos rojos son los datos, la línea negra es la línea de tendencia que representa una relación exponencial entre el tiempo y el enfriamiento del termómetro. R^2 expresa la bondad del ajuste de los datos obtenidos a la ecuación y (x).

Observamos entonces que a diferencia de lo que ocurría en el caso del primer gráfico el R^2 adquiere un valor cercano a 1, lo cual indica un ajuste aceptable entre la función exponencial y los datos obtenidos. Por otra parte, comprobamos que al ejecutar un gráfico con escala semilogaritmica queda determinada una recta, lo cual robustece nuestra hipótesis acerca de la relación exponencial entre las dos variables que estamos estudiando:

Fig. 1. $$T(t) - Tf = (T_0 - Tf).e^{-\lambda t}$$

Fig. 2. $\ln [T(t) – Tf] = \ln [(T_0 – Tf)] - \lambda t$

De hecho, la recta debe tener una pendiente igual a "$-\lambda$" y una ordenada al origen equivalente al "$\ln[(T_0 – T_f)]$"[1].

Por otra parte, la función exponencial es coherente con el comportamiento de la temperatura en el futuro. De hecho al extrapolar la función hacia delante comprobamos que la temperatura se estabiliza en la temperatura ambiente, lo cual coincide con el comportamiento observado en la realidad.

La escala del termómetro era de una 1 raya cada 2 ºC. Al principio, la temperatura disminuía rápidamente, con lo cual la variación de la temperatura en tres segundos (intervalo de tiempo utilizado) era más que considerable. Es por ello de esperar que se hayan cometido algunos errores de paralaje y/o sincronización para los primeros 5 o 6 valores. Por otro lado, a partir de los 39 ºC la temperatura disminuía muy lentamente, con lo cual era muy difícil percibir las pequeñas variaciones que se producían en la temperatura, lo que sumado al cansancio de la vista derivo posiblemente en resultados no del todo precisos. Estos posibles errores coinciden con los desvíos con respecto a la línea de tendencia que observamos en el gráfico para las primeras y las últimas mediciones. Para minimizar estas falencias, decidimos realizar un nuevo gráfico que incluyera los datos obtenidos solo hasta los 39ºC (manteniendo la misma temperatura final que en la Fig. 2.):

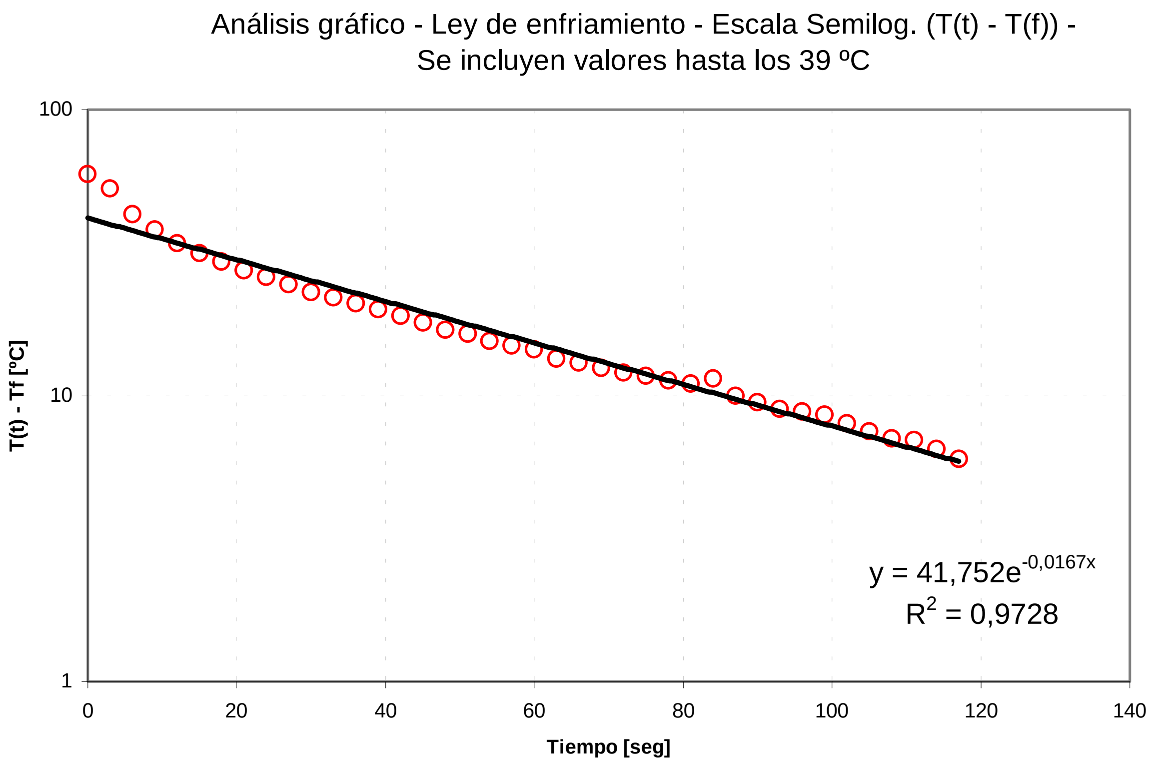

Fig. 3. Gráfico de dispersión con escala semilogarítmica (t(t)-tf). Los símbolos rojos son los datos, la línea negra es la línea de tendencia que representa una relación exponencial entre el tiempo y el enfriamiento del termómetro. R^2 expresa la bondad del ajuste de los datos obtenidos a la ecuación y (x). Se incluyen los datos obtenidos hasta la temperatura de 39 ºC.

[1] El desarrollo matemático de la ecuación de enfriamiento para los datos recolectados se encuentra en el Apéndice 1.

Observamos, como era de esperar, un valor mayor de R^2 lo cual indica un mejor ajuste de la función a los datos obtenidos.

Conclusiones

Luego de haber logrado linealizar la función *T(t),* estamos en condiciones de afirmar que la ecuación:

$$T(t) - T_f = (T_0 - T_f).\ e^{-\lambda t}$$

representa el enfriamiento del termómetro. Los parámetros de esta ecuación se detallan en el apéndice.

Bibliografía

1. *Física re-Creativa* - S. Gil y E. Rodríguez - Prentice Hall - Buenos Aires 2001

Apéndice 1

La función matemática que mejor se ajusta a los valores obtenidos es:
$y(t)= 42{,}581e^{-0{,}0166\ .\ t}$
$R^2 = 0{,}9556$

Considerando que $-\lambda= (-1/\tau)$ obtenemos el valor de τ, que representa un tiempo característico del enfriamiento:
$-1/\tau = -0{,}0166$
$\tau = 60{,}24$ seg

A su vez, también verificamos que la ordenada al origen del gráfico se corresponde al ln(Ti-Tf):
y(0) = ln 42,581 - 0,0166 . 0
y(0) = ln 42,581 = 3,7514

ln (Ti-Tf) = ln (86º-33,5º) = ln (52,5) = 3,96

$3{,}7514 \cong 3{,}96$

Procedimos de igual forma para el gráfico correspondiente a los valores de temperatura mayores a 39ºC:
$y = 41{,}752e^{-0{,}0167x}$
$R^2 = 0{,}9728$

$-1/\tau = -0{,}0167$
$\tau = 59{,}88$ seg

y = ln 41,752 - 0,0167 . 0

$y = \ln 41{,}752 = 3{,}73$

$\ln (Ti - Tf) = \ln (86º - 33{,}5º) = \ln (52{,}5) = 3{,}96$

$3{,}73 \cong 3{,}96$