Experimento de Rüchardt Medición del cociente entre los calores específicos de un gas

Maximiliano Gabriel De Napoli y Marina Alejandra González-
marugonza@hotmail.com
Laboratorio de Física I, UNSAM- 2ndo. Cuatrimere 2002

Resumen

En el trabajo pusimos en práctica el método de Rüchardt. Éste tiene como objetivo la determinación del cociente entre los calores específicos a presión constante (C_p) y volumen constante (C_v). El experimento nos permite calcular este parámetro termodinámico (γ) a partir de cantidades fácilmente medibles: presión, masa, volumen y frecuencia de oscilación. Por lo tanto esta práctica nos da la posibilidad de relacionar conceptos de termodinámica y mecánica. Comparando las predicciones del modelo con los resultados experimentales pudimos obtener el γ del aire y su incertidumbre asociada.

Introducción

El objetivo de la práctica fue determinar el γ del aire. Éste se define como el cociente entre el calor específico a presión constante (C_p) y el calor específico a volumen constante (C_v).

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \tag{1}$$

La teoría cinética de los gases ideales predice que el valor de γ es $\gamma = 1+2/\nu$ donde ν es el número de grados de libertad de las partículas que constituyen el gas. Para un gas diatómico como el aire, $\nu = 5$, por lo que el valor esperado para el parámetro que queremos determinar es $\gamma = 1{,}4$.

La ecuación de Poisson está caracterizada por γ. La expresión muestra como la presión del gas ideal varía con el volumen en un proceso adiabático cuasiestático y se representa por una curva en un diagrama P-V[1-4].

$$PV^{\gamma} = cte \tag{2}$$

El experimento consiste básicamente en aplicar una fuerza F a un émbolo para que oscile dentro de una jeringa que contiene aire. Basándonos en las leyes de Newton escribimos la fuerza que actúa sobre el émbolo luego de desplazarlo una distancia x de su posición de equilibrio como:

$$F = A \cdot \Delta P \tag{3}$$

El cambio de volumen provocado en el sistema es:

$$\Delta V = x \cdot A \qquad (4)$$

Si consideramos el proceso como adiabático reversible, y que un cambio infinitesimal de la presión *d*P está asociado con un cambio infinitesimal del volumen *d*V a través de la ecuación diferencial de Poisson (2), obtenemos la expresión del cambio de presión correspondiente a un desplazamiento x.

$$dP = -(\gamma P_0 / V_0)dV \qquad (5)$$

A partir de las ecuaciones (4) y (5) redefinimos la fuerza aplicada sobre el émbolo como:

$$F = AdP = -A(\gamma P_0 / V_0)dV = -A^2(\gamma P_0 / V_0)x \qquad (6)$$

De la ecuación (6) dedujimos que la fuerza estudiada es elástica, es decir que tiene la forma F = -kx, donde la constante es $k = \gamma A^2 P/V$. Esto indica que la oscilación libre del émbolo es aproximadamente armónica y obedece a la ecuación diferencial de la segunda ley de Newton:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\gamma P_0 A^2}{mV_0} x = -\omega^2 x \qquad (7)$$

La frecuencia de oscilación es:

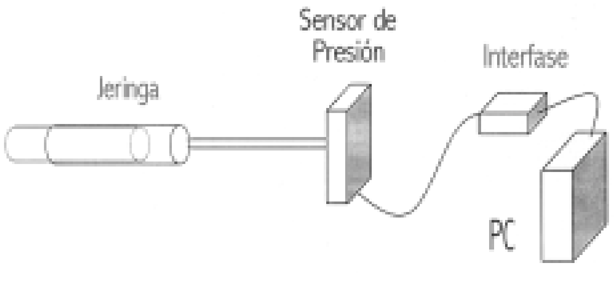
$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (8)$$

Si reemplazamos la expresión de la constante elástica en la ecuación (8) obtenemos:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{\gamma P_0 A^2}{mV_0}} \qquad (9)$$

Experimento

Una de las formas de hacer el experimento de Rüchardt es usar una jeringa de vidrio con un émbolo que se deslice con el menor roce posible[3]. La jeringa de volumen conocido se conecta a un sensor de presión a través de una manguera. Esta última está unida a un sistema de adquisición de datos con computadora (Fig1)



Medimos la masa m del émbolo. Utilizamos como dato el diámetro interno D del émbolo ya que calza muy bien en la jeringa, para calcular el área transversal de esta última:

$$A = \pi D^2/4 \tag{10}$$

Tomamos nota de la presión atmosférica P_o. Imprimimos una leve fuerza al émbolo. Al dejar de aplicarla notamos que describe un movimiento oscilatorio

Fig1: Dispositivo experimental para la aplicación del método de Rüchardt

amortiguado, lo que supone una serie de compresiones y expansiones del gas. El gas actúa como un resorte para el émbolo. Repetimos el procedimiento para diferentes volúmenes iniciales V_o. Para la determinación del volumen que ocupa el gas tenemos en cuenta no sólo el de la jeringa, sino también el de la manguera que lo conecta al sensor de presión.

Una vez que comprimimos el émbolo, antes de dejarlo en libertad, iniciamos la adquisición de datos. El sensor mide la presión en función del tiempo. Obtenemos varias curvas P(t), cada una correspondiente a un determinado valor de volumen inicial. Se ajustan los valores experimentales según el modelo teórico, que tiene en cuenta el carácter amortiguado de las oscilaciones observadas[4](Fig2):

$$P(t) = P_o + P_2 e^{-bt} \cos(\omega t + \phi) \tag{11}$$

P_o es la presión de equilibrio, P_2 la amplitud de oscilación y ϕ la fase. A partir de este ajuste obtenemos ω, la frecuencia angular de oscilación y b, la constante del amortiguamiento. Para cada valor de V_o medimos la frecuencia natural de oscilación ω_o

$${\omega_o}^2 = \omega^2 - b^2 \tag{12}$$

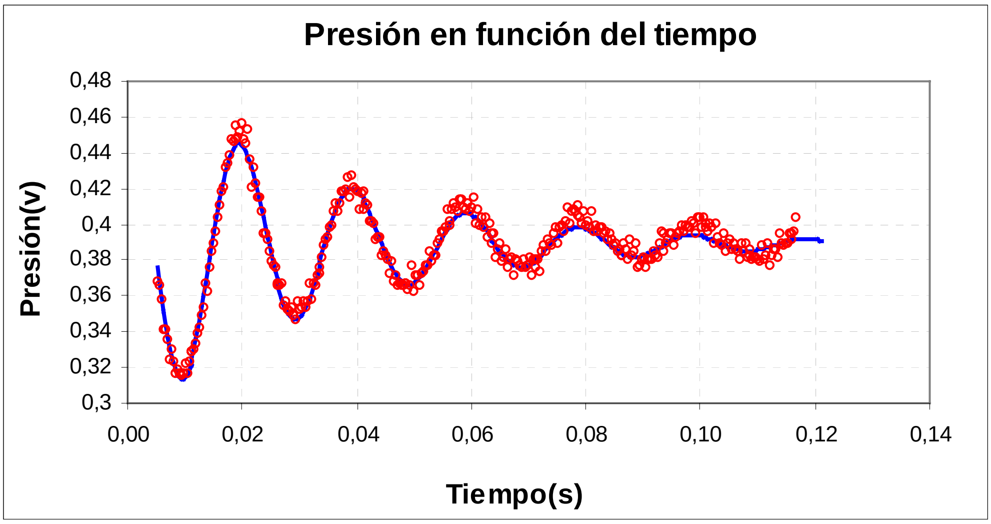


Fig2: Representación gráfica de la presión en función del tiempo para un volumen inicial V = 5,0122 cm^3

El aire es considerado como un gas ideal. Como el proceso que ocurre es muy rápido, el calor cedido es despreciable. Entonces decimos que el gas experimenta un proceso adiabático pasando a través de sucesivos estados de equilibrio. Es por ello que se utiliza la ecuación (2), además de las leyes de Newton, para describir el proceso que se lleva a cabo.

Suponemos que no hay pérdida de aire ni rozamiento entre el émbolo y la jeringa. Entonces consideramos que el gas interactúa con el medio sólo a través del émbolo. La posición de equilibrio se alcanza cuando las presiones externa e interna se igualan.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, podemos basarnos en el modelo presentado en la introducción para describir el proceso. En la Fig3 se presentan los resultados de ω_o^2 en función de 1/V. Según la ecuación (9) obtenemos una recta cuya pendiente ***a*** es:

$$\boldsymbol{a} = \gamma P_o A^2/m \qquad (13)$$

Siendo P_o, A y m cantidades conocidas, sólo resta calcular γ. Podemos obtener fácilmente el error de la pendiente mediante el método de cuadrados mínimos[2]. Calculamos la incertidumbre asociada a γ por propagación de la ecuación (13)[2].

$$\gamma = \boldsymbol{a}m/P_oA^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\gamma/\gamma = \Delta\boldsymbol{a}/\boldsymbol{a} + \Delta m/m + \Delta P_o/P_o + 2\Delta A/A$$

Resultados

Las siguientes cantidades se determinaron experimentalmente y gráficamente:

P_o = 1021,0 hPa

A = (269 ± 2) mm^2

m = (18,93 ± 0,01)g

a = 0,52 ± 0,04

$$\gamma = 1,3 \pm 0,1$$

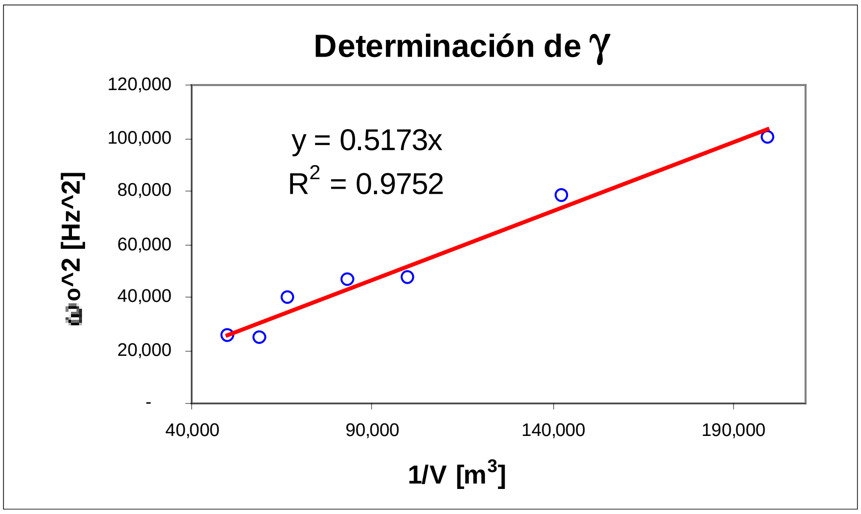


Fig3: Gráfico de la frecuencia natural elevada al cuadrado en función de la inversa del volumen

Conclusiones

Según la bibliografía el valor de γ es $\gamma = 1{,}4$[3]. Experimentalmente el valor que obtuvimos fue $\gamma = 1{,}3 \pm 0{,}1$. Teniendo en cuenta el error absoluto, podemos decir que nuestro resultado está dentro de lo esperado.

Hay que destacar que no tuvimos en cuenta el error de apreciación en el registro de los volúmenes de la jeringa. Otra fuente de error que despreciamos fue la pérdida de gas que existe entre la jeringa y la manguera que lo conecta al sensor. Todo esto contribuye al error relativo del 8%.

En la práctica para realizar el análisis de los datos nos basamos en leyes de la termodinámica y de mecánica. Por ello este método constituye una buena opción para integrar ambas disciplinas de la física.

Referencias

[1] Gettys, Keller, Skove. Física clásica y moderna. Mc Graw-Hill. Madrid, 1999
[2] Salvador Gil y Eduardo Rodríguez. Física re-Creativa. Prentice Hall. Perú, 2001
[3] Zemansky M. Calor y Termodinámica. Ed. Aguilar. Bilbao, 1964
[4] Halliday, Resnick, Walker. Fundamentos de Física. Sexta edición. Compañía Editorial Continental. México, 2001