Varillas oscilantes

Autores

Inés Guerra Guido Scalise
ineguerra@usa.net gscalise@ciudad.com.ar

Resumen

Estudiamos un péndulo físico de masa constante, una varilla suspendida de un extremo de longitudes variables. Aplicando las leyes de rotación de sólidos rígidos a los sistemas oscilantes con pequeñas amplitudes, es posible explicar la variación del período de oscilación en función de la longitud de la varilla.

Introducción

Este experimento consiste en estudiar la variación del período de oscilación de varias varillas en función de sus longitudes. El sistema con el que experimentamos se muestra en la Figura 1. Cada varilla tiene una longitud total L, y está suspendida a una distancia δ ($\delta \ll L$) de uno de sus extremos. Para este experimento usamos 8 varillas de longitudes diferentes. Para todas las varillas se supone que la distancia δ del punto de suspensión al extremo más cercano es la misma, esta es aproximadamente 10mm. Colocamos un fotointerruptor en la parte inferior, para medir el período T. Es conveniente usar pequeñas amplitudes ($\phi_{máx} \leq 10º$) de manera que el periodo dependa solo de la longitud.

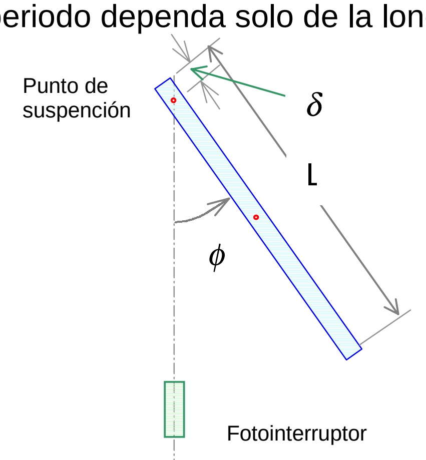

Figura 1. Varilla oscilante- Esquema del arreglo experimental.

Experimento

Estudiamos la variación del período T del péndulo (ilustrado en la Figura 1) en función de la longitud L de las diferentes varillas. Para pequeñas amplitudes (ϕ_{max}<10°) usamos un fotointerruptor conectado a una PC para adquirir el período de cada L.

En el Gráfico1 representamos nuestros resultados obtenidos del período T en función de L en escala lineal, podemos observar que la relación presenta una curvatura hacia abajo, o sea que no cumple una relación precisamente lineal.

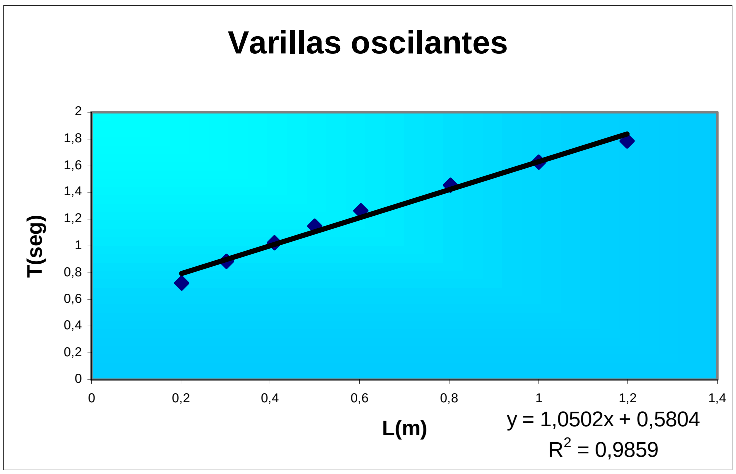

Gráfico 1.Representación de T(L) en escala lineal.

Analizaremos esta función expresando T(L) en escala doble logarítmica en el Gráfico 2:

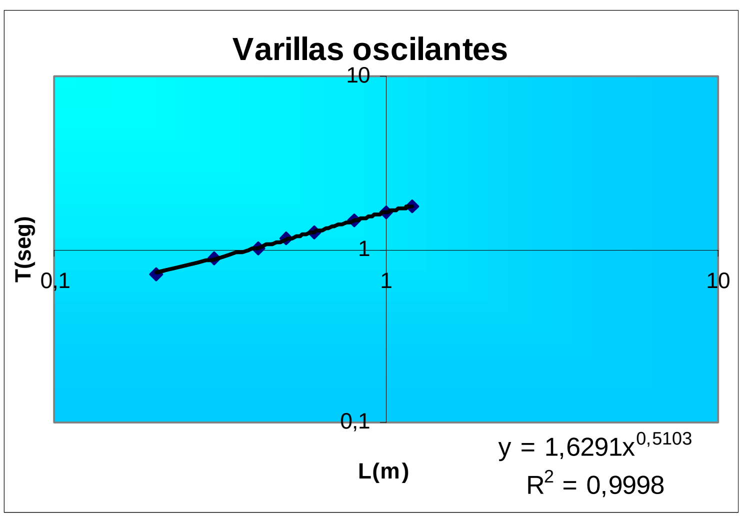

Gráfico 2.Representación de T(L) en escala log-log.

Vemos claramente en escala log-log que agregando una línea de tendencia potencial la función ajusta mejor a una potencial que a una función lineal. Por lo tanto ajustaremos la función del período de las varillas oscilantes en función de su longitud con una función del tipo potencial:

T = k . L $^{n\ n}$

Los valores de *k* y *n* que son compatibles con nuestros resultados son:

k=1,6291

n=0,5103

Otra forma de representar esta relación entre *T* y *L* consiste en graficar T^2 En función de *L* comop se muestra en el Gráfico 3.

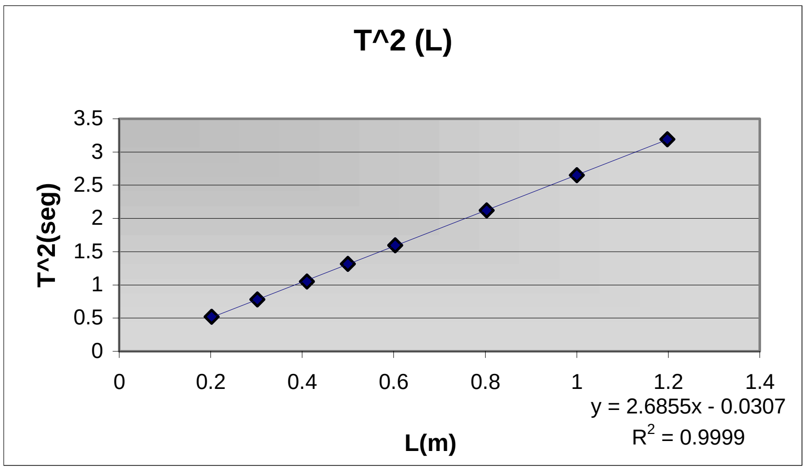

Gráfico 3. Representación de $T^2(L)$ en escala lineal.

Agregando una línea de tendencia del tipo lineal vemos un coeficiente de correlación muy próximo del valor uno, el cual representa un muy buen ajuste. Por lo tanto decimos que T^2 (L) depende linealmente de *L.*

A continuación usaremos las leyes de la dinámica con las cuales deduciremos teóricamente la relación del período en función del largo de las varillas. Y veremos si nuestros resultados experimentales coinciden con las bases teóricas de la Física.

Deducción teórica

Deduciremos para el péndulo como el que graficamos en la Figura 1, la relación que cumple su período *T* con la longitud *L* de la varilla, para pequeñas amplitudes de oscilación (aproximadamente para ángulos menores a 10º).

El momento de inercia de una varilla que gira sobre su centro de masa es:

$I_0 = \frac{1}{12}.m.L^2$,pero en nuestro caso gira sobre una distancia δ entonces,

$$I = I_0 + m.\left(\frac{L}{2} - \delta\right)^2 = \frac{1}{13}.M.L^2 - M.L.\delta + M.\delta^2$$

El período para un péndulo físico esta dado por:

$$T = 2\pi.\sqrt{\frac{I}{m.g.d}} = 2\pi.\sqrt{\frac{2.L.\left(1-3.\frac{\delta}{L}+3.\frac{\delta^2}{L^2}\right)}{g.\left(1-2.\frac{\delta}{L}\right)}}$$ definiendo $x=\frac{\delta}{L}<<1$

$$T \approx 2\pi.\sqrt{\frac{2.L}{3.g}}.\sqrt{\frac{1-3x+3x^2}{1-2x}} \approx 2\pi.\sqrt{\frac{2.L}{3.g}}.\sqrt{(1-3x).(1+2x)} \approx 2\pi.\sqrt{\frac{2.L}{3.g}}.\sqrt{1-x}$$

con lo que llegamos a que

$$T = 2\pi.\sqrt{\frac{2.L}{3.g}}\left(1-\frac{\delta}{2.L}\right), \quad con \quad \delta < L \qquad (1)$$

elevando ambos miembros al cuadrado,

$T^2 = \frac{8\pi^2}{3}.\frac{1}{g}.L.\left(1-\frac{\delta}{L}+\frac{\delta^2}{4.L^2}\right)$ donde $\frac{\delta^2}{4.L^2}$ tiende a cero ya que $\delta <<$ L entonces

$$T^2 \approx \frac{8\pi^2}{3}.\frac{1}{g}.(L-\delta) \qquad (2)$$

Los gráficos 2 y 3 muestran efectivamente que la dependencia observada experimentalmente es la que se expresa en las ecuaciones (1) y (2).

Discusión de los resultados

Mediante las ecuaciones (1) y (2) y nuestros resultados experimentales podemos obtener δ y g.

Utilizando la ecuación (2) y la función de T^2 expresada en el gráfico 3 vemos que

$$g = \frac{8\pi^2}{3.2{,}6855} = 9{,}80 \pm 0{,}01\frac{m}{seg^2}$$

$$\delta = \frac{0{,}0307.g.3}{8\pi^2} = 0{,}011m = 11mm$$

Medimos $\delta = 10 \pm 1mm$ de las diferentes varillas y el valor de g obtenido en experimentos anteriores es g = 9,8$\pm 0{,}01\frac{m}{seg^2}$

Concluimos que los resultados experimentales están de acuerdo con los resultados teóricos.

Conclusiones

Mediante el dispositivo representado en la Figura 1 se pudo realizar el experimento propuesto.

Encontramos que los resultados experimentales del período de las varillas depende de la raíz cuadrada de las longitudes de las mismas.

Vemos que nuestros resultados experimentales coinciden con la base teórica, es decir con las ecuaciones (1) y (2) y además los parámetros encontrados coinciden con los esperados teóricamente.

Bibliografía

1. *Física re-Creativa* - S,Gil y E. Rodríguez - Prentice Hall - Buenos Aires 2001.
2. *Determinación de una ley a partir de resultados experimentales,* A. Periello, M. Pagura, R. Ferrazzo, H. Cassia, R. Pegueroles y M. Basile, UTN, Facultad Regional Buenos Aires (1998).
3. *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería,* Halliday, Resnik y Krane, 4ta. Ed., Vol. I, Cía. Editorial Continental, S.A., México (1985).